АКАДЕМИЯ НАУК СССР

РАДИОТЕХНИКА
И
ЭЛЕКТРОНИКА

Том V
12

1960

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР

Главный редактор В. А. КОТЕЛЬНИКОВ

Заместители гл. редактора: Д. В. ЗЕРНОВ, Ю. Б. КОБЗАРЕВ

Редакционная коллегия:

А. И. БЕРГ, Б. А. ВВЕДЕНСКИЙ, И. С. ГОНОРОВСКИЙ, В. Л. ГРАНОВСКИЙ, Л. А. ЖЕКУЛИН, Н. Д. ДЕВЯТКОВ, Л. Н. ДОБРЕЦОВ, А. Ф. ИОФФЕ, А. Н. КАЗАНЦЕВ, С. Г. КАЛАШНИКОВ, П. Л. КАПИЦА, В. В. МИГУЛИН, А. Л. МИКАЭЛЯН, А. А. ПИСТОЛЬКОРС, А. М. ПРОХОРОВ, С. М. РЫТОВ, В. И. СИФОРОВ, Я. Н. ФЕЛЬД, С. Э. ХАЙКИН, Б. М. ЦАРЕВ

Ученый секретарь редакции Г. А. БЕРНАШЕВСКИЙ

РАДИОТЕХНИКА
И
ЭЛЕКТРОНИКА

Том V ДЕКАБРЬ, 1960 Вып. 12

СОДЕРЖАНИЕ

йзинов М. М. Об одном случае синтеза линейной системы селекции по форме сигнала 1879
Горугин Л. А. Накопление импульсных сигналов в устройствах с задержанной обратной связью 1885
Семировский М. С. Воздействие помех на систему частотной автоподстройки частоты. Ч. II 1889
елях Э. В., Лурье Б. Я. Метод физической реализации идеального преобразователя мощности 1895
олачевский Н. Н. К вопросу о физической природе магнитных шумов 1902
ененбаум М. М. К вопросу о методе стационарной фазы 1909
роицкий В. Н. Распространение сантиметровых волн на горных трассах большой протяженности 1919
Майзельс Е. Н., Уфимцев П. Я. Отражение электромагнитных волн круговой поляризации от металлических тел 1925
Гаценеленбаум Б. З. К задаче о нормальном падении плоской электромагнитной волны на периодическую границу раздела двух диэлектриков 1929
ыков А. И.,Ткаченко В. Д.,Островский Е. К. Измерение коэффициента отражения периодического волновода в импульсном режиме 1933
ернов Н. В. Электромагнитное поле магнитного диполя, расположенного в бесконечном диэлектрическом слое с отражающей плоскостью 1937
ерешин О. Н. Развязка двух антенн щелевого типа при помощи ребристой структуры, расположенной в плоскости щелей 1944
юй Янь-шэн. Некоторые методы решения задачи о колебаниях малой гиротропной сферы. Ч. I. Метод последовательных приближений 1951
Никольский В. В. Исследование полых систем с анизотропными областями методом собственных функций. Ч. II. Волноводный трансформатор 1960
Ичельников Ю. Н. Определение коэффициентов уравнения для постоянных распространения в спиральной линии с трубчатым пучком 1968
Сислов В. Я., Богданов Е. В. Взаимодействие медленных плазменных волн с потоком электронов 1974
Гац А. М. Исследование работы ЛБВ с локальным затуханием в линейном режиме 1986
трашкевич А. М. Трехмерные квадрупольные электростатические линзы . . 1997
линсон М. И., Ждан А. Г., Васильев Г. Ф. Об интерпретации хода вольтамперных характеристик автоэлектронной эмиссии полупроводников . . 2004
кач В. К., Степин Л. Д., Казанский В. Б. Резонаторный метод измерения диэлектрической проницаемости и тангенса угла потерь жидких диэлектриков 2009
асильева И. А. Краевое условие для концентраций носителей зарядов в плазме, помещенной в магнитное поле 2015
Гдрис Я. Я. О механизме возникновения катодного пятна на отрицательно заряженных электродах в плазме газового разряда 2026
онч-Бруевич В. Л. К теории туннельного диода 2033
ейтейзен Л. Г., Глуховской Б. М., Тарасова Е. И. Совместная активировка различных фотокатодов и эмиттеров в фотоэлектронных умножителях . . . 2038
родко В. А., Золотаревский В. С., Маркарьян Б. Н., Рубанович И. М. О влиянии разности работ выхода электродов термоэлектронного преобразователя на его выходные параметры 2046

ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

Моргулис Н. Д. К вопросу о роли контактной разности потенциалов при термоэлектронном преобразовании энергии 2052
Никольский В. В. О методе собственных функций для внешней задачи электродинамики 2053

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Микаэлян А. Л., Васильев А. А., Турков Ю. Г. Влияние диэлектрических свойств и размеров феррита на ширину резонансной кривой 2055
Шубарин Ю. В., Анищенко Т. Н. Щелевая антенна с эллиптической поляризацией на круглом волноводе в режиме приема 2057
Шевчик В. Н., Жарков Ю. Д. Влияние отражений на работу лампы обратной волны 2059
Гинцбург М. А. Тензор электрической проницаемости плазмы с пучком 2060
Капцов Л. Н., Курочкин В. А., Сенаторов К. Я. Исследование низкочастотных шумов сплавных и диффузионных полупроводниковых триодов . . . 2062
Швейкин В. И. Измерение коэффициента усиления по постоянному току полупроводниковых триодов при токах выше предельно допустимых 2064
Васильева М. Н., Рейхрудель Э. М. О влиянии пространственного заряда на кинетику электронов в продольном магнитном поле 2065

ХРОНИКА

Горьков В. А. 1-й симпозиум по автоэлектронной эмиссии 2069
Вихляева Р. П., Кульварская Б. С., Шабельникова А. Э., Яснопольская А. А. Междуведомственный семинар по катодной электронике (16-е заседание) 2074
Содержание т. V журнала «Радиотехника и электроника» за 1960 г 2076
Именной указатель т. V журнала «Радиотехника и электроника» за 1960 г. 2086

Адрес редакции: Москва, К—9, Моховая, 11, Институт радиотехники и электроники АН СССР, редакция журнала «Радиотехника и электроника»

Технический редактор *Т. А. Аверкиева*

Т-5525 Подписано к печати 30/XI 1960 г. Тираж 5525 экз. Заказ № 1047
Формат бумаги 70×108¹/₁₆. Бум. л. 6,75 Печ. л. 18,15 Уч.-изд. л. 20,0

2-я типография Издательства Академии наук СССР, Москва, Шубинский пер., 10

960 № 12

ОБ ОДНОМ СЛУЧАЕ СИНТЕЗА ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ СЕЛЕКЦИИ ПО ФОРМЕ СИГНАЛА

М. М. Айзинов

Описан метод получения конечной линейной пассивной системы, осуществляющей селекцию по форме импульсного сигнала. Рассмотрено воздействие на систему двух заданных импульсных сигналов, а также воздействие заданного импульсного сигнала и белого шума.

1. Развитие радиотехнических систем, предназначенных для работы условиях высокого уровня помех, связано с исследованием процессов, зникающих при отделении полезного сигнала от шума. Создание соотствующих устройств в том случае, когда временны́е параметры сигнала помехи заданы, является решением зачи синтеза системы, осуществляющей лекцию по форме сигнала. Несмотря на , что решению этой задачи посвящен д работ [1, 2 и др.], целесообразно применить метод, разработанный в [3]. Ниже ссмотрены вопросы, связанные с синтем линейной системы, разделяющей два пульсных сигнала, формы которых заны уравнением или графиком (осциллограмма)*, и линейной системы, отделяющей заданный импульсный сигнал от ого шума.

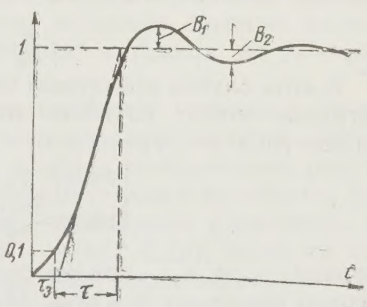


Рис. 1. Параметры переходной характеристики системы селекции

Считаем, что системы, с которыми дем иметь дело в дальнейшем, являся конечными линейными системами с сосредоточенными параметми. Коэффициент передачи такой системы имеет вид

$$K(p) = A\frac{\prod_{i=1}^{n}(p+\lambda_i)\prod_{i=1}^{l}[(p+\nu_i)^2+\beta_i^2]}{\prod_{i=1}^{N}(p+\gamma_i)\prod_{i=1}^{L}[(p+\alpha_i)^2+\omega_i^2]}, \qquad (1)$$

чем условия физической осуществимости требуют, чтобы

$$(n+2l) \leqslant (N+2L); \qquad \gamma_i^2 > 0; \qquad \alpha_i > 0.$$

авнение переходной характеристики системы при этом имеет вид

$$U_{\text{вых}}(p) = K(p)\,U_{\text{вх}}(p) = \frac{K(p)}{p}. \qquad (2)$$

Обычно исследователя интересует не тонкая структура переходной актеристики, а лишь ее основные параметры: время нарастания, время аздывания, выброс, колебательность (соотношение между соседними ремумами). Эти параметры переходной характеристики, показанные рис. 1, с достаточной точностью описывают поведение системы.

Очевидное требование, которое необходимо предъявить к синтезиой системе, состоит в том, что она должна передавать сигнал с ми-

* Метод перехода от графика временно́й функции к ее преобразованию Лапласа см.].

нимальными искажениями, а помеха на выходе должна отсутствовать. В связи с этим прежде всего необходимо установить критерий минимальных искажений, что, в свою очередь, связано с аналитическим описанием импульсного сигнала произвольной формы.

В общем случае импульсный сигнал можно описать многими способами, причем очевидно, что всюду мы имеем дело с тем или иным видом аппроксимации сигнала. В дальнейшем для аппроксимации сигнала используется линейная комбинация затухающих синусоидальных колебаний, число и параметры которых определяются формой сигнала [3].

При использовании преобразования Лапласа изображение такого сигнала имеет вид

$$F_c(p) = B\frac{\prod\limits_{i=1}^{n_1}(p+\lambda_{ic})\prod\limits_{i=1}^{l_1}[(p+\nu_{ic})^2+\beta_{ic}^2]}{\prod\limits_{i=1}^{N_1}(p+\gamma_{ic})\prod\limits_{i=1}^{L_1}[(p+\alpha_{ic})^2+\omega_{ic}^2]}. \qquad (3)$$

Обычно очень трудно оценить связь между параметрами выражения, аппроксимирующего данный сигнал, и отличительными свойствами формы сигнала. Поэтому целесообразно ввести понятие о переходной характеристике сигнала, которая имеет вид

$$F_{\text{пер}\,c}(p) = \frac{1}{p}F_c(p).$$

В этом случае критерием минимального отклонения двух сравниваемых сигналов может служить минимальное отклонение величин основных параметров их переходных характеристик, т. е.

$$\left.\begin{aligned}&|\text{экстр}\ \varphi_1(t) - \text{экстр}\ \varphi_2(t)| < \varepsilon_1,\\ &\left|\text{макс}\frac{d\varphi_1(t)}{dt} - \text{макс}\frac{d\varphi_2(t)}{dt}\right| < \varepsilon_2,\end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

причем ε_1 и ε_2 — положительные величины, которые могут быть сколь угодно близкими к нулю. Можно, естественно, сравнивать и параметры самих сигналов, т. е.

$$\left.\begin{aligned}&|\text{макс}\ f_1(t) - \text{макс}\ f_2(t)| < \varepsilon_1,\\ &\left|\text{экстр}\int_0^\infty f_1(t)\,dt - \text{экстр}\int_0^\infty f_2(t)\,dt\right| < \varepsilon_2.\end{aligned}\right\} \qquad (4а)$$

Здесь $\varphi_1(t)$ и $\varphi_2(t)$ — переходные характеристики сигналов $f_1(t)$ и $f_2(t)$ соответственно на входе и выходе системы (либо $\varphi_1(t)$ — заданная переходная характеристика синтезируемой, а $\varphi_2(t)$ — переходная характеристика синтезированной систем).

2. Обратимся теперь к синтезу линейной системы, разделяющей импульсные сигналы $f_c(t)$ и $f_п(t)$, воздействующие на систему, коэффициент передачи которой определяется выражением (1). Результирующий входной сигнал имеет вид

$$f_{вх}(t) = f_c(t) + f_п(t). \qquad (5)$$

Пусть сигналы имеют преобразования Лапласа

$$\left.\begin{aligned}F_c(p) &= A_1\frac{\prod\limits_{i=1}^{n_1}(p+\lambda_{ic})\prod\limits_{i=1}^{l_1}[(p+\nu_{ic})^2+\beta_{ic}^2]}{\prod\limits_{i=1}^{N_1}(p+\gamma_{ic})\prod\limits_{i=1}^{L_1}[(p+\alpha_{ic})^2+\omega_{ic}^2]},\\ F_п(p) &= A_2\frac{\prod\limits_{i=1}^{n_2}(p+\lambda_{iп})\prod\limits_{i=1}^{l_2}[(p+\nu_{iп})^2+\beta_{iп}^2]}{\prod\limits_{i=1}^{N_2}(p+\gamma_{iп})\prod\limits_{i=1}^{L_2}[(p+\alpha_{iп})^2+\omega_{iп}^2]},\end{aligned}\right\}$$

ричем $(n_1 + 2l_1) < (N_1 + 2L_1)$ и $(n_2 + 2l_2) < (N_2 + 2L_2)$. Преобразуя о Лапласу выражение (5), получаем

$$F_{\text{вх}}(p) = F_{\text{с}}(p) + F_{\text{п}}(p). \tag{7}$$

Если обозначить большее из чисел $[(n_1 + N_2) + 2(l_1 + L_2)]$ или $n_2 + N_1) + 2(l_2 + L_1)]$ через P, то P будет числом нулей изображения езультирующего сигнала (7). Число полюсов изображения этого сигнала авно $P_1 = (N_1 + N_2) + 2(L_1 + L_2)$, причем $P < P_1$.

Полагая, что $P = g + 2h$, и используя новые очевидные обозначения ля нулей и полюсов изображения результирующего входного сигнала, олучим

$$F_{\text{вх}}(p) = B_1 \frac{\prod_{i=1}^{g}(p + r_i)\prod_{i=1}^{h}[(p + s_i)^2 + u_i^2]}{\prod_{i=1}^{N_1+N_2}(p + \gamma_{ia})\prod_{i=1}^{L_1+L_2}[(p + \alpha_{ia})^2 + \omega_{ia}^2]}. \tag{8}$$

Таким образом, полюсы изображения результирующего входного игнала расположены в тех же точках комплексной плоскости, где разещались полюсы составляющих сигналов. Число и положение на комлексной плоскости нулей результирующего входного сигнала зависит т числа и положения нулей и полюсов исходных сигналов, но не совпаает ни с одним из них.

Для синтеза линейной системы селекции по форме сигнала располоим нули ее коэффициента передачи в полюсах изображения помехи $_{\text{п}}(p)$, а полюсы коэффициента передачи — в нулях изображения резульирующего сигнала $F_{\text{вх}}(p)$. Эта операция устраняет влияние помехи. Для ого чтобы получить сигнал без искажений, необходимо разместить доолнительные нули коэффициента передачи в нулях $F_{\text{с}}(p)$. Если же последнее не представляется возможным, то для получения сигнала с минимальными [в смысле (4)] искажениями следует разместить дополнительые нули на тех линиях постоянного значения (изолинии) параметров ереходной характеристики [3], где эти особые точки находились у $F_{\text{с}}(p)$.

При этом необходимо следить, чтобы сохранялось равенство *

$$F_{\text{вых н}}(0) = F_{\text{сн}}(0).$$

Таким образом, коэффициент передачи линейной системы селекции олжен иметь вид

$$(p) = D_1 \frac{\prod_{i=1}^{N_2}(p + \gamma_{i\text{п}})\prod_{i=1}^{L_2}[(p + \alpha_{i\text{п}})^2 + \omega_{i\text{п}}^2]\prod_{i=1}^{n_1}(p + \lambda'_{ic})\prod_{i=1}^{l_1}[(p + \nu'_{ic})^2 + \beta'^2_{ic}]}{\prod_{i=1}^{g}(p + r_i)\prod_{i=1}^{h}[(p + s_i)^2 + u_i^2]}. \tag{9}$$

Здесь штрихом обозначены особые точки, сдвинутые по изолиниям сновных параметров переходной характеристики.

---

* $F_{\text{сн}}(0) = [F_{\text{с}}(0)]_{\omega_1=1}$; $F_{\text{вых н}}(0) = [F_{\text{вых}}(0)]_{\omega_1=1}$;

$$F_{\text{с}}(0) = A_1 \frac{\prod_{i=1}^{n_1}\lambda_{ic}\prod_{i=1}^{l_1} l_{0ic}^2}{\prod_{i=1}^{N_1}\gamma_{ic}\prod_{i=1}^{L_1} L_{0ic}^2}; \qquad F_{\text{вых}}(0) = D \frac{\prod_{i=1}^{n_1}\lambda_{ib}\prod_{i=1}^{l_1} l_{0ib}^2}{\prod_{i=1}^{N_1}\gamma_{ib}\prod_{i=1}^{L_1} L_{0ib}^2};$$

$$l_{0ic}^2 = \nu_{ic}^2 + \beta_{ic}^2; \qquad L_{0ic}^2 = \alpha_{ic}^2 + \omega_{ic}^2;$$

$$l_{0ib}^2 = \nu_{ib}^2 + \beta_{ib}^2; \qquad L_{0ib}^2 = \alpha_{ib}^2 + \omega_{ib}^2.$$

Поскольку $[(n_1 + N_2) + 2(l_1 + L_2)] \leqslant g + 2h$, требуемая система селекции физически реализуема, если нули изображений сигналов $f_c(t)$ и $f_п(t)$ лежат в левой полуплоскости. Пользуясь терминологией теории цепей, можно сказать, что для синтеза пассивной линейной системы селекции по форме сигнала, имеющей конечное число постоянных сосредоточенных элементов, необходимо и достаточно, чтобы разделяемые сигналы удовлетворяли условиям физической осуществимости и являлись минимально-фазовыми.

Если создать линейную систему, обладающую коэффициентом передачи (9), то

$$F_{вых}(p) = H \frac{\prod_{i=1}^{n_1} (p + \lambda'_{ic}) \prod_{i=1}^{l_1} [(p + \nu'_{ic})^2 + \beta'^2_{ic}]}{\prod_{i=1}^{N_1} (p + \gamma_{ic}) \prod_{i=1}^{L_1} [(p + \alpha_{ic})^2 + \omega^2_{ic}]}. \quad (10)$$

При этом изображение ошибки воспроизведения сигнала имеет вид

$$F_{ош}(p) = F_c(p) - F_{вых}(p) =$$
$$= \frac{A_1 \prod_{i=1}^{n_1} (p + \lambda_{ic}) \prod_{i=1}^{l_1} [(p + \nu_{ic})^2 + \beta^2_{ic}] - H \prod_{i=1}^{n_1} (p + \lambda'_{ic}) \prod_{i=1}^{l_1} [(p + \nu'_{ic})^2 + \beta^2_{ic}]}{\prod_{i=1}^{N_1} (p + \gamma_{ic}) \prod_{i=1}^{L_1} [(p + \alpha_{ic})^2 + \omega^2_{ic}]}. \quad (11)$$

Очевидно, что, поскольку $(N_1 + 2L_1) > (n_1 + 2l_1)$, то при $p \to \infty$, т. е. при $t \to 0$, ошибка воспроизведения равна нулю. В то же время, так как при выборе нулей коэффициента передачи предусматривалась необходимость сохранения исходного значения $F_{сн}(0)$, то ошибка равна нулю и при $p \to 0$, т. е. при $t \to \infty$. Что же касается промежуточных значений t, то здесь ошибка может быть сведена лишь к «масштабной», если дополнительные нули коэффициента передачи совпадают с нулями изображения сигнала $F_c(p)$. Если же дополнительные нули сдвинуты по изолиниям, то ошибка воспроизведения будет минимальной в смысле (4). Сигнал ошибки можно определить по формуле (11):

$$f_{ош}(t) = \sum_{i=1}^{N_1} B_i e^{-\gamma_{i,c} t} + \sum_{i=1}^{L_1} A_i e^{-\alpha_{ic} t} \sin(\omega_{ic} t + \psi_{ic}). \quad (12)$$

3. Аналогично можно решить вопрос и о синтезе линейной системы, отфильтровывающей импульсный сигнал заданной формы от белого шума.

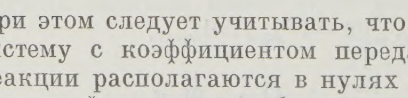


Рис 2. Блок-схема системы, выделяющей полезный импульсный сигнал из белого шума, $f_п(t)$ — белый шум

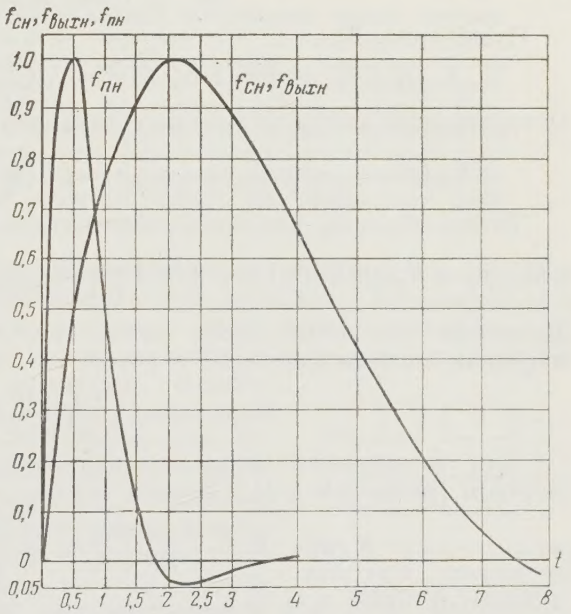
При этом следует учитывать, что при действии белого шума на линейную систему с коэффициентом передачи $K(p)$ нули и полюсы изображения реакции располагаются в нулях и полюсах коэффициента передачи, т. е. система формирует из белого шума сигнал, соответствующий ее импульсной характеристике.

Синтез указанной выше системы разделяется на два этапа: 1) создание системы, минимально искажающей [в смысле (4)] полезный сигнал, 2) создание системы селекции.

Таким образом, система, отфильтровывающая полезный импульсный сигнал от белого шума, должна состоять из двух отдельных систем с коэффициентами передачи $K_1(p)$ и $K_2(p)$ (рис. 2).

Пусть изображение входного сигнала $F_c(p)$ описывается, как и раньше, выражением (3). Тогда, для того чтобы сигнал этот был минимально искажен данной системой, нули и полюсы $K_1(p)$ должны быть расположены следующим образом [3]:

$$K_1(p) = \frac{B_1 \prod_{i=1}^{N_1} (p+\gamma_{ic}) \prod_{i=2}^{L_1} [(p+\alpha_{ic})^2 + \omega_{ic}^2] \prod_{i=1}^{n_1} (p+\lambda'_{ic})^2 \prod_{i=1}^{l_1} [(p+\nu'_{ic})^2 + \beta'^2_{ic}]}{\prod_{i=1}^{n_1} (p+\lambda_{ic}) \prod_{i=1}^{l_1} [(p+\nu_{ic})^2 + \beta_{ic}^2] \prod_{i=1}^{N_1} (p+\gamma'_{ic}) \prod_{i=2}^{L_1} [(p+\alpha'_{ic})^2 + \omega'^2_{ic}]}. \quad (13)$$



ис. 3. Выделение импульсного игнала при одновременном воздействии белого шума: $f_{сн}=f_c(t)\times$ $\frac{51}{23{,}15}$; $f_{пн}=\frac{1}{16} f_п^*(t)$; $f_{вых\ н}=$ $=\frac{1}{0{,}655} f_{вых}(t) = f_{сн}$

Очевидно, что так как $(N_1 + 2L_1) \geqslant (n_1 + 2l_1)$, то линейная система, обладающая коэффициентом передачи (13), удовлетворяет условиям физической осуществимости *.

На вход системы, обладающей коэффициентом передачи $K_1(p)$, действуют сигнал и белый шум, причем воздействия эти в дальнейшем принимаются независимыми. Следовательно, на выходе системы $K_1(p)$ появляется сигнал, изображение которого имеет вид

$$[F_р(p)] = [F_{1c}(p)] + F_п(p), \quad (14)$$

где

$$F_{1c}(p) = F_c(p) K_1(p);$$

$$F_п(p) = K_1(p).$$

Таким образом, на вторую систему действуют два сигнала: минимально искаженный полезный сигнал $F_{1c}(p)$ и сигнал, сформированный из белого шума.

Теперь, пользуясь описанным выше методом, не представляет труда определить коэффициент передачи $K_2(p)$ системы, отфильтровывающей полезный сигнал.

Очевидно, что если шум отсутствует, то сигнал необходимо снимать с выхода первой системы, а при наличии шума — с выхода второй.

* Другие условия также удовлетворяются, если сигнал удовлетворяет условиям физической осуществимости.

4. Приведем пример. Допустим, что необходимо создать систему, выделяющую сигнал $f_{1c}(t)$, если одновременно действует сигнал $f_{п}(t)$.

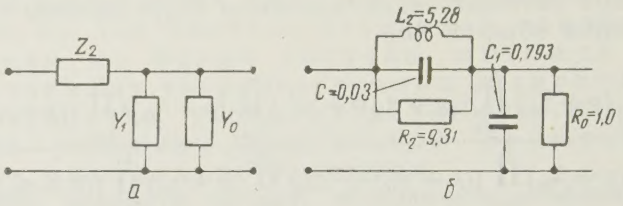


Рис. 4. Схема селекции

Пусть (рис. 3)

$$f_{1c}(t) = 62{,}8e^{-0{,}352t}\sin 0{,}419t, \quad f_{п}(t) = 50e^{-1{,}760t}\sin 1{,}760t.$$

Операционные изображения этих сигналов имеют вид

$$F_{1c}(p) = \frac{26{,}4}{(p+0{,}352)^2+0{,}419^2}, \quad F_{п}(p) = \frac{88}{(p+1{,}760)^2+1{,}760^2}.$$

Таким образом, результирующий сигнал

$$F_{вх}(p) = F_{1c}(p) + F_{п}(p) = 114{,}4\,\frac{(p+1{,}15)(p+0{,}20)}{[(p+0{,}352)^2+0{,}419^2][(p+1{,}760)^2+1{,}760^2]}.$$

Применив описанный выше метод, получим уравнение коэффициента передачи системы селекции в форме

$$K(p) = H\,\frac{(p+1{,}760)^2+1{,}760^2}{(p+0{,}2)(p+1{,}15)}.$$

Для физического осуществления системы селекции воспользуемся методом, развитым в [4]. В этом случае

$$K(p) = H\,\frac{p^2+pa_1+a_0}{p^2+pb_1+b_0} = H\,\frac{p^2+3{,}52\,p+6{,}196}{p^2+1{,}35p+0{,}23}.$$

Поскольку здесь $b_1/a_1 > b_0/a_0$ и $a_0 > b_0$, то выбираем $H = b_0/a_0 = 0{,}037$. Тогда (см. рис. 4, *а*)

$$Y_1 + Y_0 = p\left(\frac{a_0-b_0}{a_0b_1-b_0a_1}\right)+1,$$

$$Z_2 = \frac{a_0b_1-b_0a_1}{b_0}\,\frac{p}{p^2+pa_1+a_0}.$$

При этом цепь, реализующая заданный коэффициент передачи, имеет вид, показанный на рис. 4, *б*.

Если на систему, обладающую коэффициентом передачи $K(p)$, действует сигнал $F_{вх}(p)$, то на выходе ее будет сигнал

$$F_{вых}(p) = \frac{4{,}24}{(p+0{,}352)^2+0{,}419^2} \text{ или } f_{вых}(t) = 1{,}78e^{-0{,}352t}\sin 0{,}419t.$$

Очевидно, что изменился лишь масштаб по оси ординат, а форма сигнала (рис. 3) передана без искажений.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. В. Назаров, К теории разделения сигналов, Кандидатская диссертация МЭИС, 1953.
2. А. А. Харкевич, Очерки общей теории связи, ГИТТЛ, 1955.
3. М. М. Айзинов, Об анализе и синтезе линейных радиотехнических цепей по параметрам переходного режима, Уч. зап. ЛВИМУ им. адм. Макарова, вып. IX, 1957.
4. П. Н. Матханов, Об одном методе реализации функций передачи минимальных фазовых цепей каскадными заземленными схемами, Радиотехника и электроника, 1958, 3, 4, 467.

Поступила в редакцию
20 V 1960

НАКОПЛЕНИЕ ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ В УСТРОЙСТВАХ С ЗАДЕРЖАННОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Л. А. Моругин

Рассмотрено влияние ширины полосы пропускания частот системы с задержанной обратной связью на эффективность накопления импульсных сигналов. Приведены формула и расчетные графики зависимости коэффициента накопления от ширины полосы пропускания одного накопителя или нескольких накопителей, включенных последовательно. Приведены данные по расчету полосы пропускания для случая, когда частотная характеристика системы определяется фильтром нижних частот (при прямоугольной форме импульсов), и рекомендовано применение нескольких накопителей с задержанной обратной связью для повышения коэффициента накопления.

Устройства с положительной обратной связью, задержанной на время T, равное периоду повторения импульсных сигналов, используются в радиолокационной технике для разделения смеси периодический сигнал/шум [1]. Рассмотрим процесс накопления сигналов в подобных устройствах с учетом переходных процессов, вызванных ограниченностью их полосы пропускания. Для этого обратимся к блок-схеме устройства (рис. 1), состоящей из: *1*—суммирующего звена; *2* — фильтра; *3* — ослабителя с коэффициентом ослабления $m < 1$ (величина m представляет собой фактор обратной связи) и *4* — линии задержки. Все элементы блок-схемы линейны и, за исключением фильтра, обладают бесконечно широкой полосой пропускания.

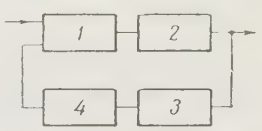


Рис. 1. Блок-схема устройства с задержанной обратной связью

Пусть на вход устройства подается серия из N идентичных импульсов; тогда до момента времени $t = (N-1)\,T$ сигнал на входе

$$U_{вх}(t) = \sum_{n=1}^{N} U_0[t-(n-1)\,T], \tag{1}$$

где $U_0(t)$ — функция, описывающая входной сигнал на отрезке $[0, T]$. Положим вначале, что в блок-схеме устройства отсутствует фильтр. Тогда N-й импульс на выходе будет представлять собой взвешенную сумму N входных импульсов

$$U_N(t) = \sum_{n=1}^{N} m^{n-1} U_0(t). \tag{2}$$

Величина m^{n-1} играет в этом выражении роль функции веса.

Будем понимать под коэффициентом накопления сигнала по напряжению g отношение максимальной амплитуды сигнала на выходе к амплитуде сигнала на входе. Для рассматриваемого случая

$$g = \frac{\overline{U}_N(t)}{\overline{U}_0(t)} = \sum_{n=1}^{N} m^{m-1} = \frac{1-m^N}{1-m}\,. \tag{3}$$

При $N \to \infty$

$$g \to g_m = \frac{1}{1-m}\,. \tag{4}$$

Это означает, что выигрыш в усилении сигнала, достигаемый за счет использования явления накопления в устройствах с задержанной обратной связью, при неограниченном возрастании числа приходящих импульсов стремится к выигрышу в усилении, достигаемому за счет введения положительной обратной связи без запаздывания.

Введем понятие числа активных импульсов, т. е. числа импульсов на входе устройства, при котором

$$g = 0{,}9 g_m. \tag{5}$$

Решение этого уравнения дает

$$N_A = 1 - \frac{2{,}3}{\ln m}. \tag{6}$$

Обычно в устройствах с задержанной обратной связью фактор обратной связи $m = 0{,}9$—$0{,}95$; в этих случаях $N_A = 23$—46. В дальнейшем будем считать, что число импульсов на входе превышает число активных импульсов.

Обратимся теперь к случаю, когда устройство с задержанной обратной связью имеет конечную полосу пропускания. Очевидно, что в этом случае выходной импульс номера N будет состоять из импульса, прошедшего только через канал прямой подачи и искаженного фильтром, и наложенных на него $N - 1$ импульсов, прошедших по каналу прямой подачи и, кроме того, совершивших 1, 2, 3,..., $N - 1$ циклов по замкнутой петле обратной связи:

$$U_N(t) = \sum_{n=1}^{N} m^{n-1} U_n(t), \tag{7}$$

где $U_n(t)$ — сигнал, прошедший n раз через фильтр.

Так как по условию $N > N_A$, то приближенно можно считать, что

$$U_N(t) \simeq \sum_{n=1}^{\infty} m^{n-1} U_n(t). \tag{8}$$

Последнее выражение описывает сигнал на выходе устройства с положительной обратной связью без запаздывания [2]. В частности, если $U_0(t)$ представляет собой прямоугольный импульс единичной амплитуды, то

$$U_N(t) \simeq A_{об}(t) \tag{9}$$

при $t \ll t_и$, где $t_и$—длительность импульса. Здесь $A_{об}(t)$—переходная характеристика устройства с положительной обратной связью без запаздывания.

Пусть фильтр представляет собой однозвенную интегрирующую RC-ячейку; тогда [2]

$$U_N(t) \simeq \frac{1}{1-m}\left[1 - e^{-(1-m)\frac{t}{\tau}}\right]. \tag{10}$$

где $\tau = RC$, а коэффициент накопления сигнала

$$g \simeq \frac{1}{1-m}\left[1 - e^{-(1-m)\frac{t_и}{\tau}}\right]. \tag{11}$$

Как следует из формулы (11), коэффициент накопления сигнала устройства с задержанной обратной связью, содержащего фильтр нижних частот, представляет произведение двух сомножителей. Первый из них дает величину выигрыша в усилении, получаемую в устройстве без фильтра при $N \to \infty$. Эта величина (см. (4)) тем больше, чем больше фактор обратной связи m. Второй сомножитель учитывает уменьшение коэффициента накопления сигнала вследствие переходных процессов, вызванных

ограниченностью полосы пропускания устройства. Чем меньше полоса пропускания $\Delta F = 1/2\pi\tau$, тем меньше второй сомножитель.

Величина второго сомножителя уменьшается с ростом m, так как увеличение фактора положительной обратной связи, как известно, приводит к росту эквивалентной постоянной времени фильтра. Расчет показывает, однако, что увеличение фактора обратной связи приводит в конечном итоге к увеличению коэффициента накопления сигнала, так как при этом увеличение первого сомножителя происходит быстрее уменьшения второго.

Коэффициент накопления сигнала достигает своего наибольшего значения при $m=1$, эта величина

$$g_1 = \frac{t_и}{\tau} = 2\pi t_и \Delta F \qquad (12)$$

целиком определяется произведением длительности импульса на полосу пропускания фильтра. Это означает, что эффект накопления сигнала в устройстве с задержанной обратной связью используется тем полнее, чем шире полоса устройства.

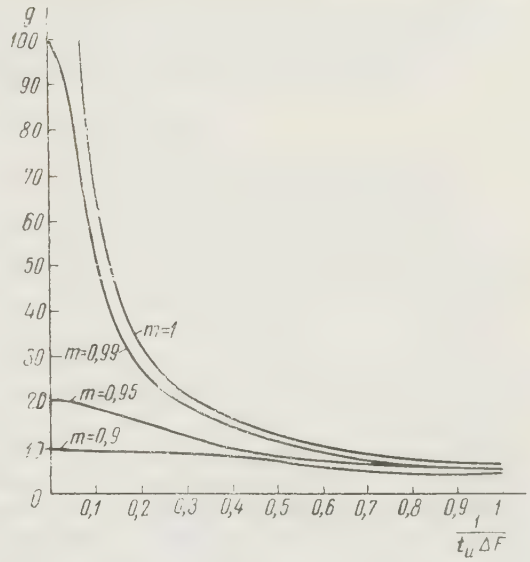


Рис. 2. Зависимость коэффициента накопления сигнала от полосы пропускания устройства с задержанной обратной связью при различных значениях фактора обратной связи

На рис. 2 приведено семейство кривых, показывающих зависимость коэффициента накопления сигнала от ширины полосы пропускания устройства с задержанной обратной связью. По оси абсцисс отложена величина $1/t_и\,\Delta F$, так что точке с координатой 1 соответствует устройство, полоса пропускания которого выбрана из условия $t_и \Delta F = 1$, а точка с координатой 0 — устройство с бесконечно широкой полосой пропускания.

Кривая $m = 1$ соответствует предельному значению коэффициента накопления сигнала, которое может быть получено в устройстве с задержанной обратной связью при факторе обратной связи, стремящемся к единице. Как известно, для получения значений коэффициента обратной связи, близких к единице, необходимо принять специальные меры против самовозбуждения устройств с задержанной обратной связью. График рис. 2 позволяет определить целесообразное значение величины фактора обратной связи при данных значениях полосы пропускания устройства и длительности рабочего импульса. Очевидно, что установление значений m, близких к единице, имеет практический смысл лишь в том случае, когда полоса пропускания достаточно велика, т. е. когда произведение полосы пропускания на длительность импульса равно трем или более. Точно так же, при относительно малой величине фактора обратной связи, например 0,9 или меньше, не имеет смысла существенно расширять полосу пропускания устройства, так как это не даст заметного выигрыша в величине коэффициента накопления.

Рассмотрим процесс накопления сигналов в системе, состоящей из Q последовательно соединенных одинаковых устройств с задержанной обратной связью. Будем по-прежнему предполагать, что число импульсов на входе устройства превышает число активных импульсов (заметим, что число активных импульсов для цепочки из Q устройств с задержанной

обратной связью в $\sqrt{Q}$ раз больше, чем для одиночного устройства). При этом условии сигнал номера N на выходе цепочки из Q устройств

$$U_{NQ}(t) \simeq A_{\text{об}\,Q}(t) \tag{13}$$

при $t \leqslant t_{\text{и}}$. Здесь $A_{\text{об}\,Q}(t)$ — переходная характеристика Q последовательно соединенных устройств с положительной обратной связью без запаздывания. Выражение для $U_{NQ}(t)$ может быть получено из (10) путем последовательного применения теоремы свертывания и имеет вид

$$U_{NQ}(t) \simeq \frac{1}{(1-m)^Q}\left\{1 - e^{-(1-m)\frac{t}{\tau}} \sum_{q=0}^{Q-1} \frac{\left[(1-m)\frac{t}{\tau}\right]^q}{q!}\right\}. \tag{14}$$

Полагая в формуле (14) $t = t_{\text{и}}$, найдем выражение для коэффициента накопления сигнала системы из Q устройств с задержанной обратной связью:

$$g \simeq \frac{1}{(1-m)^Q}\left\{1 - e^{-(1-m)\frac{t_{\text{и}}}{\tau}} \sum_{q=0}^{Q-1} \frac{\left[(1-m)\frac{t_{\text{и}}}{\tau}\right]^q}{q!}\right\}. \tag{15}$$

Коэффициент накопления сигнала системы устройств с задержанной обратной связью представляет произведение двух сомножителей, первый из которых характеризует действие положительной обратной связи на коэффициент усиления системы, а второй — действие положительной обратной связи на постоянную времени фильтра. Как и в случае одиночного устройства с задержанной обратной связью, увеличение фактора обратной связи приводит к увеличению коэффициента накопления сигнала, величина которого при $m \to 1$ стремится к

$$g_Q = \frac{1}{Q!}\left(\frac{t_{\text{и}}}{\tau}\right)^Q = \frac{g_1^Q}{Q!}. \tag{16}$$

Зависимость коэффициента накопления сигнала от числа устройств с задержанной обратной связью, соединенных последовательно, при различных значениях фактора обратной связи и полосы пропускания одного устройства (полоса пропускания системы будет в $\sqrt{Q}$ раз меньше), приведена в таблице.

Значения коэффициента накопления сигнала

m	$Q=1$	$Q=2$	$Q=3$	m	$Q=1$	$Q=2$	$Q=3$	m	$Q=1$	$Q=2$	$Q=3$
$t_{\text{и}}\Delta F = 1$				$t_{\text{и}}\Delta F = 2$				$t_{\text{и}}\Delta F = 3$			
0,90	4,7	14	30	0,90	7,1	35	110	0,90	8,5	57	310
0,95	5,4	17	38	0,95	9,4	49	240	0,95	12,0	96	520
1,00	6,3	20	42	1,00	12,5	80	330	1,00	18,9	180	1120

Рассмотрение таблицы позволяет сделать следующий вывод. Применение последовательного включения устройств с задержанной обратной связью позволяет существенно увеличить коэффициент накопления сигнала, что особенно важно в тех случаях, когда коэффициент обратной связи нельзя брать близким к единице или когда полоса пропускания линии задержки сравнительно мала.

ЛИТЕРАТУРА

1. W. D. White, A. E. Ruvin, IRE National Convent. Record, 1957, P. 2, March, 186.
2. Г. В. Глебович, Л. А. Моругин, Формирование импульсов наносекундной длительности, Изд. Советское радио, 1958.

Поступила в редакцию
28 III 1960

1960 № 12

ВОЗДЕЙСТВИЕ ПОМЕХ НА СИСТЕМУ ЧАСТОТНОЙ АВТОПОДСТРОЙКИ ЧАСТОТЫ. Ч. II

М. С. Немировский

Рассмотрено действие внешних и внутренних помех на систему частотной автоподстройки частоты в отсутствие ограничения перед частотным дискриминатором.

1. Настоящая статья является продолжением работы [1], поэтому обозначения и терминология [1] используются без дополнительных пояснений.

В [1] рассмотрены вопросы воздействия помех на некоторые системы частотной автоподстройки частоты (ЧАП), содержащие идеальный ограничитель перед дискриминатором.

Интересно рассмотреть работу этих систем в отсутствие ограничения перед дискриминатором. Этому вопросу и посвящена настоящая статья.

Ниже, как и в [1], рассмотрены два варианта схем системы ЧАП: первый вариант, когда полоса пропускания фильтра на выходе смесителя (фильтр ПЧ) много шире полосы пропускания фильтра на входе смесителя (фильтр ВЧ), и второй вариант, когда, наоборот, полоса пропускания фильтра ВЧ много шире, чем у фильтра ПЧ.

Рассматривая случай отсутствия ограничения, предполагаем, что дискриминатор дает на выходе напряжение, пропорциональное произведению огибающей входного сигнала на отклонение его мгновенной круговой частоты от средней частоты дискриминатора (коэффициент пропорциональности будем называть крутизной дискриминатора $S_д$). Такое предположение о свойствах дискриминатора оправдано для реальных дискриминаторов лишь как первое приближение [2].

2. Определим вначале закон установления средней частоты в первой схеме АПЧ при гармоническом эталонном сигнале и флуктуационной помехе. Основное уравнение системы в отсутствие ограничения принимает вид

$$\frac{\varphi'_{сг}(t)}{2\pi} = f_{сгс} + \frac{1}{2\pi} S_у S_д k_{см} U_{сг} R U'_{эп}(t)\,[\varphi'_{эп}(t) - \varphi'_{сг}(t) - 2\pi f_д], \qquad (1)$$

где $k_{см}$ — крутизна преобразования смесителя. Введя обозначения

$$F_{сг0}(t) = \frac{\varphi'_{сг}(t)}{2\pi} - f_{э0} + f_д, \qquad (2)$$

$$F_{эп0}(t) = \frac{\varphi'_{эп}(t)}{2\pi} - f_{э0}, \qquad (3)$$

$$\Delta F_{сгс0}(t) = f_{сгс} - f_{э0} + f_д, \qquad (4)$$

перепишем (1) в виде

$$F_{сг0}(t) = \Delta F_{сгс_0}(t) + S_у S_д k_{см} U_{сг} R U_{эп}(t)\,[F_{эп0}(t) - F_{сг0}(t)]. \qquad (5)$$

Откуда

$$\overline{F_{сг0}(t)} = \overline{\Delta F_{сгс0}(t)} + S_у S_д k_{см} U_{сг} R\,[\overline{U_{эп}(t) F_{эп0}(t)} - \overline{U_{эп}(t) F_{сг0}(t)}]. \qquad (6)$$

Примем, что $F_{\text{сго}}(t)$ меняется медленно по сравнению с $U_{\text{эп}}(t)$, тогда

$$\overline{U_{\text{эп}}(t)\,F_{\text{сго}}(t)} = \overline{U_{\text{эп}}(t)}\;\overline{F_{\text{сго}}(t)}. \tag{7}$$

Обратимся к вычислению величины $\overline{U_{\text{эп}}(t)\,F_{\text{эпо}}(t)}$:

$$\overline{U_{\text{эп}}(t)\,F_{\text{эпо}}(t)} = \overline{U_{\text{эп}}(t)\left[\frac{\varphi'_{\text{эп}}(t)}{2\pi} - f_{\text{эо}}\right]} = \overline{U_{\text{эп}}(t)\left[\frac{\varphi'_{\text{гп}}(t)}{2\pi} - f_{\text{шо}}\right]} + \overline{U_{\text{эп}}}\,\Delta f_{\text{эш}}. \tag{8}$$

Используя результаты [3], найдем

$$\overline{U_{\text{эп}}(t)\left[\frac{\varphi'_{\text{эп}}(t)}{2\pi} - f_{\text{шо}}\right]} = -\frac{\sqrt{\pi}}{2}\,U_{\text{э}}\,p\,e^{-\frac{p^2}{2}}\left[I_0\left(\frac{p^2}{2}\right) + I_1\left(\frac{p^2}{2}\right)\right]\Delta f_{\text{эш}}. \tag{9}$$

Подставляя (9) в (8), найдем

$$\overline{U_{\text{эп}}(t)\,F_{\text{эпо}}(t)} = -U_{\text{э}}\gamma_2(p)\,\Delta f_{\text{эш}} + \overline{U_{\text{эп}}}\Delta f_{\text{эш}}, \tag{10}$$

где

$$\gamma_2(p) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\,p\,e^{-\frac{p^2}{2}}\left[I_0\left(\frac{p^2}{2}\right) + I_1\left(\frac{p^2}{2}\right)\right]. \tag{11}$$

Учитывая теперь, что

$$\overline{U_{\text{эп}}(t)} = U_{\text{э}}\,[\gamma_3(p) + \gamma_2(p)], \tag{12}$$

где

$$\gamma_3(p) = \frac{\sqrt{\pi}}{2p}\,e^{-\frac{p^2}{2}}\,I_0\left(\frac{p^2}{2}\right), \tag{13}$$

и подставляя (10), (7) в (6), найдем

$$\overline{F_{\text{сго}}(t)} = \overline{\Delta F_{\text{сго}}(t)} + S_{\text{у}}S'_{\text{д}}U_{\text{э}}\,\gamma_3(p)\,\mathbf{R}\,\Delta f_{\text{эш}} + S_{\text{у}}S'_{\text{д}}U_{\text{э}}\gamma_4(p)\,\mathbf{R}\overline{F_{\text{сго}}(t)}, \tag{14}$$

где

$$S'_{\text{д}} = S_{\text{д}}k_{\text{см}}U_{\text{сг}};\quad \gamma_4 = \gamma_2(p) + \gamma_3(p). \tag{15}$$

Из (14) следует

$$\overline{F_{\text{сго}}(t)} = [\mathbf{E} + S_{\text{у}}S'_{\text{д}}U_{\text{э}}\,\gamma_4(p)\,\mathbf{R}]_{\text{обр}}\,\overline{\Delta F_{\text{сго}}(t)} +$$

$$+ [\mathbf{E} + S_{\text{у}}S'_{\text{д}}U_{\text{э}}\gamma_4(p)\,\mathbf{R}]_{\text{обр}}S_{\text{у}}S'_{\text{д}}U_{\text{э}}\gamma_3(p)\,\mathbf{R}\,\Delta f_{\text{эш}}. \tag{16}$$

Частотная характеристика, соответствующая оператору $[\mathbf{E} + S_{\text{у}}S'_{\text{д}}U_{\text{э}}\gamma_4(p)\,\mathbf{R}]_{\text{обр}}$,

$$k_1(jf) = \frac{1}{1 + S_{\text{у}}\,S'_{\text{д}}U_{\text{э}}\gamma_4(p)\,k(jf)}, \tag{17}$$

а оператору $[\mathbf{E} + S_{\text{у}}S'_{\text{д}}U_{\text{э}}\gamma_4(p)\,\mathbf{R}]_{\text{обр}}\,S_{\text{у}}\,S'_{\text{д}}U_{\text{э}}\gamma_3(p)\,\mathbf{R}\,\Delta f_{\text{эш}}$ —

$$-\,k_2(jf) = \frac{S_{\text{у}}\,S'_{\text{д}}U_{\text{э}}\gamma_3(p)\,k(jf)}{1 + S_{\text{у}}S'_{\text{д}}U_{\text{э}}\gamma_4(p)\,k(jf)}. \tag{18}$$

Функции $\gamma_3(p)$ и $\gamma_4(p)$ представлены на рис. 1. По формулам (16)—(18) можно рассчитать процесс установления частоты в системе.

Остаточная расстройка составит

$$\Delta f_{\text{ост}} = \frac{\Delta f_{\text{н}}}{1 + S_{\text{у}}S'_{\text{д}}U_{\text{э}}\gamma_4(p)} + \frac{S_{\text{у}}\,S'_{\text{д}}U_{\text{э}}\gamma_3(p)\,\Delta f_{\text{эш}}}{1 + S_{\text{у}}S'_{\text{д}}U_{\text{э}}\gamma_4(p)}, \tag{19}$$

где $\Delta f_{\text{н}}$ — начальная расстройка.

Примем теперь, что $S_{\text{у}}S'_{\text{д}}U_{\text{э}}\gamma_4(p) \gg 1$ (это условие совпадает с условием нормальной работы автоподстройки). Из (19) найдем для составляю-

дей остаточной расстройки, возникающей из-за наличия $\Delta f_{эш}$,

$$\Delta f_{ост\,1} \simeq \frac{\gamma_3(p)}{\gamma_4(p)} \Delta f_{эш}. \tag{20}$$

При больших p

$$\Delta f_{ост\,1} \simeq \frac{\Delta f_{эш}}{2p^2}. \tag{21}$$

Для схемы с идеальным ограничителем, как показано в [1],

$$\Delta f_{ост\,1} \simeq e^{-p^2} \Delta f_{эш}. \tag{22}$$

Сравнение выражений (20) и (22) показывает, что при действии флуктуационной помехи первая из рассматриваемых схем в отсутствие ограничения еще менее помехоустойчива, чем при идеальном ограничении.

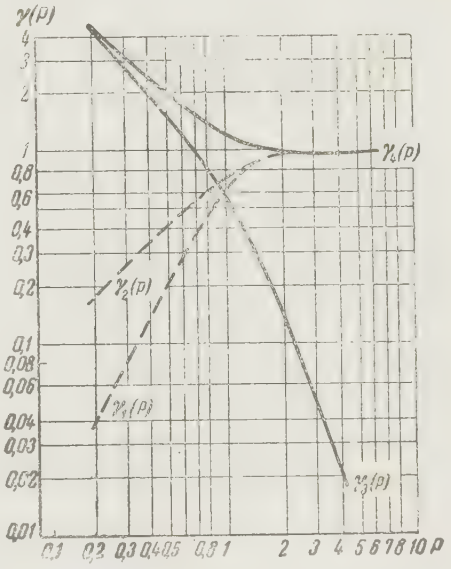


Рис. 1

3. Определим теперь закон установления средней частоты в первой схеме ЧАП в отсутствие ограничения и при гармонических сигналонном сигнале и помехе. Будем считать вначале, что отношение уровня помехи к уровню сигнала $q < 1$. Аналогично п. 2 получим уравнение (6).

Предположим теперь, что либо достаточно мало, так что постоянная составляющая $U_{эп}$ гораздо больше уровня переменной составляющей $U_{эп}$, либо фильтр R имеет достаточно большую постоянную времени, так что постоянная составляющая $F_{сго}(t)$ гораздо больше переменной составляющей $F_{сго}(t)$. Тогда

$$\overline{U_{эп}(t)\, F_{сго}(t)} = \overline{U_{эп}(t)}\ \overline{F_{сго}(t)}. \tag{23}$$

Но, как показано в [4],

$$\overline{U_{эп}(t)} = \gamma_5(q)\, U_э, \tag{24}$$

$$\gamma_5(q) = 1 + \frac{1}{4} q^2 + \frac{1}{64} q^4 + \frac{1}{2^8} q^6 + \cdots \tag{25}$$

Обратимся к вычислению величины $\overline{U_{эп}(t)\, F_{эпо}(t)}$:

$$\overline{U_{эп}(t)\, F_{эпо}(t)} = \frac{U_э \omega_р}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{\omega_р}} \frac{\sqrt{1+q^2+2q\cos\omega_р t}\; q f_р (q+\cos\omega_р t)}{1+q^2+2q\cos\omega_р t}\, dt,$$

где $\omega_р = 2\pi f_р$ — разность частот сигнала и помехи,

$$\overline{U_{эп}(t)\, F_{эпо}(t)} = \frac{q U_э f_р}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{q+\cos t}{\sqrt{1+q^2+2q\cos t}}\, dt = \gamma_6(q)\, U_э f_р. \tag{26}$$

Функции $\gamma_5(q)$ и $\gamma_6(q)$ представлены на рис. 2. Подставляя (23) и (26) в (6) и учитывая (24), найдем

$$F_{сго}(t) = [\mathbf{E} + S_у S'_д U_э \gamma_5(q)\, \mathbf{R}]_{обр} \overline{F_{сго}(t)} + [\mathbf{E} + S_у S'_д U_э \gamma_5(q)\, \mathbf{R}]_{обр} S_у S'_д U_э \gamma_6(q)\, \mathbf{R} f_р. \tag{27}$$

Остаточная расстройка

$$\Delta f_{\text{ост}} = \frac{\Delta f_{\text{н}}}{1 + S_{\text{у}} S'_{\text{д}} U_{\text{э}} \gamma_5(q)} + \frac{S_{\text{у}} S_{\text{д}} U_{\text{э}} \gamma_6(q) f_{\text{р}}}{1 + S_{\text{у}} S'_{\text{д}} U_{\text{э}} \gamma_5(q)}. \quad (28)$$

Составляющая остаточной расстройки, связанная с величиной $f_{\text{р}}$,

$$\Delta f_{\text{ост1}} = \frac{\gamma_6(q)}{\gamma_5(q)} f_{\text{р}}. \quad (29)$$

Выражения (24) — (29) справедливы при $q < 1$; при $q > 1$ помеха и сигнал меняются ролями, так что полученные формулы остаются справед-

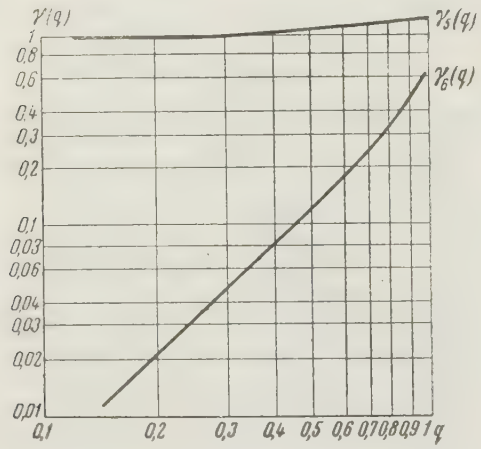


Рис. 2

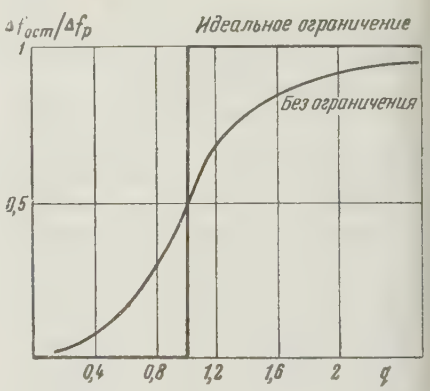


Рис. 3

ливыми, если только вместо $f_{\text{э0}}$ подставить $f_{\text{п0}}$, а вместо q — величину $1/q$. Учитывая это замечание, можно, в частности, найти зависимость составляющей остаточной расстройки от q при любом q (включая и $q > 1$). Эта зависимость представлена на рис. 3. На этом же рисунке представлена аналогичная зависимость для случая, когда используется идеальное ограничение [1]. Сравнение кривых показывает, что если при идеальном ограничении изменение остаточной расстройки при приближении q к единице происходит скачком, то в отсутствие ограничения это изменение происходит плавно, хотя и довольно быстро.

Перейдем теперь к рассмотрению второй схемы ЧАП в отсутствие ограничения в дискриминаторе. Будем рассматривать лишь действие флуктуационной помехи при $\Delta f_{\text{ш}} = 0$, так как по отношению к гармонической помехе вторая схема ведет себя аналогично первой.

Рассмотрим вначале закон установления средней частоты. Уравнение (27) из [1] остается здесь справедливым. Далее, как показано в [3], в отсутствие ограничения и при $\Delta f_{\text{ш}} = 0$

$$\frac{1}{2\pi} \overline{\mathbf{D}\{k_{\text{см}} U_{\text{э}} U_{\text{сг}} \cos[2\pi f_{\text{э0}} - f_{\text{сг}}(t)]} + \overline{+ k_{\text{см}} U_{\text{сг}} U_{\text{ш}}(t) \cos[2\pi f_{\text{ш0}}(t) + \varphi_{\text{ш}}(t)]\}} = -S'_{\text{д}} U_{\text{э}} \gamma_2(p) \overline{F_{\text{сго}}(t)}. \quad (30)$$

Подставляя (30) в (27) из [1], найдем

$$\overline{F_{\text{сго}}(t)} = [E + S_{\text{у}} S'_{\text{д}} U_{\text{э}} \gamma_2(p)\, \mathbf{R}]^{-1}_{\text{обр}} \overline{F_{\text{сго}}(t)}. \quad (31)$$

Выражение (31) позволяет определить процесс установления средней частоты стабилизируемого генератора. Остаточная расстройка

$$\Delta f_{\text{ост}} = \frac{\Delta f_{\text{н}}}{1 + S_{\text{у}} S'_{\text{д}} U_{\text{э}} \gamma_2(p)} = \frac{\Delta f_{\text{н}}}{1 + S_{\text{у}} S'_{\text{д}} \sqrt{2}\, p \gamma_2(p)}. \quad (32)$$

Выражение (32) показывает, что в данном случае остаточная расстройка зависит от абсолютной величины сигнала эталонного генератора. Это совершенно естественно, поскольку эта величина в отсутствие ограничителя определяет среднюю крутизну дискриминатора. В связи с этим и зависимость $\Delta f_{ост}$ от p не является однозначной, а определяется тем, что именно меняется при изменении p — $U_э$, σ или обе эти величины одновременно.

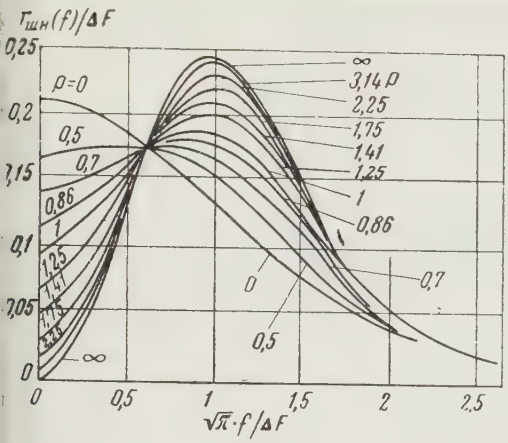


Рис. 4

Обратимся теперь к определению закона изменений частоты стабилизируемого генератора в стационарном режиме. Это удается сделать лишь при малых значениях p, когда шумовые составляющие на выходе дискриминатора не зависят от $F_{сг0}(t)$[3]. Это имеет место практически при $p < 1$. В этих условиях, используя результаты [3], из (24) работы [1] найдем

$$r_{сг}(f) = |k_1(jf)|^2 r_{сгс}(f) + |k_2(jf)| r_{шн}(f), \qquad (33)$$

$$k_1(jf) = \frac{1}{1 + S_у S'_д \gamma_2(p) k(j\omega)\sigma_p \sqrt{2}}; \qquad (34)$$

$$k_2(jf) = \frac{S_у S'_д \sigma k(j\omega)}{1 + S_у S'_д U_э \gamma_2(p) k(j\omega)\sigma_p \sqrt{2}}, \qquad (35)$$

рафик $r_{шн}(f)$ для этого случая представлен на рис. 4.

Перейдем к сравнению систем ЧАП, в которых используются дискриматоры с идеальным ограничителем и без него, с точки зрения величины . Будем предполагать, что в обеих системах используются одинаковые ильтры нижних частот. Для того чтобы время установления и остаточ- расстройка в обоих случаях были одинаковыми, необходимо, как это но из (34) и (31) работы [1], чтобы

$$S_у S_д \gamma_1(p) = S_у S'_д \sigma \sqrt{2p}\gamma_2(p),$$

уда при одинаковых управляющих элементах

$$S'_д \sigma = \frac{S_д \gamma_1(p)}{\sqrt{2p}\gamma_2(p)}. \qquad (36)$$

этом условии, из (33) и выражения (33) работы [1] следует

$$g = \frac{\Delta f^2_{без\ огр}}{\Delta f^2_{идеал\ огр}} = \frac{\gamma_1^2(p) r_{шн}(0)}{2p^2\gamma_2^2(p) r_ш(0)}. \qquad (37)$$

асчет показывает, что g при $p < 1$ составляет 0,5—0,4, т. е. в отсутствие ограничения Δf^2 оказывается в 2—2,5 раза меньшим, чем при ограничении при одинаковых в обоих случаях времени установления и остаточной расстройке. Такое уменьшение Δf^2 потребовало бы, при идеальном ограничении, увеличения соотношения сигнал/шум p на входе системы

ЧАП примерно на 20% при неизменных параметрах фильтра нижн частот и времени установления частоты (при $p < 1$) (см. [1]). Таким обр зом, преимущества системы ЧАП без ограничения оказываются не сли ком заметными.

В заключение отметим, что приведенные выше выражения, так как и материал работы [1], тщательно проверялись эксперименталь Результаты экспериментов подтвердили правильность полученных данны

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Каганов, М. С. Немировский, Действие помех на систем частотной автоподстройки частоты. Ч. I, Радиотехника и электроника, 196 5, 9, 1380.
2. В. М. Сидоров, Радиотехника, 1959, 14, 9, 29.
3. D. Middleton, Quart. Appl. Math., 1949, 2.
4. А. Н. Попов, Математический анализ биений, ГЭИ, 1956.

Поступила в редакцию
3 II 1960

960 № 12

МЕТОД ФИЗИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ИДЕАЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ МОЩНОСТИ

Э. В. Зелях, Б. Я. Лурье

Предложен метод реализации идеального преобразователя мощности в виде схемы, состоящей из усилителя и двух активных сопротивлений. Описаны результаты экспериментальной проверки устройства, выполненного по предлагаемому методу. Рассмотрены некоторые области применения преобразователя, в частности, в качестве конвертора отрицательных сопротивлений. Определены условия устойчивости схем, содержащих идеальный преобразователь мощности.

ВВЕДЕНИЕ

Понятие идеального преобразователя мощности как элемента электрической схемы предложено одним из авторов настоящей статьи [1]. Напомним, что идеальным преобразователем мощности был назван такой четырехполюсник, матрица $[a]$ которого имеет вид

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{K} & 0 \\ 0 & \frac{1}{K} \end{bmatrix}.$$

При включении преобразователя каскадно между некоторыми четырехполюсниками он увеличивает сигнал при направлении передачи слева направо в K раз, при направлении передачи справа налево — в $1/K$ раз, независимо от величин входных сопротивлений цепей вправо и влево от него. Входное сопротивление $Z_{вх}$ преобразователя на одной из пар его полюсов равно нагрузке $Z_н$, которая подключена к другой паре его полюсов.

Понятие об идеальном преобразователе удобно при анализе электрических схем [2], так как оно позволяет свести любой необратимый четырехполюсник к некоторому обратимому, соединенному каскадно с преобразователем. Применение понятия об идеальном преобразователе к синтезу электрических схем затруднялось тем обстоятельством, что метод физической реализации самого преобразователя не был известен.

Ниже описан удобный метод физической реализации идеального преобразователя в виде схемы, содержащей обычные элементы электрической цепи: сопротивления, емкости, индуктивности, лампы или полупроводниковые приборы. При разработке метода обращалось внимание как на удобство и простоту расчетов и выполнения схемы, так и на ее надежность в работе — постоянство ее параметров во времени.

1. СХЕМА, ЭКВИВАЛЕНТНАЯ ИДЕАЛЬНОМУ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЮ МОЩНОСТИ

Рассмотрим схему (рис. 1, *а*), содержащую однонаправленный усилитель с коэффициентом усиления по напряжению μ, входным сопротивлением Z_1 и выходным сопротивлением sZ_1, охваченный комбинированной обратной связью при помощи сопротивлений Z_2 и Z_3. На рис. 1, *б* показана та же схема, на которой усилитель, для удобства анализа, изображен в виде эквивалентной схемы с управляемой эдс.

Определим те величины сопротивлений Z_2 и Z_3, при которых схема рис. 1 обращается в идеальный преобразователь мощности*. Для определения того, является ли данная схема таким преобразователем, достаточно рассмотреть лишь режимы холостого хода и короткого замыкания на его выходе.

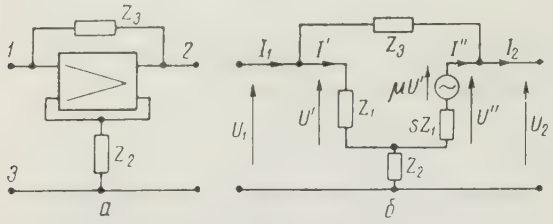


Рис. 1. Схема, при определенных условиях эквивалентная идеальному преобразователю мощности

1. Замкнем зажимы *2—3* и потребуем, чтобы входное сопротивление преобразователя слева было равно нулю. Входное сопротивление цепи можно определить по формуле [3] (стр. 65, 88)

$$Z_{вх} = Z_0 \frac{1 + T(0)}{1 + T(\infty)}, \qquad (1$$

где Z_0 — входное сопротивление цепи при $\mu = 0$; $T(0)$ — возвратное отношение при коротком замыкании полюсов, между которыми определяется $Z_{вх}$; $T(\infty)$ — возвратное отношение при холостом ходе тех же полюсов.

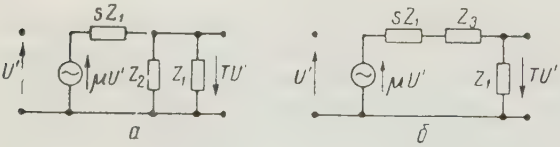


Рис. 2. К определению возвратных разностей T (0) (*а*) $T(\infty)$, (*б*

Возвратное отношение T определяется как отношение напряжения, получаемого на выходе цепи обратной связи, к напряжению, подаваемому на вход усилителя. При определении T петлю обратной связи разрывают перед входом усилителя и относят входное сопротивление усилителя к цепи обратной связи. Направление напряжения на выходе цепи обратной связи считают противоположным по отношению ко входному напряжению.

Так как в нашем случае $Z_0 \neq 0$, как видно непосредственно на рис. 1 а $Z_{вх} = 0$, то числитель в (1) равен нулю, т. е. (см. рис. 2, *а*)

$$-1 = T(0) = \frac{\frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}\mu}{\frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} + sZ_1},$$

откуда

$$Z_2 = \frac{sZ_1}{\mu - s - 1}. \qquad (2$$

* Это можно сделать, например, составив уравнения контурных токов и определив условия, при которых I_1 зависит только от I_2, а U_1 — только от U_2. Однако метод расчета, изложенный в статье, удобен тем, что из него вытекают и условия устойчивости цепи, рассматриваемые в дальнейшем.

По другой известной формуле [4] (стр. 226)

$$Z_{вх} = \frac{a_{11}Z_н + a_{12}}{a_{21}Z_н + a_{22}}; \tag{3}$$

нашем случае $Z_{вх} = Z_н = 0$, поэтому

$$0 = \frac{a_{12}}{a_{22}},$$

куда

$$a_{12} = 0. \tag{4}$$

Определим коэффициент передачи по току K_i. Поскольку справа роткое замыкание, напряжение на выходе усилителя U'' равно с обратным знаком напряжению на сопротивлении Z_2, но оно, в свою очередь, вно с обратным знаком входному напряжению усилителя U', так как ева $Z_{вх} = 0$ и $U_1 = 0$; следовательно,

$$I_1Z_1 = \mu I_1Z_1 - I_2sZ_1,$$

куда

$$K_i = \frac{I_2}{I_1} = \frac{\mu - 1}{s}. \tag{5}$$

ак будет показано ниже, для искомого четырехполюсника $a_{21} = 0$, этому

$$a_{22} = \frac{1}{K_i} = \frac{s}{\mu - 1}. \tag{6}$$

2. Пусть на правых зажимах идеального преобразователя будет олостой ход, тогда входное сопротивление преобразователя слева должно вняться бесконечности. Согласно (1) в этом случае $T(\infty) = -1$, т. е. ис. 2, *б*)

$$-1 = \frac{-\mu Z_1}{(1+s)Z_1 + Z_3},$$

куда

$$Z_3 = (\mu - s - 1)Z_1. \tag{7}$$

о формуле (3) для $Z_{вх}'' = Z_н = \infty$ имеем

$$Z_{вх} = \frac{a_{11}Z_н + a_{12}}{a_{21}Z_н + a_{22}} = \frac{a_{11}}{a_{21}},$$

куда

$$a_{21} = 0. \tag{8}$$

Определим коэффициент передачи по напряжению K_U. Поскольку рава холостой ход, выходной ток усилителя I'' равен току через сотивление Z_3 (слева направо), но он, в свою очередь, равен току I' входе усилителя, так как слева $Z_{вх} = \infty$ и $I_1 = 0$; следовательно,

$$\frac{U_1}{Z_1} = -\frac{U_2 - \mu U_1}{sZ_1},$$

куда

$$K_U = \frac{U_2}{U_1} = \mu - s \tag{9}$$

так как $a_{12} = 0$,

$$a_{11} = \frac{1}{K_U} = \frac{1}{\mu - s}. \tag{10}$$

Таким образом, окончательно, если применимы выражения (2), (7), матрица схемы имеет вид

$$[a] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\mu - s} & 0 \\ 0 & \frac{s}{\mu - s} \end{bmatrix}.$$

При $s = 1$ схема рис. 1 обращается, как видно из рассмотрения ее матрицы $[a]$, в идеальный преобразователь мощности. При $s \neq 1$, т. е. при $K_i \neq K_U$, схема, как можно легко убедиться, представляет каскадное соединение идеального преобразователя с коэффициентом передачи

$$K = \sqrt{K_i K_U}$$

и идеального трансформатора с коэффициентом трансформации

$$n = \sqrt{\frac{K_i}{K_U}}.$$

Для удобной физической реализации идеального преобразователя мощности с чисто вещественным коэффициентом передачи K требуется, чтобы μ, Z_1, sZ_1, Z_2, Z_3 были вещественными и положительными.

Получить достаточно стабильную во времени и чисто вещественную величину μ во всем рабочем диапазоне можно, применив усилитель с достаточно глубокой отрицательной обратной связью. Если усилитель не является односторонним в строгом смысле этого слова, то незначительное прохождение сигнала с выхода на вход через усилитель можно компенсировать соответствующим изменением Z_2 и Z_3.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА МЕТОДА

Вследствие того, что входное и выходное сопротивления усилителя для идеального преобразователя с чисто вещественным K должны быть вещественными и постоянными, удобно взять для экспериментальной проверки схемы, представленной на рис. 1, усилитель на пентодах с заземленным катодом, охватить его отрицательной обратной связью по току и зашунтировать вход и выход его требуемыми сопротивлениями Z_1 и sZ_1. Поскольку усилитель должен иметь чисто вещественное положительное μ, число каскадов должно быть четным.

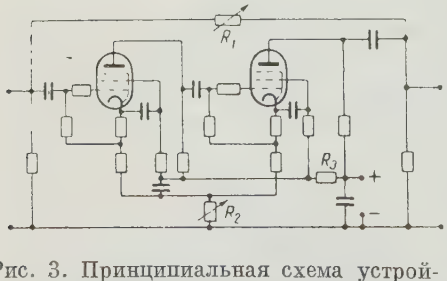


Рис. 3. Принципиальная схема устройства, обладающего свойствами идеального преобразователя мощности

Для экспериментов был изготовлен простой двухкаскадный усилитель на пентодах 6Ж1П, причем для того чтобы избежать применения трансформаторов, каждая лампа была охвачена самостоятельной отрицательной обратной связью по току, а вход и выход всего устройства отделялись от цепей постоянного тока достаточного большими разделительными конденсаторами (рис. 3). Роль сопротивления Z_3 играет переменное сопротивление R_1, а роль Z_2 — сопротивления R_2 и R_3, соединенные параллельно по переменному току. Схема регулировалась таким образом, чтобы при холостом ходе с двух сторон незначительное уменьшение R_1 а при коротком замыкании с двух сторон незначительное увеличение R_3 приводили к генерации.

Результаты измерений (см. таблицу) показывают, что схема рис. 3 ляется успешной реализацией идеального преобразователя мощности. ледует отметить, что не наблюдалось никаких изменений параметров

$R_н$	K_U	K_i	$R_{вх}$	$R_н$	K_U	K_i	$R_{вх}$
∞	21,0	21,6	1 *Мом*	4,7*к*	21,8	22,2	4,65*к*
10*к*	21,6	21,6	10*к*	1,3*к*	22,0	22,0	1,3*к*

емы после пятичасового прогрева ламп (первые измерения делались осле десятиминутного прогрева ламп), т. е. даже относительно небольая (пятикратная) отрицательная обратная связь удовлетворительно абилизирует параметры усилителя.

3. НЕКОТОРЫЕ ПРАКТИЧЕСКИЕ ПРИМЕНЕНИЯ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

Устройство, выполненное по вышеописанному принципу, может найти рименение в лабораторной практике при измерениях и синтезе различых электрических схем. Так, например, преобразователь с переключаеым коэффициентом передачи K может быть использован в схемах измеения характеристического и рабочего затуханий вместо магазинов заухания или эталонных усилителей, причем он пригоден для измерений етырехполюсников с любыми характеристическими сопротивлениями.

При измерении больших затуханий (например, при измерении затуания электрических фильтров) в цепи, состоящей из некоторого числа аскадно, в общем случае, несогласованно соединенных звеньев, прихоится пользоваться для выделения сигнала из шумов узкополосными ндикаторами, перестройка которых значительно усложняет процесс змерения. Если же включить между звеньями измеряемой цепи идеальый преобразователь, то отношение сигнал/шум на выходе цепи улучшится а величину коэффициента передачи преобразователя, что позволит вести змерения обычным широкополосным индикатором. Вообще идеальный реобразователь удобен тем, что его можно включать в любое место тракта ля увеличения или уменьшения уровня сигнала без всякого влияния на епень согласования участков тракта между собой.

Идеальный преобразователь можно также использовать как конвер- р отрицательных сопротивлений. Действительно, присоединим к верхим зажимам преобразователя, имеющего общий нижний провод, неко- рое сопротивление Z. Очевидно, что оно никак не повлияет на равенство

$$U_1 = \frac{1}{K} U_2,$$

поэтому у полученного четырехполюсника $a_{11} = 1/K$, $a_{12} = 0$. Далее гласно рис. 4, *а*,

$$I_1 = I_3 + I_4, \quad I_3 = I_2 - I_5, \quad I_5 = KI_4,$$

ткуда получаем уравнение

$$I_1 = \left(1 - \frac{1}{K}\right) I_3 + \frac{1}{K} I_2. \tag{11}$$

итывая, что

$$I_3 Z = U_1 - U_2 = U_2 \left(\frac{1}{K} - 1\right),$$

ерепишем уравнение (11) в виде

$$I_1 = -\frac{1}{Z}\left(1 - \frac{1}{K}\right)^2 U_2 + \frac{1}{K} I_2. \tag{12}$$

Согласно (12), у полученного четырехполюсника

$$a_{12} = -\frac{1}{Z}\left(1 - \frac{1}{K}\right)^2, \quad a_{22} = \frac{1}{K}$$

и окончательно

$$[a] = \begin{bmatrix} \frac{1}{K} & 0 \\ -\frac{(K-1)^2}{ZK^2} & \frac{1}{K} \end{bmatrix}. \tag{13}$$

Заметим, что если включить параллельно входу преобразователя некоторое сопротивление Z', то, перемножая матрицу $[a_2]$ четырехполюс-

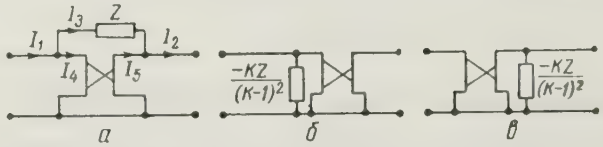


Рис. 4. Идеальный преобразователь мощности как конвертор отрицательных сопротивлений, устойчивых при коротком замыкании

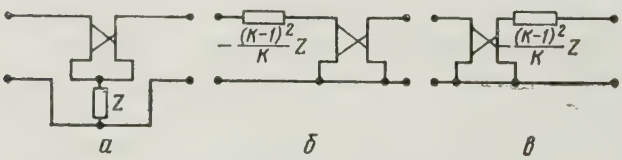


Рис. 5. Идеальный преобразователь мощности как конвертор отрицательных сопротивлений, устойчивых при холостом ходе

ника, содержащего лишь это Z' [3] (стр. 235), и матрицу $[a]$ преобразователя, получим матрицу четырехполюсника в целом:

$$[a_1] = [a_2][a] = [a][a_2] = \begin{bmatrix} \frac{1}{K} & 0 \\ \frac{1}{KZ'} & \frac{1}{K} \end{bmatrix}. \tag{14}$$

Порядок перемножения при этом безразличен, ибо результат получается тождественный, что говорит об эквивалентности присоединения сопротивления ко входу или выходу идеального преобразователя.

Сравнивая (13) с (14), убеждаемся, что подключение сопротивления Z параллельно верхним зажимам преобразователя равноценно подключению к левым (рис. 4, *б*) или правым (рис. 4, *в*) зажимам преобразователя сопротивления $-ZK/(K-1)^2$.

Таким образом, на входе или выходе преобразователя будет измеряться умноженное на отрицательную величину $-K/(K-1)^2$ сопротивление Z. Отрицательные сопротивления при этом получаются устойчивыми при коротком замыкании, что непосредственно видно из рассмотрения схемы рис. 4, *а*.

При помощи простых преобразований, аналогичных предыдущему доказательству, или непосредственно из соображений дуальности, можно показать, что включение сопротивления Z в общий провод входа и выхода преобразователя (рис. 5, *а*) равноценно включению последовательно входу (рис. 5, *б*) или выходу (рис. 5, *в*) сопротивления $-Z(K-1)^2/K$. Замыкая правые или левые зажимы получившейся цепи, мы на оставшейс

паре зажимов можем измерить отрицательное сопротивление, которое является, очевидно, устойчивым при холостом ходе.

Мы видим, что одна и та же активная схема, включаемая различным образом, может давать на выходе или входе усилительного устройства отрицательные сопротивления как устойчивые при холостом ходе, так и устойчивые при коротком замыкании, что является существенным преимуществом по сравнению с известными типами конверторов [5].

4. УСТОЙЧИВОСТЬ ЦЕПИ ПРИ ВКЛЮЧЕНИИ В НЕЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

При выводе соотношений, при которых схема рис. 1 обращается в идеальный преобразователь, мы видели, что при холостом ходе одновременно справа и слева, а также при коротком замыкании одновременно справа и слева, возвратное отношение T обращается в —1. Это означает, что цепь находится на грани генерации. Однако эти два предельных случая нагрузок не представляют практического интереса, при всех же других пассивных нагрузках цепь устойчива. Действительно, при подходе к генерации цепи сопротивления по любому контуру в ней становятся равными нулю. Рассмотрим контур: вход преобразователя слева, нагрузка слева. Входное сопротивление преобразователя слева равно сопротивлению цепи, на которую он нагружен справа. Следовательно, цепь является неустойчивой лишь в том случае, если она неустойчива и при замене преобразователя парой проводов.

Рассмотрим более общий случай для обратимой цепи. Если преобразователь включается в некоторую обратимую цепь, это соединение всегда равноценно подключению параллельно преобразователю некоторого обратимого четырехполюсника, который, в свою очередь, всегда может быть представлен в виде эквивалентной Π-схемы. Горизонтальная ветвь Π-схемы, как было показано выше, пересчитывается с некоторым отрицательным коэффициентом параллельно входу преобразователя. Таким образом, определение устойчивости такой цепи сводится к следующему.

Если преобразователь присоединен параллельно некоторой обратимой Π-схеме, то цепь будет устойчива в том и только в том случае, если сумма проводимостей вертикальных ветвей Π-схемы и горизонтальной ветви, помноженной на $-(K-1)^2/K$, не имеет нулей в правой полуплоскости.

Можно, конечно, преобразовать четырехполюсник, включенный параллельно преобразователю, в эквивалентную T-схему. В этом случае, по соображениям дуальности, критерием устойчивости цепи служит отсутствие в правой полуплоскости нулей суммы всех сопротивлений T-схемы, причем вертикальное сопротивление T-схемы предварительно умножается на коэффициент $-(K-1)^2/K$.

Справедливость этих соображений была подтверждена на практике для схемы рис. 2, причем преобразователь подключался к схемам, содержащим как пассивные, так и активные (отрицательные сопротивления) обратимые элементы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. В. Зелях, Идеальный преобразователь мощности — новый элемент электрической схемы, Электросвязь, 1957, 1, 35.
2. Л. Р. Явич, Структура матриц и свойства четырехполюсников из реактивных элементов, Радиотехника и электроника, 1959, 4, 11, 1796.
3. Г. Боде, Теория цепей и проектирование усилителей с обратной связью, ИЛ, 1948.
4. Э. В. Зелях, Основы общей теории линейных электрических схем, Изд. АН СССР, 1951.
5. D. Turner, T. B. M. Nell, The principles of negative impedance convertors and the development of negative-impedance 2-wire repeater, Post office electr. engrs J., 1958. 51, 3, 206.

Поступила в редакцию
7 V 1960

1960 № 12

К ВОПРОСУ О ФИЗИЧЕСКОЙ ПРИРОДЕ МАГНИТНЫХ ШУМОВ

Н. Н. Колачевский

Обнаружено, что флуктуации амплитуды переменного магнитного поля сильно влияют на неповторяемость эффекта Баркгаузена в разных циклах перемагничивания. Относительные флуктуации магнитного поля порядка 10^{-5}— 10^{-4} оказываются достаточными, чтобы обусловливать наблюдаемую на опыте интенсивность магнитного шума.

ВВЕДЕНИЕ

Вопрос о факторах, которые могут приводить к непериодичности процессов перемагничивания ферромагнитного образца, и связанной с этой непериодичностью сплошной составляющей спектра эдс индукции при циклическом перемагничивании обсужден в работах [1, 2]. В этих работах показано, что предположение о возможной связи между магнитными шумами и тепловыми флуктуациями в образце не подтвердилось на опыте, так что следует искать другие причины появления магнитных шумов. К числу таких причин могут относиться флуктуации внешнего магнитного поля, в котором находится ферромагнитный сердечник. Обычно влияния различных паразитных наводок можно свести к минимуму, поместив образец в многослойный магнитный экран, однако подобным методом, естественно, нельзя избавиться от флуктуаций напряжения на выходе звукового генератора, который обычно служит источником питания намагничивающих катушек. Это напряжение не строго синусоидально, и всегда имеют место флуктуации амплитуды и фазы [3]. К выводу о зависимости магнитных шумов от флуктуаций внешнего поля приводят результаты измерения спектральной интенсивности этих шумов как функции амплитуды приложенного синусоидального поля.

1. ЗАВИСИМОСТЬ СПЕКТРАЛЬНОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ МАГНИТНЫХ ШУМОВ ОТ АМПЛИТУДЫ ВНЕШНЕГО СИНУСОИДАЛЬНОГО ПОЛЯ

В настоящей работе были исследованы образцы двух типов. К первому типу относятся образцы, при перемагничивании которых происходит большое число мелких скачков Баркгаузена. К их числу принадлежит проволока из 78% пермаллоя, не подвергавшегося термообработке. В эксперименте использовалась проволока диаметром 0,3 *мм*. Ко второму типу относятся образцы с малым числом больших скачков. В качестве образцов второго типа в эксперименте использовалась отожженная никелевая проволока диаметром 0,12 *мм*.

Кривая зависимости спектральной интенсивности магнитных шумов от амплитуды перемагничивающего поля H_0 для пермаллоевого образца приведена на рис. 1. Эта зависимость совпадает с соответствующей кривой, полученной А. А. Грачевым [4] для образца аналогичного типа.

На рис. 2 приведена кривая зависимости спектральной интенсивности магнитного шума от H_0 для никелевого образца. Частота перемагничивания f_0 устанавливалась в обоих случаях равной 500 *гц*; спектральная интенсивность измерялась на частоте $f = 2{,}3$ *кгц*.

Кривая, изображенная на рис. 2, не имеет повторяющегося характера при замене образца и даже может изменяться у одного образца, если из

менять условия эксперимента (незначительные деформации), поэтому из большого числа кривых, снятых для различных образцов, выбрана наиболее характерная. Из рассмотрения рис. 2 видно, что до полей порядка 7,5 *эрс* спектральная интенсивность магнитных шумов практически равна нулю. При амплитуде $H_0 = 7{,}5$ *эрс* шум внезапно возникает, сразу достигая значительной величины. Дальнейшее увеличение H_0 сопровождается рядом минимумов и максимумов шума, которых может быть несколько. В области, близкой к насыщению, максимумов шума не наблюдается и для всех образцов характерно понижение величины спектральной интенсивности.

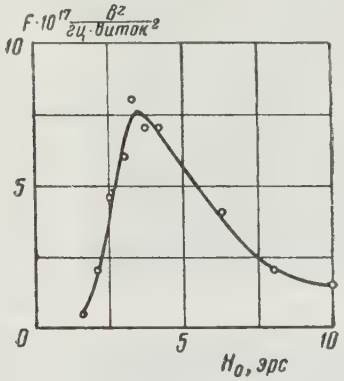


Рис. 1 Зависимость спектральной интенсивности магнитного шума от амплитуды перемагничивающего поля для образца из 78% неотожженного пермаллоя

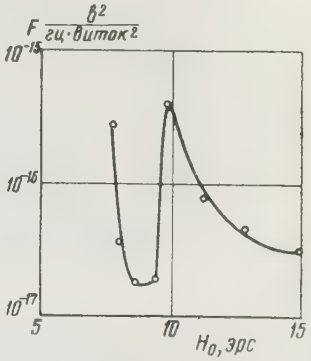


Рис. 2. Зависимость спектральной интенсивности магнитного шума от амплитуды перемагничивающего поля для никелевого образца

Кривой, изображенной на рис. 2, можно дать следующее качественное объяснение: поле $H_0 = 7{,}5$ *эрс* является критическим полем, при котором возникает большой скачок Баркгаузена. В момент своего возникновения скачок весьма неустойчив и сильно меняется по величине, что является причиной значительного магнитного шума. Эта неустойчивость скачка в момент, когда амплитуда внешнего поля близка к значению критического поля, легко может найти объяснение в флуктуациях амплитуды H_0. Действительно, эти флуктуации будут в некоторых циклах «помогать» границе между областями с различным направлением спонтанной намагниченности преодолевать энергетический барьер, что необходимо для осуществления скачка Баркгаузена, а в других циклах, вследствие этих флуктуаций, величина поля окажется недостаточной, чтобы осуществить этот процесс. Аналогичным образом можно объяснить появление новых областей «неустойчивости» при увеличении амплитуды внешнего поля и связанных с ними максимумов шума. Наличие максимума магнитного шума в области, где амплитуда внешнего поля порядка коэрцитивной силы, в образце с большим числом скачков Баркгаузена (рис. 1), вытекает из этих же соображений. Естественно, что при приближении к насыщению флуктуации амплитуды будут играть меньшую роль, и интенсивность шумов должна убывать.

Кроме измерений спектральной интенсивности шумов производилась запись эффекта Баркгаузена шлейфовым осциллографом. Поскольку постоянная времени вибратора выбиралась значительно большей, чем длительность импульса эдс, возникающего в индикаторной катушке, отброс светового указателя пропорционален изменению магнитного потока при скачке (баллистическое измерение). Осциллограммы скачков

Баркгаузена в никелевом образце, для которого снималась кривая рис. 2, соответствующие амплитудам магнитного поля 7,5; 9 и 10 *эрс*, приведены на рис. 3. Видно, что при значении поля, соответствующего максимуму

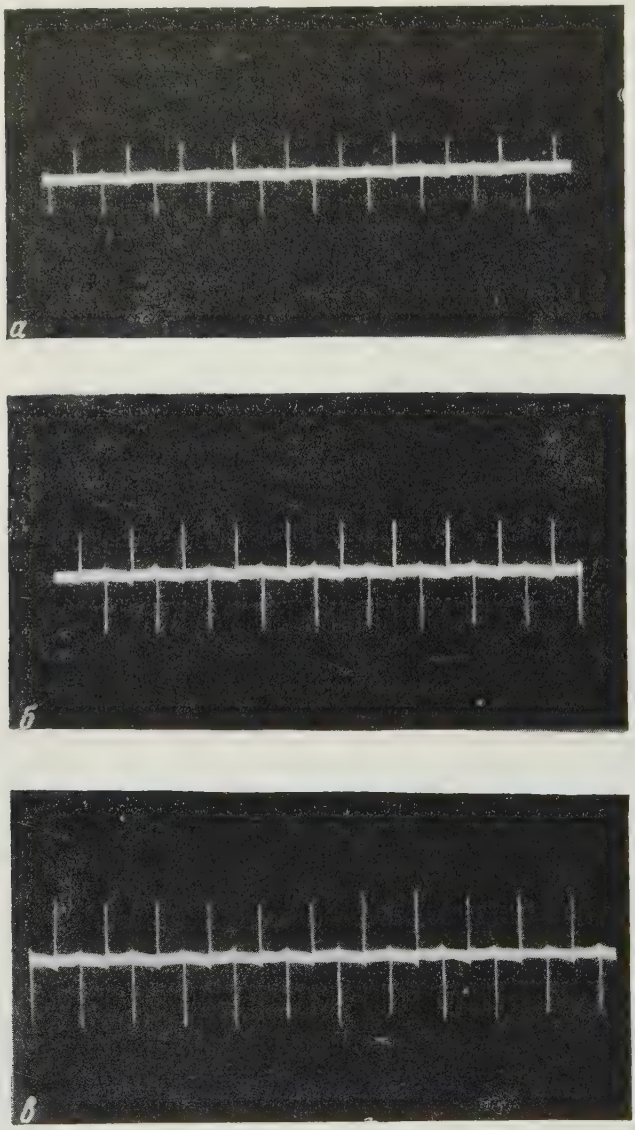


Рис. 3. Осциллограммы эффекта Баркгаузена никелевого образца: *а* — $H_0 = 7{,}5$ *эрс*; *б* — $H_0 = 9$ *эрс*; *в* — $H_0 = 10$ *эрс*

магнитных шумов, действительно наблюдаются сильные флуктуации величин изменения магнитного потока при скачке, доходящие до 20% среднего значения.

2. ЗАВИСИМОСТЬ СПЕКТРАЛЬНОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ МАГНИТНЫХ ШУМОВ ОТ ФЛУКТУАЦИЙ ВНЕШНЕГО ПОЛЯ

Блок-схема измерительной установки приведена на рис. 4. К обычной схеме измерения магнитных шумов был добавлен генератор низкочастотных шумов, который мог осуществлять хаотическую амплитудную модуля-

цию напряжения звукового генератора, вызывая тем самым хаотическую амплитудную модуляцию магнитного поля. Эффективная ширина спектра модулирующего напряжения $\Delta\nu$ могла изменяться в пределах 20—500 *гц*. На рис. 5 приведено семейство кривых спектральной интенсивности F магнитных шумов образца с большим скачком Баркгаузена (никелевая проволока диаметром 0,12 *мм*) в условном масштабе в зависимости от среднеквадратичного отклонения модулирующего магнитного поля

$$\sigma = \sqrt{\overline{H_{ш}^2}}$$

для различных значений амплитуды H_0. Частота перемагничивания равнялась 500 *гц*. Спектральная интенсивность измерялась на частоте 2,3 *кгц*. Эффективная ширина спектра хаотического модулирующего напряжения $\Delta\nu$ равнялась 500 *гц*. Анализ кривых рис. 5 показывает, что наблюдается достаточно сильная зависимость между интенсивностью магнитного шума и флуктуациями амплитуды внешнего поля. Отметим, что удвоение спектральной интенсивности F по сравнению со случаем $\sigma = 0$ (отсутствие внешней хаотической модуляции) соответствует глубине хаотической модуляции

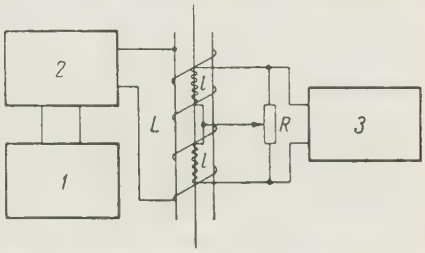


Рис. 4. Блок-схема измерительной установки: *1* — генератор шумов; *2* — звуковой генератор; *3* — анализатор спектра

$$m = \frac{\sigma}{H_0} \simeq 5 \cdot 10^{-5}$$

для всех кривых.

Относительные флуктуации амплитуды на выходе лампового генератора обычно бывают порядка 10^{-5}—10^{-4} [3]. Следовательно, эти флуктуации по своей величине вполне достаточны, чтобы служить причиной возникновения магнитного шума. Величина m для генератора ЗГ-2А, с которым производились измерения в настоящей работе, при выключенной внешней модуляции была порядка $5 \cdot 10^{-4}$.

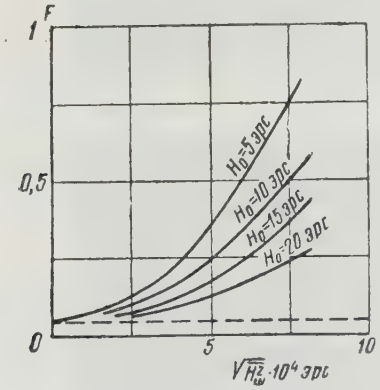


Рис. 5. Зависимость спектральной интенсивности магнитного шума никелевого образца от среднеквадратичного отклонения модулирующего шумового поля

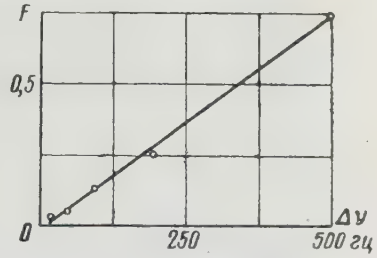


Рис. 6. Зависимость спектральной интенсивности магнитного шума от эффективной ширины спектра модулирующего шумового поля

На рис. 6 приведена зависимость F (в условном масштабе) от ширины спектра модулирующего поля $\Delta\nu$ ($f_0 = 500$ *гц*, $f = 2{,}3$ *кгц*, $H_0 = 5$ *эрс*).

В книге В. И. Бунимовича [5] показано, что среднее число выбросов огибающей флуктуационного процесса за единицу времени с наличием синусоидального сигнала пропорционально эффективной ширине полосы

спектра флуктуационного процесса. Поскольку флуктуации амплитуды внешнего поля способствуют преодолению препятствий граничными слоями, с ростом $\Delta\nu$ увеличивается число неповторяющихся скачков в единицу времени, откуда и следует возрастание интенсивности магнитного шума пропорционально $\Delta\nu$.

Необходимо выяснить следующий вопрос: если магнитные шумы вызываются амплитудными флуктуациями напряжения генератора питания,

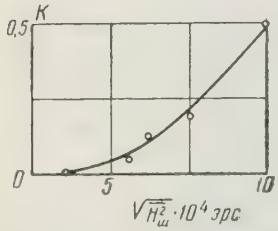


Рис. 7. Зависимость коэффициента корреляции магнитных шумов в двух никелевых образцах, перемагничиваемых одним и тем же полем, от среднеквадратичного отклонения модулирующего шумового поля

то возможна корреляция этих шумов в двух образцах, перемагничиваемых одним и тем же полем. Измерить коэффициент корреляции можно следующим образом. Анализатор позволяет измерять средний квадрат напряжения магнитных шумов $\bar{u}$ в полосе фильтра, следовательно, под-

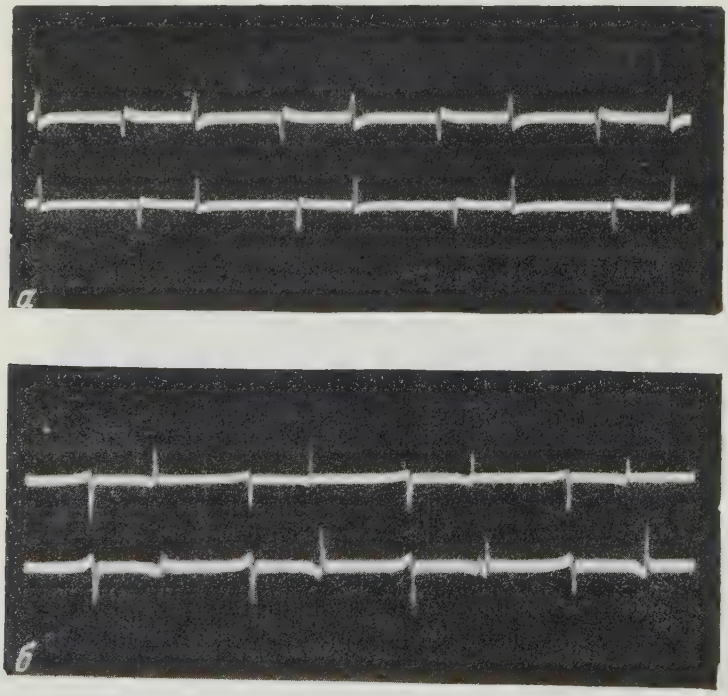


Рис. 8. Осциллограммы скачков Баркгаузена двух никелевых образцов, перемагничиваемых одним и тем же полем: *а* — шумовая модуляция выключена; *б* — $\sigma = 10^{-3}$ эрс

ключая анализатор к индикаторным катушкам, навитым на два различных образца, можно измерить $\overline{u_1^2}$ и $\overline{u_2^2}$. Включим теперь катушки последовательно, при этом измеряется величина

$$\overline{(u_1 + u_2)^2} = \overline{u_1^2} + \overline{u_2^2} + 2\overline{u_1 u_2}.$$

Таким образом, легко определить $\overline{u_1 u_2}$, характеризующую величину корреляции. На рис. 7 приведена кривая, выражающая зависимость коэффициента корреляции

$$k = \frac{\overline{u_1 u_2}}{\sqrt{\overline{u_1^2}\,\overline{u_2^2}}}$$

от величины σ для образца с большим скачком (никелевая проволока диаметром 0,12 *мм*), при $f_0 = 500$ *гц*, $f = 2{,}3$ *кгц*, $H_0 = 5$ *эрс*, $\Delta\nu = 100$ *гц*.

Из рис. 7 видно, что при малых σ магнитные шумы в разных образцах практически некоррелированы, с ростом σ коэффициент корреляции растет. Этот эксперимент не служит, однако, полным доказательством отсутствия корреляции в процессах перемагничивания при малых σ, так как коэффициент корреляции может равняться нулю из-за несовпадения моментов возникновения скачков в двух образцах.

Поэтому был проделан контрольный эксперимент с одновременной записью осциллограмм эффекта Баркгаузена в двух образцах шлейфовым осциллографом (рис. 8). Первая фотография (рис. 8, *а*) является записью скачков Баркгаузена в двух образцах, когда хаотическая модуляция выключена (частота перемагничивания $f_0 = 50$ *гц*, амплитуда магнитного поля $H_0 = 5$ *эрс*). Из рис. 8, *а* видно, что скачки в двух образцах действительно не совпадают во времени. Рис. 8, *б* снят при включительной шумовой модуляции: $\sigma = 10^{-3}$ *эрс*, $\Delta\nu = 20$ *гц*. Из осциллограмм следует, что хаотическая модуляция перемагничивающего поля не только сильно влияет на неповторяемость величины скачков, но в ряде случаев приводит даже к раздроблению одного скачка на два. Вычисление коэффициента корреляции между величинами скачков в двух образцах при перемагничивании в течение длительного времени показало, что в пределах точности эксперимента (около 20%) $k = 0$.

Время корреляции модулирующего напряжения $\tau_ш \simeq 1/\Delta\nu$ значительно больше интервала времени между несовпадающими скачками, следовательно можно считать, что оба образца находились в одинаковых условиях.

Одной из возможных причин отсутствия корреляции магнитных шумов в двух образцах, перемагничиваемых одним и тем же полем, может являться магнитная вязкость*.

3. ВЛИЯНИЕ ФЛУКТУАЦИЙ ЧАСТОТЫ

Флуктуации частоты генератора питания ведут к флуктуациям моментов возникновения скачков. В [4] отмечалось, что для того чтобы эти флуктуации могли обусловливать наблюдаемый на опыте магнитный шум, необходимо считать флуктуации моментов возникновения скачков по порядку величины равными периоду перемагничивающего поля, что на опыте не наблюдается [6]. Поэтому не следует ожидать существенной зависимости спектральной интенсивности магнитных шумов от флуктуаций частоты генератора.

Это предположение было экспериментально проверено. Напряжение генератора питания хаотически модулировалось по частоте при помощи реактивной лампы и упомянутого выше генератора шумов. При глубине частотной модуляции порядка 1% не наблюдалось изменения спектральной интенсивности магнитных шумов у всех исследованных образцов. Поскольку обычно в генераторах флуктуации частоты значительно меньше (0,01—0,1%), то таким образом показано, что флуктуации моментов воз-

* На роль магнитной вязкости, как на возможную причину отсутствия корреляции шумов в двух образцах, нам указал Е. И. Кондорский.

никновения скачков, связанные с флуктуациями частоты генератора, не дают существенного вклада в магнитный шум.

Автор пользуется случаем выразить благодарность С. М. Рытову за постоянное внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Н. Колачевский, Тр. МФТИ, 1958, **2**, 41.
2. Н. Н. Колачевский, ЖЭТФ, 1959, **36**, 2, 401.
3. И. Л. Берштейн, Изв. АН СССР, Сер. физ., 1950, **14**, 2, 145.
4. А. А. Грачев, Изв. вузов МВО СССР (Радиофизика), 1958, **1**, 2, 71.
5. В. И. Бунимович, Флюктуационные процессы в радиоприемных устройствах, Изд. Советское радио, 1951.
6. Н. Н. Колачевский, Тр. МФТИ, 1959, **4**, 17.

Поступила в редакцию
26 V 1960

1960 № 12

К ВОПРОСУ О МЕТОДЕ СТАЦИОНАРНОЙ ФАЗЫ

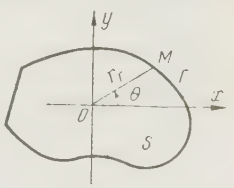
М. М. Тененбаум

Рассмотрены двойные интегралы, зависящие от параметра, с ростом которого возрастает частота колебаний подынтегральной функции. Выведено разложение интеграла по обратным степеням этого параметра для случая, когда стационарная точка фазы расположена вутри области интегрирования и не лежит вблизи ее контура. В разложении фигурируют члены двух типов: стационарные члены, зависящие от поведения подынтегральной функции в окрестности стационарной точки, и контурные интегралы.

ВВЕДЕНИЕ

В разделах математической физики, связанных с дифракцией волн, важную роль играют интегралы вида $\int\limits_S Fe^{ik\Phi}\,dS$.

В электродинамике этот интеграл описывает вектор-потенциал токов, наведенных на поверхности проводника сторонним полем. Применение к рассматриваемому интегралу метода стационарной фазы позволяет производить значительно более тонкие исследования, чем при рассмотрении соответствующих задач при помощи классического метода зон Френеля.



Необходимость более точного исследования интеграла вытекает, в частности, из задачи определения поля зеркальной антенны в области тени [1, 2]. В работе [2] показано, что для решения этой задачи при слабом облучении контура зеркала существенно использование явного выражения для второго стационарного члена.

Излагаемые в статье результаты могут быть, по-видимому, полезными при рассмотрении ряда других вопросов электродинамики и антенной техники.

К их числу можно отнести следующие задачи: а) исследование поля вблизи зеркальной антенны; б) исследование влияния зеркала на облучатель; в) исследование влияния металлических экранов, расположенных вблизи антенны; г) оценка развязки близко расположенных зеркальных антенн; д) некоторые задачи распространения радиоволн над землей; е) расчет отражающей способности металлических тел.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим интеграл

$$\int\limits_S F(x, y)\, e^{ik\Phi(x,y)}\,dxdy, \qquad (1)$$

взятый по плоской области S, ограниченной контуром Г. Замкнутая кривая Г предполагается кусочно-гладкой (см. рисунок).

Решению задачи разложения интеграла (1) по обратным степеням k посвящен ряд работ, в том числе [3].

В работе [3] найдены первый стационарный и первый краевой члены разложения интеграла. Однако метод, использованный в [3], не допускает обобщения для отыскания следующих членов разложения.

Автором работы [4] также найдены первый стационарный и первый краевой члены разложения интеграла, причем примененный им метод допускает обобщение для отыскания полного разложения интеграла.

Метод, примененный в настоящей статье, близок к методу В. Ю. Петрункина.

Пусть на плоскости (x, y) имеется единственная стационарная точка 0 фазы, определяемая условием

$$\operatorname{grad} \Phi|_0 = 0. \tag{2}$$

Пусть точка 0 лежит внутри S, причем

$$k|\Phi(M) - \Phi(0)| \geqslant 1, \tag{3}$$

где M — произвольная точка контура Γ. Условие (3) обозначает, что точка 0 не лежит вблизи контура Γ.

Введем полярные координаты с полюсом в точке 0 и преобразуем интеграл (1) к виду

$$\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{r_\Gamma} F(r\cos\theta,\ r\sin\theta)\, e^{ik\Phi(r\cos\theta,\ r\sin\theta)} r\,dr, \tag{1}$$

где функция $r_\Gamma = r_\Gamma(\theta)$, задающая полярное уравнение контура Γ, предполагается для простоты однозначной.

При отыскании разложения интеграла по обратным степеням k относительно поведения фазовой функции $\Phi(x, y)$ и амплитудной функции $F(x, y)$ в области S предполагается следующее.

1. $\Phi(x, y)$ и $F(x, y)$ в области S имеют непрерывные частные производные всех порядков и разлагаются в ряд Тейлора в окрестности стационарной точки.

2. Вторая радиальная производная фазы в стационарной точке отлична от нуля и сохраняет знак при $0 \leqslant \theta \leqslant 2\pi$, т. е. функция

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2}\Big|_{r=0} = \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\Big|_{\substack{x=0\\y=0}} \cos^2\theta + 2\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\,\partial y}\Big|_{\substack{x=0\\y=0}} \cos\theta\sin\theta + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}\Big|_{\substack{x=0\\y=0}} \sin^2\theta$$

является знакопостоянной функцией θ.

В дальнейшем употребляются обозначения типа

$$\frac{\partial\Phi}{\partial r} = \Phi^{(1)}(r);\quad \frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2} = \Phi^{(2)}(r);\quad \Phi^{(2)}(r)|_{r=0} = \Phi^{(2)}(0) = \Phi_2;$$

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\Big|_{\substack{x=0\\y=0}} = \Phi_{21};\quad \frac{\partial^2\Phi}{\partial x\,\partial y}\Big|_{\substack{x=0\\y=0}} = \Phi_{22};\quad \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}\Big|_{\substack{x=0\\y=0}} = \Phi_{23}$$

и т. п.

В выражениях $\Phi^{(1)}(r)$, $\Phi^{(2)}(r)$, Φ_2 и т. п. зависимость от θ не указывается, но подразумевается. Вторая радиальная производная фазы, взятая в точке 0, запишется в виде

$$\Phi_2 = \Phi_{21}\cos^2\theta + 2\Phi_{22}\cos\theta\sin\theta + \Phi_{23}\sin^2\theta,$$

а условие ее знакопостоянства выразится неравенством

$$\Phi_{21}\Phi_{23} - \Phi_{22}^2 > 0. \tag{4}$$

3. Контур Γ ограничивает область S таким образом, что первая радиальная производная фазы остается знакопостоянной во всей области за исключением стационарной точки, в которой она [в силу (2)] обращается в нуль, т. е.

$$\Phi^{(1)}(r) \neq 0 \text{ при } 0 < r \leqslant r_\Gamma,\ 0 \leqslant \theta \leqslant 2\pi;\ \Phi^{(1)}(r)|_{r=0} \equiv 0. \tag{5}$$

В силу условий (4), (2), (5) точка поверхности фазы с координатами $x = 0$, $y = 0$, $\Phi = \Phi(0) = \Phi(0, 0)$ является эллиптической, $\Phi(0, 0)$— экстремум и представляет наибольшее или наименьшее значение фазы в области S.

2. ОДНОМЕРНЫЙ ИНТЕГРАЛ

Обратимся к внутреннему интегралу интеграла (1′):

$$\int_0^{r_\Gamma} F(r\cos\theta, r\sin\theta)\, e^{ik\Phi(r\cos\theta,\ r\sin\theta)}\, r\, dr, \tag{6}$$

подынтегральное выражение которого является функцией одного r, поскольку θ фиксировано, и рассмотрим вместо него интеграл несколько более общего вида:

$$\int_0^b F(x)\, e^{ik\Phi(x)}\, dx. \tag{6′}$$

Интеграл (6′) отличается от интеграла (6) тем, что подынтегральная функция (6′) может и не обращаться в нуль в стационарной точке $x = 0$.

Запишем интеграл (6′) в виде

$$\int_0^b F(x)\, e^{ik\Phi(x)}\, dx = e^{ik\Phi(0)} \int_0^b F(x)\, e^{ik\varphi(x)}\, dx, \tag{6″}$$

где $\varphi(x) = \Phi(x) - \Phi(0)$, и преобразуем интеграл

$$\int_0^b F(x)\, e^{ik\varphi(x)}\, dx \tag{7}$$

следующим образом:

$$\int_0^b F(x)\, e^{ik\varphi(x)}\, dx = \sqrt{\frac{\pi}{k|\varphi_2|}}\, F(0) \int_0^{\sqrt{\frac{2k}{\pi}|\varphi(b)|}} e^{i\frac{\pi}{2}t^2 \operatorname{sgn}\varphi_2}\, dt +$$

$$+ \sum_{n=1}^{p-1} \left(\frac{-1}{ik}\right)^n \left\{ \sqrt{\frac{\pi}{k|\varphi_2|}}\, F_{[n]}(0) \int_0^{\sqrt{\frac{2k}{\pi}|\varphi(b)|}} e^{i\frac{\pi}{2}t^2 \operatorname{sgn}\varphi_2}\, dt - \right.$$

$$\left. - \frac{f_{[n-1]}(x)}{\varphi^{(1)}(x)}\, e^{ik\varphi(x)} \Big|_0^b \right\} + R_p, \tag{8}$$

$$R_p = \left(\frac{-1}{ik}\right)^{p-1} \int_0^b f_{[p-1]}(x) e^{ik\varphi(x)}\, dx, \tag{8′}$$

где

$$f_{[n-1]}(x) = F_{[n-1]}(x) - F_{[n-1]}(0)\,\tau(x);$$

$$\tau(x) = \frac{\varphi^{(1)}(x) \operatorname{sgn}\varphi_2}{\sqrt{2\varphi_2 \varphi(x)}};\quad F_{[n]}(x) = \begin{cases} F(x) & \text{при } n = 0, \\ \dfrac{d}{dx}\left[\dfrac{f_{[n-1]}(x)}{\varphi^{(1)}(x)}\right] & \text{при } n = 1, 2, \ldots \end{cases} \tag{8″}$$

Разложение (8) основано на очевидных тождествах

$$\int_0^b F_{[n]}(x)\,e^{ik\varphi(x)}\,dx = \sqrt{\frac{\pi}{k\,|\varphi_2|}}\,F_{[n]}(0)\int_0^{\sqrt{\frac{2k}{\pi}|\varphi(b)|}} e^{\,i\frac{\pi}{2}t^2\operatorname{sgn}\varphi_2}\,dt + \\ + \int_0^b f_{[n]}(x)\,e^{ik\varphi(x)}\,dx, \tag{9}$$

$$\int_0^b f_{[n]}(x)\,e^{ik\varphi(x)}dx = \frac{-1}{ik}\left\{\int_0^b F_{[n+1]}(x)\,e^{ik\varphi(x)}\,dx - \frac{f_{[n]}(x)}{\varphi^{(1)}(x)}\,e^{ik\varphi(x)}\Big|_0^b\right\}. \tag{10}$$

Отметим, что функции, определяемые формулами (8″), непрерывны и имеют, так же как $F(x)$ и $\varphi(x)$, непрерывные производные всех порядков на отрезке $[0, b]$.

Можно показать, что остаточный член (8′) имеет оценку

$$|R_p| \leqslant \frac{1}{k^p}\left[\left|\frac{f_{[p-1]}(x)}{\varphi^{(1)}(x)}\,e^{ik\varphi(x)}\right|_0^b + \bigvee_0^b \frac{f_{[p-1]}(x)}{\varphi^{(1)}(x)}\right]. \tag{11}$$

Выражение $\bigvee_0^b \frac{f_{[p-1]}(x)}{\varphi^{(1)}(x)}$ представляет полное изменение функции $f_{[p-1]}(x)/\varphi^{(1)}(x)$ на $[0, b]$ и может быть представлено в виде

$$\bigvee_0^b \frac{f_{[p-1]}(x)}{\varphi^{(1)}(x)} = \sum_{j=0}^{\nu-1}\left|\frac{f_{[p-1]}(x_{j+1})}{\varphi^{(1)}(x_{j+1})} - \frac{f_{[p-1]}(x_j)}{\varphi^{(1)}(x_j)}\right|,$$

где $x_0 = 0$; $x_\nu = b$; $x_1, x_2, \ldots, x_{\nu-1}$ — абсциссы экстремумов функции $f_{[p-1]}(x)/\varphi^{(1)}(x)$.

Отметим, что формула (8) с отброшенным остаточным членом применима при достаточно больших k как к большим, так и к произвольно малым отрезкам интегрирования.

Из определений (8″) можно получить явные выражения коэффициентов разложения (8) через производные заданных функций $F(x)$ $\Phi(x)$.

Ограничиваясь случаем $p = 3$, для коэффициентов (8) получаем

$$F_{[0]}(0) = F(0),$$

$$\frac{f_{[0]}(x)}{\varphi^{(1)}(x)}\Big|_{x=0} = \frac{1}{\Phi_2}\left[F_1 - \frac{1}{3}F(0)\frac{\Phi_3}{\Phi_2}\right],\quad \frac{f_{[0]}(b)}{\varphi^{(1)}(b)} = \frac{F(b) - F(0)\tau(b)}{\Phi^{(1)}(b)} = \frac{F(b)}{\Phi^{(1)}(b)} - \\ - \frac{F(0)\operatorname{sgn}\Phi_2}{\sqrt{2\Phi_2[\Phi(b) - \Phi(0)]}},$$

$$F_{[1]}(0) = \frac{1}{2\Phi_2}\left[F_2 - F_1\frac{\Phi_3}{\Phi_2} + F(0)\left(\frac{5}{3}\frac{\Phi_3^2}{\Phi_2^2} - \frac{\Phi_4}{\Phi_2}\right)\right],$$

$$\frac{f_{[1]}(x)}{\varphi^{(1)}(x)}\Big|_{x=0} = \frac{1}{1\cdot 3\cdot\Phi_2^2}\left[F_3 - 2F_2\frac{\Phi_3}{\Phi_2} + F_1\left(2\frac{\Phi_3^2}{\Phi_2^2} - \frac{\Phi_4}{\Phi_2}\right) - \right. \\ \left. - F(0)\left(\frac{8}{9}\frac{\Phi_3^3}{\Phi_2} - \frac{\Phi_3\Phi_4}{\Phi_2^2} + \frac{1}{5}\frac{\Phi_5}{\Phi_2}\right)\right], \tag{12}$$

$$\frac{f_{[1]}(b)}{\varphi^{(1)}(b)} = \frac{1}{[\Phi^{(1)}(b)]^3}\{F^{(1)}(b)\Phi^{(1)}(b) - F(b)\Phi^{(2)}(b) - F(0)[\tau^{(1)}(b)\Phi^{(1)}(b) - \tau(b)\Phi^{(2)}(b)] \\ + \frac{1}{8\Phi_2}(\Phi^{(1)}(b))^2\tau(b)\left(\frac{5}{3}\frac{\Phi_3^2}{\Phi_2^2} - \frac{\Phi_4}{\Phi_2}\right)\Big] - \left(F_2 - F_1\frac{\Phi_3}{\Phi_2}\right)\frac{1}{2\Phi_2}(\Phi^{(1)}(b))^2\tau(b)\Big\},$$

$$F_{[2]}(0)=\frac{1}{2!\,2^2\cdot\Phi_2^2}\left[F_4-\frac{10}{3}F_3\frac{\Phi_3}{\Phi_2}+\frac{1}{2}F_2\left(\frac{35}{3}\frac{\Phi_3^2}{\Phi_2^2}-5\frac{\Phi_4}{\Phi_2}\right)-\right.$$
$$-F_1\left(\frac{35}{6}\frac{\Phi_3^3}{\Phi_2^3}-\frac{35}{6}\frac{\Phi_3\Phi_4}{\Phi_2^2}+\frac{\Phi_5}{\Phi_2}\right)+\frac{1}{2}F(0)\left(\frac{385}{72}\frac{\Phi_3^4}{\Phi_2^4}-\frac{35}{4}\frac{\Phi_3^2\Phi_4}{\Phi_2^3}+\right.$$
$$\left.\left.+\frac{7}{3}\frac{\Phi_3\Phi_5}{\Phi_2^2}+\frac{35}{24}\frac{\Phi_4^2}{\Phi_2^2}-\frac{1}{3}\frac{\Phi_6}{\Phi_2}\right)\right].$$

В силу условия (3) мы имеем дело с большими отрезками интегрирования. При условии (3) разложение (8) интеграла (7) можно преобразовать, представляя интеграл Френеля, фигурирующий в правой части (8), асимптотической формулой. Вводя еще в рассмотрение функции

$$\widetilde{f}_{\{n-1\}}(x)=\begin{cases}F(x) & \text{при } n=1,\\ \dfrac{d}{dx}\left[\dfrac{\widetilde{f}_{\{n-2\}}(x)}{\Phi^{(1)}(x)}\right] & \text{при } n=2,3,\ldots,\end{cases}\qquad(13)$$

непрерывные при $0<x\leqslant b$, можно получить следующее выражение для суммы членов вида $-\left(\frac{-1}{ik}\right)^n\frac{f_{[n-1]}(b)}{\varphi^{(1)}(b)}e^{ik\varphi(b)}$, входящих в (8):

$$-\sum_{n=1}^{p-1}\left(\frac{-1}{ik}\right)^n\frac{f_{[n-1]}(x)}{\varphi^{(1)}(x)}e^{ik\varphi(x)}\Big|_{x=b}=-\sum_{n=1}^{p-1}\left(\frac{-1}{ik}\right)^n\frac{\widetilde{f}_{\{n-1\}}(x)}{\varphi^{(1)}(x)}e^{ik\varphi(x)}\Big|_{x=b}+$$
$$+\sum_{n=0}^{p-1}\left(\frac{-1}{ik}\right)^n F_{[n]}(0)\left[\sqrt{\frac{\pi}{2k|\varphi_2|}}\,e^{i\frac{\pi}{4}\operatorname{sgn}\varphi_2}-\right.$$
$$\left.-\sqrt{\frac{\pi}{k|\varphi_2|}}\int_0^{\sqrt{\frac{2k}{\pi}|\varphi(b)|}}e^{i\frac{\pi}{2}t^2\operatorname{sgn}\varphi_2}\,dt\right]+$$
$$+\left(\frac{-1}{ik}\right)^{p-1}\int_{\sqrt{\frac{2\varphi(b)}{\varphi_2}}}^{\infty}\left(-\sum_{n=0}^{p-1}\frac{(-1)^n(2n)!\,F_{[p-1-n]}(0)}{n!\,2^n\,\varphi_2^n}\frac{e^{ik\frac{\varphi_2}{2}\xi^2}}{\xi^{2n}}\right)d\xi.\qquad(14)$$

Подставляя (14) в (8), убеждаемся, что преобразованием (14) осуществляется разделение членов разложения (8) на краевые члены, зависящие лишь от поведения исходных функций $\Phi(x)$ и $F(x)$ вблизи конца $x=b$ отрезка интегрирования, и стационарные члены, зависящие от поведения этих функций лишь вблизи стационарной точки $x=0$. В результате этой подстановки формула (8) приобретает вид

$$\int_0^b F(x)\,e^{ik\varphi(x)}\,dx=\sqrt{\frac{\pi}{2k|\varphi_2|}}\,F(0)\,e^{i\frac{\pi}{4}\operatorname{sgn}\varphi_2}+$$
$$+\sum_{n=1}^{p-}\left(\frac{-1}{ik}\right)^n\left\{\sqrt{\frac{\pi}{2k|\varphi_2|}}\,F_{[n]}(0)\,e^{i\frac{\pi}{4}\operatorname{sgn}\varphi_2}+\frac{f_{[n-1]}(x)}{\varphi^{(1)}(x)}\Big|_{x=0}-\right.$$
$$\left.-\frac{\widetilde{f}_{\{n-1\}}(b)}{\varphi^{(1)}(b)}e^{ik\varphi(b)}\right\}+R_p',\qquad(15)$$

где

$$R_p'=\left(\frac{-1}{ik}\right)^{p-1}\left\{\int_0^b f_{[p-1]}(x)e^{ik\varphi(x)}\,dx+\right.$$

$$+\int_{\sqrt{\frac{2\varphi(b)}{\varphi_2}}}^{\infty}\left(-\sum_{n=0}^{p-1}\frac{(-1)^n(2n)!F_{[p-1-n]}(0)}{n!\,2^n\,\varphi_2^n}\,\frac{e^{ik\frac{\varphi_2}{2}\xi^2}}{\xi^{2n}}\right)d\xi\Bigg\}. \qquad (15')$$

Отметим, что при $p=\infty$ формула (15) дает заведомо расходящийся (асимптотический) ряд.

Можно показать, что остаточный член R_p' при условии $k|\varphi(b)|\geqslant 1$ имеет оценку

$$|R_p'|\leqslant\frac{1}{k^p}\left[\left|\frac{f_{[p-1]}(x)}{\varphi^{(1)}(x)}e^{ik\varphi(x)}\right|_0^b\right|+\int_0^b\frac{f_{[p-1]}(x)}{\varphi^{(1)}(x)}\Bigg|+\frac{2}{\sqrt{\varphi_2\varphi(b)}}\sum_{n=0}^{p-1}\frac{(2n)!}{2^n\,n!}\,\frac{|F_{[p-1-n]}(0)|}{|2\varphi(b)|^n}\right]. \qquad (16)$$

Возвратимся теперь к интегралу (6) и, учитывая (6″), представим его при помощи (15) в виде

$$\int_0^{r_\Gamma}rF(r\cos\theta,r\sin\theta)\,e^{ik\Phi(r\cos\theta,\,r\sin\theta)}\,dr=\sqrt{\frac{\pi}{2k}}\,e^{i\left(k\Phi(0)+\frac{\pi}{4}\operatorname{sgn}\Phi_2\right)}\times$$

$$\times\sum_{n=1}^{p-1}\left(\frac{-1}{ik}\right)^n\frac{F_{[n]}(0)}{\sqrt{|\Phi_2|}}+\sum_{n=1}^{p-1}\left(\frac{-1}{ik}\right)^n\left\{e^{ik\Phi(0)}\frac{f_{[n-1]}(r)}{\Phi^{(1)}(r)}\Bigg|_{r=0}-\frac{\widetilde{f}_{\{n-1\}}(r_\Gamma)}{\Phi^{(1)}(r_\Gamma)}\,e^{ik\Phi(r_\Gamma)}\right\}+R. \qquad (17)$$

Выпадение первого члена правой части (15) обусловлено обращением в нуль амплитуды $rF(r\cos\theta,r\sin\theta)$ интеграла (6) в стационарной точке $r=0$.

Функции, фигурирующие в правой части (17), определяются в соответствии с (8″), (13) и (6) следующим образом:

$$f_{[n-1]}(r)=F_{[n-1]}(r)-F_{[n-1]}(0)\,\tau(r),\quad\tau(r)=\frac{\Phi^{(1)}(r)\operatorname{sgn}\Phi_2}{\sqrt{2\Phi_2[\Phi(r)-\Phi(0)]}},$$

$$F_{[n]}(r)=\begin{cases}rF(r\cos\theta,r\sin\theta) & \text{при } n=0,\\ \dfrac{\partial}{\partial r}\left[\dfrac{f_{[n-1]}(r)}{\Phi^{(1)}(r)}\right] & \text{при } n=1,2,\ldots;\end{cases}$$

$$\widetilde{f}_{\{n-1\}}(r)=\begin{cases}rF(r\cos\theta,r\sin\theta) & \text{при } n=1,\\ \dfrac{\partial}{\partial r}\left[\dfrac{\widetilde{f}_{\{n-2\}}(r)}{\Phi^{(1)}(r)}\right] & \text{при } n=2,3,\ldots\end{cases} \qquad (17')$$

3. ДВОЙНОЙ ИНТЕГРАЛ

Для отыскания разложения интеграла (1′) правую часть (17) следует проинтегрировать по θ в пределах $0\leqslant\theta\leqslant 2\pi$.

Можно доказать, что функции

$$F_{[n]}(0)=F_{[n]}(0,\theta),\quad\frac{f_{[n-1]}(r)}{\Phi^{(1)}(r)}\Bigg|_{r=0}=\frac{f_{[n-1]}(r,\theta)}{\Phi^{(1)}(r,\theta)}\Bigg|_{r=0},$$

фигурирующие в правой части (17), допускают представление вида

$$F_{[n]}(0,\theta)=\frac{P_{3(2n-1)}}{\Phi_2^{3n-1}}, \qquad (18)$$

$$\frac{f_{[n-1]}(r,\theta)}{\Phi^{(1)}(r,\theta)}\Bigg|_{r=0}=\frac{P_{2(3n-3)}}{\Phi_2^{3n-2}},\quad n=1,2,\ldots, \qquad (18$$

где $p_{3(2n-1)}$, $p_{2(3n-3)}$ — суть однородные полиномы относительно $\sin\theta$, $\cos\theta$ степеней $3(2n-1)$ и $2(3n-3)$ соответственно.

В силу свойства (18) функция $F_{[n]}(0, \theta)$ меняет знак при замене θ на $\theta+\pi$, в то время как функция $\left.\frac{f_{[n-1]}(r, \theta)}{\Phi^{(1)}(r, \theta)}\right|_{r=0}$ (в частности, $1/\Phi_2$) в силу (18′) имеет период π. Отсюда следует

$$\int_0^{2\pi} \frac{F_{[n]}(0)}{\sqrt{|\Phi_2|}}\, d\theta = 0. \tag{19}$$

Поэтому результат интегрирования (17) по θ записывается в виде

$$\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{r_\Gamma} rF(r\cos\theta,\ r\sin\theta)\, e^{ik\Phi(r\cos\theta,\ r\sin\theta)}\, dr =$$

$$= \sum_{n=1}^{p-1} \left(\frac{-1}{ik}\right)^n \left\{ e^{ik\Phi(0)} G_n - \int_0^{2\pi} \frac{\widetilde{f}_{\{n-1\}}(r_\Gamma)}{\Phi^{(1)}(r_\Gamma)}\, e^{ik\Phi(r_\Gamma)}\, d\theta \right\} + \int_0^{2\pi} R\, d\theta, \tag{20}$$

где

$$G_n = \int_0^{2\pi} \left.\frac{f_{[n-1]}(r)}{\Phi^{(1)}(r)}\right|_{r=0} d\theta.$$

В силу (18′) стационарные члены G_n можно представить в виде

$$G_n = \int_0^{2\pi} \frac{\dfrac{1}{\cos^{6n-6}\theta}\, p_{6n-6}}{\dfrac{1}{\cos^{6n-4}\theta}\, \Phi_2^{3n-2}} \frac{d\theta}{\cos^2\theta} = \int_0^{2\pi} \frac{p_{6n-6}(\operatorname{tg}\theta)\, d(\operatorname{tg}\theta)}{(\Phi_{21} + 2\Phi_{22}\operatorname{tg}\theta + \Phi_{23}\operatorname{tg}^2\theta)^{3n-2}} =$$

$$= 2\int_{-\infty}^{\infty} \frac{p_{6n-6}(z)\, dz}{(\Phi_{21} + 2\Phi_{22}z + \Phi_{23}z^2)^{3n-2}}. \tag{20′}$$

Из (20′) видно, что вычисление стационарных членов сводится к отысканию вычета рациональной функции, определяемой по (17′), в точке z, являющейся тем из двух комплексно-сопряженных корней трехчлена $\Phi_{21} + 2\Phi_{22}z + \Phi_{23}z^2$, который расположен в верхней полуплоскости, т. е.

$$G_n = 2\cdot 2\pi i \operatorname{res}\left[\frac{p_{6n-6}(z)}{(\Phi_{21} + 2\Phi_{22}z + \Phi_{23}z^2)^{3n-2}}\right]_{z=-\frac{\Phi_{22}}{\Phi_{23}} + i\frac{\sqrt{\Phi_{21}\Phi_{23} - \Phi_{22}^2}}{|\Phi_{23}|}}, \tag{20″}$$

При вычислении контурных интегралов $\int_0^{2\pi} \frac{\widetilde{f}_{\{n-1\}}(r_\Gamma)}{\Phi^{(1)}(r_\Gamma)}\, e^{ik\Phi(r_\Gamma)} d\theta$, входящих в правую часть (20), могут встретиться три случая.

1) Кривая Γ имеет с линиями постоянной фазы $\Phi = \Phi(x, y) = \text{const}$ касания лишь первого порядка. Тогда в стационарных точках фазы $\Phi(\theta)$ на контуре Γ вторая производная $d^2\Phi/d\theta^2$ отлична от нуля и к рассматриваемому интегралу применима формула типа (15) *. При этом интеграл имеет порядок $1/k^{1/2}$.

---

* Пусть на замкнутом и гладком контуре Γ имеются всего две стационарные точки фазы $\Phi(\theta)$: θ_1 и θ_2. Из формулы (15) для этого случая легко получить

$$\oint F(\theta)\, e^{ik\Phi(\theta)} d\theta = \sqrt{\frac{2\pi}{k}} \sum_{n=0}^{p-1} \left(\frac{-1}{ik}\right)^n \times$$

$$\times \left\{ \frac{e^{i\left[k\Phi(\theta_1) + \frac{\pi}{4}\operatorname{sgn}\Phi^{(2)}(\theta_1)\right]}}{\sqrt{|\Phi^{(2)}(\theta_1)|}} F_{[n]}(\theta_1) + \frac{e^{i\left[k\Phi(\theta_2) - \frac{\pi}{4}\operatorname{sgn}\Phi^{(2)}(\theta_1)\right]}}{\sqrt{|\Phi^{(2)}(\theta_2)|}} F_{[n]}(\theta_2) \right\} + O\left(\frac{1}{k^p}\right).$$

2) Наивысший порядок касания кривой Γ с линиями постоянной фазы есть $n-1$, где $n>2$. Тогда на контуре Γ имеется стационарная точка фазы $\Phi(\theta)$ высшего порядка, в которой первая, отличная от нуля производная имеет порядок n. Можно показать, что в этом случае рассматриваемый интеграл имеет порядок $1/k^{1/n}$ *.

3) Некоторый участок $\theta_1 \leqslant \theta \leqslant \theta_2$ контура Γ совпадает с линией постоянной фазы, т. е. на указанном участке $\Phi(\theta) \equiv \text{const}$. Тогда модуль рассматриваемого интеграла, взятого в пределах $[\theta_1, \theta_2]$, не зависит от k.

Для остаточного члена разложения (20) можно получить оценку

$$\left|\int_0^{2\pi} R\,d\theta\right| \leqslant \frac{2\pi}{K^p} \operatorname*{макс}_{0\leqslant\theta\leqslant 2\pi} \left[\left|\frac{f_{[p-1]}(r)}{\Phi^{(1)}(r)}\, e^{ik\varphi(r)}\right|_0^{r_\Gamma} + \right.$$
$$\left. + \Upsilon \frac{f_{[p-1]}(r)}{\Phi^{(1)}(r)} + \frac{2}{\sqrt{\Phi_2 \varphi(r_\Gamma)}} \sum_{n=0}^{p-2} \frac{(2n)!}{2^n n!} \frac{|F_{[p-1-n]}(0)|}{|2\varphi(r_\Gamma)|^n}\right]. \tag{21}$$

Напишем формулу (20) для случая $p=3$, вычисляя стационарные члены и выражая подынтегральные функции контурных интегралов через заданные функции Φ и F и их радиальные производные.

Для вычисления подынтегральных функций интегралов

$$G_1 = \int_0^{2\pi} \left.\frac{f_{[0]}(r)}{\Phi^{(1)}(r)}\right|_{r=0} d\theta, \quad G_2 = \int_0^{2\pi} \left.\frac{f_{[1]}(r)}{\Phi^{(1)}(r)}\right|_{r=0} d\theta$$

удобно воспользоваться готовыми формулами (12), в которых нужно только заметить $F(x)$ на $rF(r)$ и, в соответствии с этим, $F(0)$ на 0, F_n на nF_{n-1}, $n=1, 2, \ldots$. Этим способом находим

$$\left.\frac{f_{[0]}(r)}{\Phi^{(1)}(r)}\right|_{r=0} = \frac{F(0)}{\Phi_2},$$
$$\left.\frac{f_{[1]}(r)}{\Phi^{(1)}(r)}\right|_{r=0} = \frac{F_2\Phi_2^2 - \frac{4}{3}F_1\Phi_2\Phi_3 + F(0)\left(\frac{2}{3}\Phi_3^2 - \frac{1}{3}\Phi_4\Phi_2\right)}{\Phi_2^4}, \tag{22}$$

где

$$F_1 = F_{11}\cos\theta + F_{12}\sin\theta;\ F_2 = F_{21}\cos^2\theta + 2F_{22}\cos\theta\sin\theta + F_{23}\sin^2\theta;$$
$$\Phi_3 = \Phi_{31}\cos^3\theta + 3\Phi_{32}\cos^2\theta\sin\theta + 3\Phi_{33}\cos\theta\sin^2\theta + \Phi_{34}\sin^3\theta;$$
$$\Phi_4 = \Phi_{41}\cos^4\theta + 4\Phi_{42}\cos^3\theta\sin\theta + 6\Phi_{43}\cos^2\theta\sin^2\theta +$$
$$+ 4\Phi_{44}\cos\theta\sin^3\theta + \Phi_{45}\sin^4\theta.$$

---

* Пусть $\theta=0$ — стационарная точка высшего порядка, $\theta_1 < 0 < \theta_2$, причем точки контура θ_1 и θ_2 не лежат вблизи точки $\theta=0$. Для этого случая можно установить формулу

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} F(\theta)\, e^{ik\Phi(\theta)}\, d\theta = \left|\frac{n!}{k\Phi_n}\right|^{1/n} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{n}\right)}{n}\ F(0)\, e^{ik\Phi(0)} \left[e^{i\frac{\pi}{2n}\operatorname{sgn}\Phi_n} + \right.$$
$$\left. + e^{i\frac{\pi}{2n}(-1)^n \operatorname{sgn}\Phi_n}\right] + O\left(\frac{1}{k^{2/n}}\right).$$

Применяя теперь формулу (20″), получаем следующие выражения стационарных членов:

$$G_1 = \frac{2\pi \operatorname{sgn} \Phi_2}{\sqrt{\Phi_{21}\Phi_{23} - \Phi_{22}^2}} F(0), \tag{23}$$

причем $\operatorname{sgn} \Phi_2 = \operatorname{sgn} \Phi_{21} = \operatorname{sgn} \Phi_{23}$ *,

$$G_2 = \frac{\pi}{(\sqrt{\Phi_{21}\Phi_{23} - \Phi_{22}^2})^3} \left\{ \Phi_{21} F_{23} + \Phi_{23} F_{21} - 2\Phi_{22} F_{22} - \frac{F_{11}}{\Phi_{21}\Phi_{23} - \Phi_{22}^2} \times \right.$$
$$\times [\Phi_{23}^2 \Phi_{31} - 3\Phi_{22}\Phi_{23}\Phi_{32} + (\Phi_{21}\Phi_{23} + 2\Phi_{22}^2)\Phi_{33} - \Phi_{21}\Phi_{22}\Phi_{34}] -$$
$$- \frac{F_{12}}{\Phi_{21}\Phi_{23} - \Phi_{22}^2} [\Phi_{21}^2 \Phi_{34} - 3\Phi_{22}\Phi_{21}\Phi_{33} + (\Phi_{21}\Phi_{23} + 2\Phi_{22}^2)\Phi_{32} -$$
$$- \Phi_{23}\Phi_{22}\Phi_{31}] + \frac{F(0)}{4(\Phi_{21}\Phi_{23} - \Phi_{22}^2)^2} \left[\frac{5}{3} \Phi_{23}^3 \Phi_{31}^2 + 3(\Phi_{21}\Phi_{23} + 4\Phi_{22}^2)\Phi_{23}\Phi_{32}^2 - \right.$$
$$+ 3(\Phi_{21}\Phi_{23} + 4\Phi_{22}^2)\Phi_{21}\Phi_{33}^2 + \frac{5}{3}\Phi_{21}^3\Phi_{34}^2 - 10\Phi_{22}(\Phi_{21}^2\Phi_{34}\Phi_{33} + \Phi_{23}^2\Phi_{31}\Phi_{32}) +$$
$$+ 2(\Phi_{21}\Phi_{23} + 4\Phi_{22}^2)(\Phi_{21}\Phi_{34}\Phi_{32} + \Phi_{23}\Phi_{31}\Phi_{33}) -$$
$$- \frac{2}{3}(3\Phi_{21}\Phi_{23} + 2\Phi_{22}^2)\Phi_{22}(\Phi_{31}\Phi_{34} + 9\Phi_{32}\Phi_{33}) -$$
$$- (\Phi_{21}\Phi_{23} - \Phi_{22}^2)(\Phi_{23}^2\Phi_{41} - 4\Phi_{22}\Phi_{23}\Phi_{42} +$$
$$\left. \left. + 2(\Phi_{21}\Phi_{23} + 2\Phi_{22}^2)\Phi_{43} - 4\Phi_{21}\Phi_{22}\Phi_{44} + \Phi_{21}^2\Phi_{45}) \right] \right\} \tag{24}$$

По формулам (17′) находим еще

$$\frac{\widetilde{f}_{\{0\}}(r)}{\Phi^{(1)}(r)} = \frac{rF}{\Phi^{(2)}(r)}, \quad \frac{\widetilde{f}_{\{1\}}(r)}{\Phi^{(1)}(r)} = \frac{F[\Phi^{(1)}(r) - r\Phi^{(2)}(r)] + rF^{(1)}(r)\Phi^{(1)}(r)}{\Phi^{(1)}(r)]^3}. \tag{25}$$

Формула (20) при $p = 3$ приобретает теперь вид [см. также (24)]

$$\int_S F(x, y) e^{ik\Phi(x, y)} dx\, dy = \frac{-\operatorname{sgn} \Phi_2}{ik} \frac{2\pi e^{ik\Phi(0)} F(0)}{\sqrt{\Phi_{21}\Phi_{23} - \Phi_{22}^2}} +$$
$$+ \frac{1}{ik} \int_0^{2\pi} \frac{r_\Gamma(\theta) F_\Gamma}{\Phi_\Gamma^{(1)}} e^{ik\Phi_\Gamma} d\theta - \frac{1}{k^2} G_2 e^{ik\Phi(0)} +$$
$$+ \frac{1}{k^2} \int_0^{2\pi} \frac{F_\Gamma [\Phi_\Gamma^{(1)} - r_\Gamma(\theta) \Phi_\Gamma^{(2)}(\theta)] F_\Gamma^{(1)} \Phi_\Gamma^{(1)}}{[\Phi_\Gamma^{(1)}]^3} e^{ik\Phi_\Gamma} d\theta + \int_0^{2\pi} R\, d\theta, \tag{26}$$

где, в соответствии с оценкой (21), остаток $\int_0^{2\pi} R\, d\theta$ имеет порядок $1/k^3$.

---

* Отметим неточность, встречавшуюся ранее в написании первого стационарного члена (например, в [3]-и [6]). Вместо (23) писали $G_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{\Phi_{21}\Phi_{23} - \Phi_{22}^2}} F(0)$. Последняя формула верна лишь для случая минимума фазы в стационарной точке. В случае максимума правая часть получает знак минус.

Для применения оценки (21) при $p = 3$ необходимо еще иметь явные выражения для $F_{[1]}(0)$ и $F_{[2]}(0)$. Тогда и $f_{[2]}(r)$ легко находится по (17′). Выражения для $F_{[1]}(0)$ и $F_{[2]}(0)$ получаются из (12) при указанной выше замене $F(x)$ на $rF(r)$.

Автор выражает признательность Л. Б. Тартаковскому за постановку задачи и внимание при ее разработке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Б. Тартаковский, Радиотехника и электроника, 1959, 4, 6, 920.
2. В. Л., Тандит, Л. Б. Тартаковский, Радиотехника и электроника, 1960, 5, 9, 1398.
3. М. И. Конторович, Ю. К. Муравьев, ЖТФ, 1952, 22, 3, 394.
4. В. Ю. Петрунькин, Тр. ЛПИ им. М. И. Калинина (Радиофизика), 1955, 181.

Поступила в редакцию
7 I 1960

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА
1960 № 12

РАСПРОСТРАНЕНИЕ САНТИМЕТРОВЫХ ВОЛН НА ГОРНЫХ ТРАССАХ БОЛЬШОЙ ПРОТЯЖЕННОСТИ

В. Н. Троицкий

Рассмотрен вопрос о замираниях на сантиметровых и дециметровых волнах на горных трассах большой протяженности. Приведены экспериментальные данные о замираниях на трех горных трассах в Средней Азии. Даются выводы о природе замираний на горных трассах и при дальнем тропосферном распространении УКВ.

ВВЕДЕНИЕ

В горных районах очень часто сохраняется прямая видимость на очень большие расстояния. Поэтому, располагая радиостанции, работающие на сантиметровых и дециметровых волнах, на гребнях господствующих хребтов или на вершинах гор, можно поддерживать связь на расстояниях 100—200 и более километров. При строительстве радиорелейных линий в горных районах перспектива получения интервалов между станциями в 100—150 *км* чрезвычайно заманчива. В настоящее время в Советском Союзе построены и работают ряд радиорелейных линий в горных районах с интервалами большой протяженности [1].

В связи с необходимостью проектирования радиорелейных линий в горных районах изучение замираний на горных трассах большой протяженности приобретает важное практическое значение. Кроме того, изучение распространения сантиметровых и дециметровых волн на таких трассах представляет значительный интерес в связи с проблемой дальнего тропосферного распространения радиоволн.

В теориях тропосферного распространения предполагается, что волна, достигающая рассеивающего объема или отражающего слоя, распространяется так же, как в свободном пространстве. Такое же предположение делается и о распространении волны от рассеивающего объема до точки наблюдения.

Замирания в месте приема объясняют обычно интерференцией многих волн, приходящих в место приема, и, кроме того, изменением угла рассеяния в связи с изменениями условий рефракции. На самом деле, по-видимому, замирания в месте приема во многом связаны с тем, что по пути к отражающим неоднородностям и от них к месту приема амплитуда волн может довольно сильно изменяться. Эти изменения связаны с теми же неоднородностями, которые вызывают отражение ультракоротких волн на больших расстояниях. Изучение замираний на открытых горных трассах протяженностью 100—200 *км*, особенно в том случае, когда один из пунктов расположен на равнине, а второй — высоко в горах, позволит также выяснить вопрос о природе замираний при дальнем тропосферном распространении.

1. О ПРИРОДЕ ЗАМИРАНИЙ

На горных трассах в большинстве случаев отсутствует отраженный от земной поверхности луч либо из-за сильной пересеченности горного рельефа, либо из-за большой разности высот корреспондирующих пунктов. Во всяком случае при выборе трасс стремятся к тому, чтобы отраженный

от земной поверхности луч был подавлен, благодаря чему глубина замираний снижается.

Поэтому в подавляющем большинстве случаев на горных трассах отсутствуют обычные замирания, связанные с интерференцией прямого и отраженного от земной поверхности лучей. Благодаря большим величинам просветов на таких трассах не бывает также замираний, обязанных дифракционному ослаблению при субрефракции. Таким образом, единственной причиной замираний на горных трассах с большим просветом может быть отражение и преломление в атмосферных неоднородностях.

Заметное отражение и преломление, которые могут вызвать замирания, возможны лишь в слоистых неоднородностях в условиях, близких к условиям полного внутреннего отражения, когда коэффициент отражения близок к единице, а коэффициент прохождения очень мал.

Приход кроме основной волны еще и волны, отраженной от слоя, вызывает в месте приема интерференционные замирания тем более глубокие, чем ближе коэффициент отражения к единице. Для того чтобы отраженная волна попала в приемную антенну, необходимы определенная ориентация слоя и определенное его положение. Кроме того, это положение должно быть таким, чтобы сдвиг фаз между прямой и отраженной волнами был равен или больше 180°. Вероятность такой ситуации, естественно, очень невелика. Поэтому появление интерференционных замираний на горных трассах маловероятно. Этому способствует также то обстоятельство, что высоты пунктов в горных районах обычно различны, благодаря чему при горизонтальных слоях коэффициент отражения оказывается малым из-за увеличения угла скольжения и роста влияния неровностей слоя.

Наиболее вероятны на горных трассах замирания, определяемые ослаблением при прохождении через неоднородности, для которых осуществляются условия, близкие к условиям полного внутреннего отражения. Вероятность появления таких слоев, проходящих через трассу, тем больше, чем больше длина ее. Вероятность же глубоких замираний за счет этого явления тем больше, чем меньше разность высот обоих пунктов, так как при уменьшении разности высот увеличивается вероятность малых углов скольжения ввиду того, что слои имеют обычно небольшие наклоны по отношению к земной поверхности.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ЗАМИРАНИЙ НА ГОРНЫХ ТРАССАХ БОЛЬШОЙ ПРОТЯЖЕННОСТИ

В июле — сентябре 1958 г. и августе — сентябре 1959 г. группа сотрудников НИИ Министерства связи проводила исследования распространения радиоволн длиной 15 *см* на горных трассах радиорелейной линии в Киргизской и Узбекской ССР. Эксперименты проводились при большой помощи сотрудников радиорелейной линии и Управления радиорелейными линиями и телевидения Министерства связи Киргизской ССР.

Для исследования были избраны три наиболее протяженные трассы радиорелейной линии Фрунзе — Ташкент, описанные в [1].

Описание трасс. Первая трасса — Северная — Южная — протяженностью 142 *км* проходит по сильнопересеченной горной области. Первый пункт этой трассы расположен на высоте 4200 *м*, второй — на высоте 3450 *м*. Рельеф трассы (рис. 1) практически исключает возможность появления волн, отраженных от земной поверхности. Просвет на этой трассе около 800 *м*.

Вторая и третья трассы (рис. 2 и 3) проходят над Ферганской долиной. Общий для обеих трасс пункт, расположенный в Фергане, имеет высоту 580 *м*, а другие два пункта установлены на высотах 3450 и 2820 *м*. Боль

шая разница высот конечных пунктов приводит к тому, что на этих трассах отраженный от земной поверхности луч также отсутствует.

Методика измерений. Наблюдения заключались в круглосуточной записи напряженности поля одновременно на трех исследуемых трассах. Приемная аппаратура регулярно калибровалась генераторами стандартных сигналов. Скорость записи была установлена 6 *см/час* при постоянной времени самопишущего прибора порядка 0,3—0,5 *сек*. Антенны на трассе Северная — Южная имели усиление 170, а на остальных трассах — 1000 раз по отношению к изотропному излучателю. Мощности передатчиков периодически изменялись и результаты (изменение от 3 до 8 *вт*) передавались на приемный пункт.

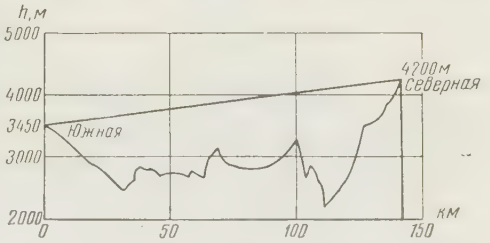


Рис. 1. Профиль трассы Северная —Южная

Результаты измерений. На волне 16 *см* было обработано довольно большое количество часов записи: на трассах Северная — Южная 1500 *час*, Фергана —Южная 2050 *час* и Адрасман — Фергана 900 *час*.

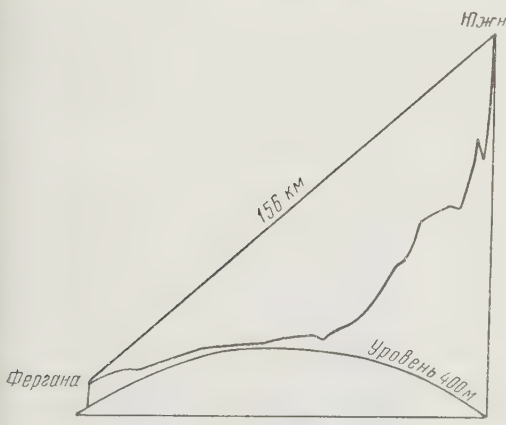


Рис. 2. Профиль трассы Фергана — Южная

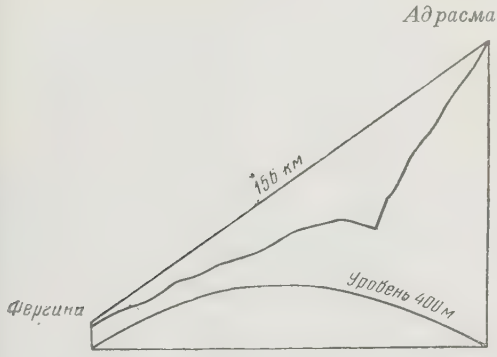


Рис. 3. Профиль трассы Адрасман — Фергана

Обработка записей производилась следующим образом. За каждые 3 *час* записи строились интегральные кривые распределения уровней напряженности поля. Затем для интервала в 3 *час* строились интегральные кривые за месяц и за весь период наблюдений. Из этих данных были получены кривые суточного хода и интегральные кривые за весь период наблюдения, приведенные на рис. 4—7.

Анализ записи уровня сигнала показал, что на всех трех трассах наблюдались довольно глубокие замирания, в большинстве случаев сравнительно медленного характера. Период таких замираний менялся от нескольких минут до нескольких часов. Примеры записи напряженности поля на двух трассах приведены на рис. 8, 9. Иногда наблюдались быстрые замирания с периодом порядка нескольких секунд, однако глубина их была обычно невелика.

Кривые суточного хода для всех трасс указывают на отсутствие какой-либо зависимости напряженности поля от времени суток. На рис. 7 приведен суточный ход множителя ослабления на одной из трасс. Следовательно, замирания не вызывались какими-либо рефракционными явлениями, которые имеют отчетливую зависимость от времени суток. По-видимому также, замирания в большинстве случаев не носили интерферен-

ционного характера, так как в этом случае скорость изменения уровня была бы значительно более высокой. Следует также отметить, что медианный уровень напряженности поля на всех трассах был ниже уровня свободного пространства на 3–6 *дб*, несмотря на очень большие просветы на трассах. Все это указывает на то, что замирания были связаны с ослаб-

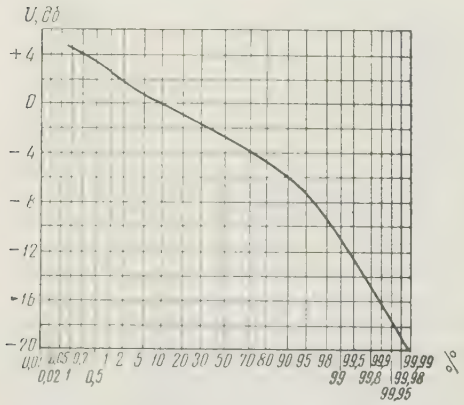


Рис. 4. Интегральное распределение значений множителя ослабления за весь период наблюдений на трассе Северная — Южная (1500 *час* записи)

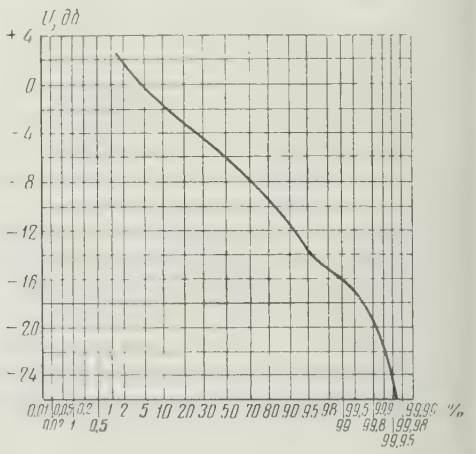


Рис. 5. Интегральное распределение значений множителя ослабления за весь период наблюдений на трассе Фергана — Южная (2050 *час* записи)

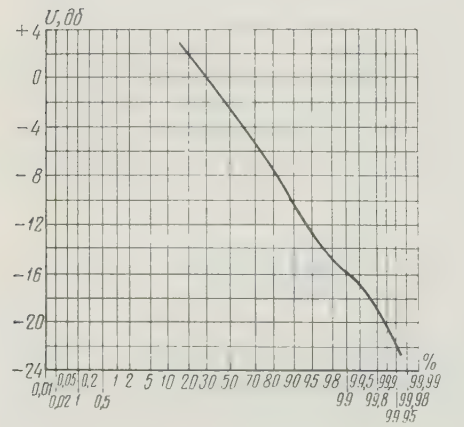


Рис. 6. Интегральное распределение значений множителя ослабления за весь период наблюдений на трассе Адрасман — Фергана (890 *час* записи)

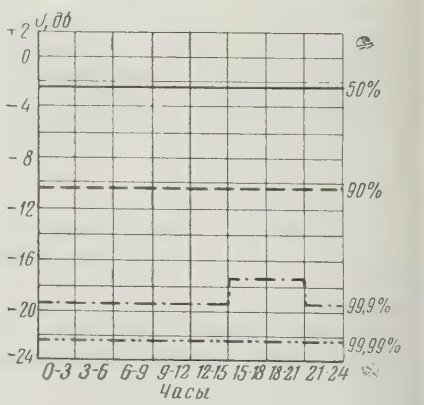


Рис. 7. Суточный ход множителя ослабления за весь период наблюдений на трассе Адрасман — Фергана для уровней, превышаемых в течение 10, 50 и 90% времени

лением прямой волны, которое менялось во времени. На это указывает и то обстоятельство, что практически для всех трасс распределение уровней напряженности поля подчинялось нормально-логарифмическому закону, вплоть до самых малых уровней, в то время как при наличии интерференционных замираний, по крайней мере при малых уровнях сигнала, распределения приближаются к закону Релея. Можно также отметить попутно, что наклон кривых распределения для всех трасс примерно одинаков. Глубина замираний на трассе Северная — Южная несколько меньше, чем

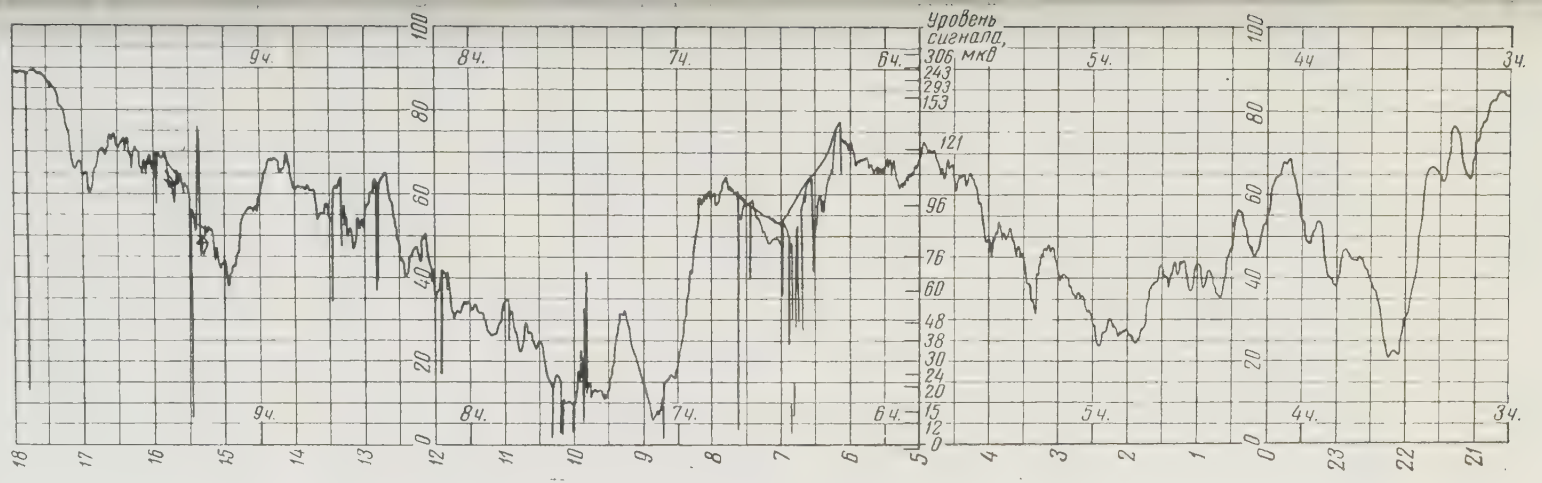


Рис. 8

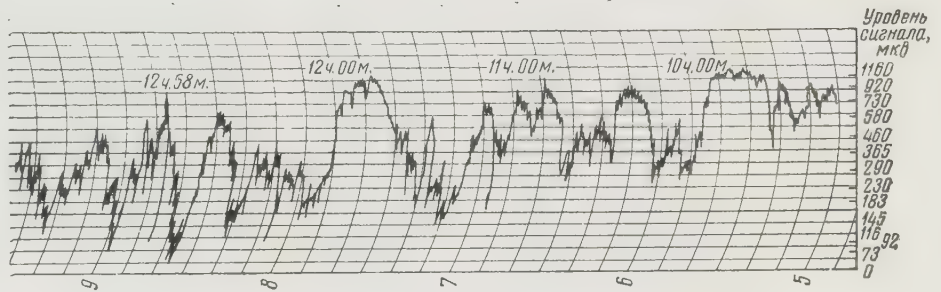


Рис. 9

Рис. 8. Запись напряженности поля на трассе Северная — Южная 23 сентября 1959 г., $\lambda = 16$ *см*

Рис. 9. Запись напряженности поля на трассе Фергана — Адрасман 5 сентября 1959 г., $\lambda = 16$ *см*

для длинных трасс, что связано, по-видимому, с большой высотой, н которой происходит распространение волны. Чем больше высота, те меньше абсолютная величина ε воздуха, а следовательно, и ее флуктуа ции, которые являются причиной замираний.

ВЫВОДЫ

На горных трассах, несмотря на отсутствие волны, отраженной о земной поверхности, наблюдаются довольно глубокие замирания сравни тельно медленного характера. По нашему мнению, эти замирания выз ваны ослаблением волны при прохождении через неоднородности в усло виях, близких к условиям полного внутреннего отражения. Естественно что при этом средний уровень напряженности поля ниже уровня свобод ного пространства, а распределение уровней подчиняется не релеевскому а нормально-логарифмическому закону. Однако глубина замираний на горных трассах протяженностью до 160 *км* оказывается не столь катастро фической, чтобы отказаться от практического использования подобных трасс.

В некоторых отношениях распределение глубины замираний на таких трассах имеет более благоприятный характер, чем на равнинных трассах обычной протяженности (до 60 *км*), так как на последних возможны бо лее глубокие замирания в течение очень малых процентов времени, чем на горных трассах. Это объясняется тем, что на обычных равнинных трас сах в течение малых процентов времени распределение уровней част подчиняется закону Релея, в то время как на горных трассах вплоть д самых малых уровней распределение имеет нормально-логарифмически вид.

Естественно, что такие же замирания будут наблюдаться и при дал нем тропосферном распространении ультракоротких волн. Если при это воспользоваться данными для горных трасс, считая, что замирания н обоих участках по обе стороны переизлучающего объема независимы то оказывается, что глубина замираний лишь немногим меньше глубин медленных замираний при дальнем тропосферном распространении. Т ким образом, медленные замирания при дальнем тропосферном распр странении, по-видимому, во многом обязаны ослаблению волны при пр хождении через неоднородности тропосферы.

ЛИТЕРАТУРА

1. К. Н. Ананьев. Высокогорные радиорелейные линии связи Киргизии, Вести связи, 1957, 5.

Поступила в редакцию
7 IV 1960

1960 № 12

ОТРАЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН КРУГОВОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ ОТ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ТЕЛ

Е. Н. Майзельс, П. Я. Уфимцев

Исследовано отражение электромагнитных волн круговой поляризации от тел вращения произвольной формы. Показано, что из рассеянного поля можно выделить его неравномерную составляющую, обусловленную искривлением поверхности. Приведены результаты численных расчетов и дано сравнение с экспериментом.

При расчете отражения электромагнитных волн металлическими телами часто пользуются методом Кирхгофа, согласно которому рассеянное поле создается поверхностным током

$$\vec{j} = \frac{c}{2\pi}[\vec{n}\vec{H}]. \qquad (1)$$

Здесь c — скорость света в вакууме; $\vec{n}$ — внешняя нормаль к поверхности тела; $\vec{H}$ — магнитное поле падающей волны. Физически формула (1) означает, что на каждом достаточно малом элементе «освещенной» поверхности тела ток считается таким же, как на бесконечной идеально проводящей плоскости, касательной к данному элементу. Однако эта формула не учитывает дополнительных токов, обусловленных искривлением поверхности. Реальный поверхностный ток нужно рассматривать как сумму «равномерной» составляющей тока, описываемой формулой (1), и «неравномерной» составляющей, обусловленной искривлением поверхности. Тогда рассеянное поле будет представлять собой сумму соответственно равномерной и неравномерной составляющих поля.

Приближение Кирхгофа позволяет вычислить только равномерную составляющую поля и поэтому оказывается в ряде случаев неудовлетворительным. Для более точной оценки рассеянного поля необходимо учитывать неравномерную составляющую. Иногда такой учет удается осуществить при помощи метода, разработанного одним из авторов [1—3]. Во многих других случаях, представляющих интерес, аналогичные расчеты связаны с серьезными трудностями. Поэтому весьма важна разработка способа, позволяющего непосредственно измерить неравномерную составляющую рассеянного поля. Ниже показано, что такие измерения для тел вращения можно осуществить при помощи электромагнитных волн круговой поляризации.

Пусть в свободном пространстве находится идеально проводящее тело вращения произвольной формы, облучаемое электромагнитными волнами. Выберем систему координат так, чтобы ось z совпадала с осью симметрии тела, а источник поля (точка Q) был расположен в плоскости $x = 0$ (рис. 1). Предполагая расстояние до тела достаточно большим, облучающую волну вблизи его можно рассматривать как плоскую, поле которой в начале координат будем считать равным

$$E_x = E_{0x}e^{-i\omega t}, \quad E_y = 0. \qquad (2)$$

Поместим теперь перед источником параллельно фронту излучаемой волны поляризатор P (рис. 2), преобразующий линейно поляризованное излучение в волну круговой поляризации. Пусть прошедшая через поляризатор волна с электрическим вектором E_τ отстает по фазе на

90° от волны с электрическим вектором E_n, пусть, иначе говоря, поляри-затор осуществляет правое вращение *. Тогда поле облучающей волны в начале координат будет равно

$$E_x = \frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}} E_{0x} e^{-i\omega t}, \qquad H_x = \frac{e^{-i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}} E_{0x} e^{-i\omega t}. \tag{3}$$

Рассеянное телом поле в волновой зоне можно представить в общем виде следующим образом:

$$E_\varphi = -H_\vartheta = \frac{iaE_{0x}}{2} \frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}} \sum \frac{e^{ikR}}{R}, \qquad E_\vartheta = H_\varphi = \frac{iaE_{0x}}{2} \frac{e^{-i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}} \sum \frac{e^{ikR}}{R}, \tag{4}$$

где a — радиус одного из поперечных сечений тела вращения; Σ и $\overline{\Sigma}$ — неизвестные угловые функции. Это поле представляет собой в общем слу-чае эллиптически по-ляризованную сфе-рическую волну. В радиолокационном случае (направлени-

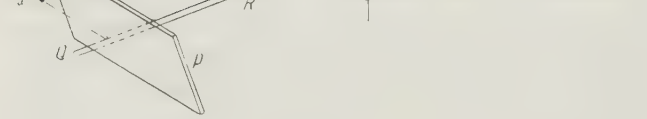


Рис. 1

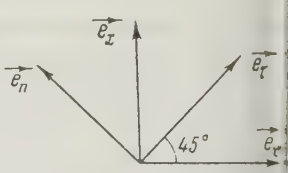


Рис. 2

на источник) волна проходит через поляризатор и создает за ним по-

$$E_x = -H_\vartheta = \frac{iaE_{0x}}{2} \sum\nolimits_+ \frac{e^{ikR}}{R} e^{i\frac{\pi}{2}}, \qquad E_\vartheta = H_x = \frac{iaE_{0x}}{2} \sum\nolimits_- \frac{e^{ikR}}{R}, \tag{5}$$

где

$$\sum\nolimits_\pm = \frac{1}{2}(\Sigma \pm \overline{\Sigma}). \tag{6}$$

Если источник излучает волну другой поляризации ($\vec{H} \parallel 0x$), то отра-женный телом сигнал, прошедший через поляризатор, описывается в точке Q аналогичными соотношениями

$$\left.\begin{aligned} H_x = E_\vartheta &= \frac{iaH_{0x}}{2} \sum\nolimits_+ \frac{e^{ikR}}{R} e^{i\frac{\pi}{2}}, \\ H_\vartheta = -E_x &= \frac{iaH_{0x}}{2} \sum\nolimits_- \frac{e^{ikR}}{R}. \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Рассмотрим теперь в приближении Кирхгофа рассеяние телом плоской линейно поляризованной волны. Согласно определению (1) равномерная составляющая тока, возбуждаемого на поверхности тела падающей вол-ной, определяется следующими формулами.

* Простейшим примером такого поляризатора может служить система металли-ческих пластин, параллельных вектору $\vec{e}_n$.

При E-поляризации $(\vec{E} \parallel 0x)$

$$\left.\begin{aligned} j_x &= \frac{c}{2\pi} E_{0x} (\sin\alpha\cos\gamma - \cos\alpha\sin\gamma\sin\psi)\, e^{ik\rho\Phi}, \\ j_y &= \frac{c}{2\pi} E_{0x} \cos\alpha\sin\gamma\cos\psi e^{ik\rho\Phi}, \\ j_z &= \frac{c}{2\pi} E_{0x} \cos\alpha\cos\gamma\cos\psi e^{ik\rho\Phi}. \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

При H-поляризации $(\vec{H} \parallel 0x)$

$$\left.\begin{aligned} j_x &= 0, \\ j_y &= -\frac{c}{2\pi} H_{0x} \sin\alpha e^{ik\rho\Phi}, \\ j_z &= -\frac{c}{2\pi} H_{0x} \cos\alpha\sin\psi e^{ik\rho\Phi}, \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

ще

$$\Phi = \cos\theta\cos\gamma + \sin\theta\sin\gamma\sin\psi; \quad (10)$$

— угол между осью z и нормалью к фронту падающей волны; δ, θ, ψ — ферические координаты точки на поверхности тела, α — угол между каса-ельной к образующей поверхности тела в этой точке и осью z.

Вычисляя далее вектор-потенциал в дальней зоне и подставляя его начения в формулы

$$\begin{aligned} E_\varphi &= -H_\vartheta = ikA_\varphi, \\ E_\vartheta &= H_\varphi = ikA_\vartheta, \end{aligned} \quad (11)$$

олучим в радиолокационном случае ($\varphi = -\pi/2$; $\vartheta = \pi - \gamma$) следующие ыражения для рассеянного поля.

При E-поляризации

$$E_x = -H_\vartheta = \frac{iaE_{0x}}{2} \overline{\sum}_k \frac{e^{ikR}}{R}, \quad E_\vartheta = H_x = 0. \quad (12)$$

При H-поляризации

$$H_x = E_\vartheta = \frac{iaH_{0x}}{2} \sum_k \frac{e^{ikR}}{R}, \quad H_\vartheta = -E_x = 0, \quad (13)$$

ще

$$\sum_k = -\overline{\sum}_k = \frac{k}{2\pi a} \int (\cos\alpha\sin\gamma\sin\psi - \sin\alpha\cos\gamma)\, e^{2ik\rho\Phi} ds, \quad (14)$$

интегрирование производится по освещенной поверхности тела.

Представим теперь угловые функции рассеянного поля в виде

$$\overline{\sum} = \overline{\sum}_k + \overline{\sum}_H \quad \text{при } E\text{-поляризации} \quad (15)$$

$$\sum = \sum_k + \sum_H \quad \text{при } H\text{-поляризации}, \quad (16)$$

ще $\overline{\sum}_k$ и $\sum_k$ — угловые функции равномерной составляющей; $\overline{\sum}_H$ и $\sum_H$ — гловые функции неравномерной составляющей поля. Обращаясь затем формулам (6) и принимая во внимание соотношение (14), видим, что в адиолокационном случае отраженный сигнал, описываемый функцией

$_+$, представляет собой только одну неравномерную составляющую поля.

Таким образом, при облучении металлических тел вращения электро-агнитными волнами круговой поляризации из рассеянного поля можно ыделить (при помощи поляризатора) и непосредственно измерить неравно-ерную составляющую поля, обусловленную любым искривлением по-рхности (плавный изгиб или излом).

Можно показать, что указанное явление носит универсальный ха рактер, т. е. имеет место не только для тел вращения, но и для лю бых произвольных тел конечных размеров.

На рис. 3 представлены результаты измерений и численных расчето неравномерной составляющей рассеянного поля

$$\sigma_+ = \pi a^2 \left| \sum\nolimits_+ \right|^2, \qquad (17$$

для диска диаметром $2a = \frac{5}{\pi}\lambda$ (λ — длина волны). Расчеты были вы

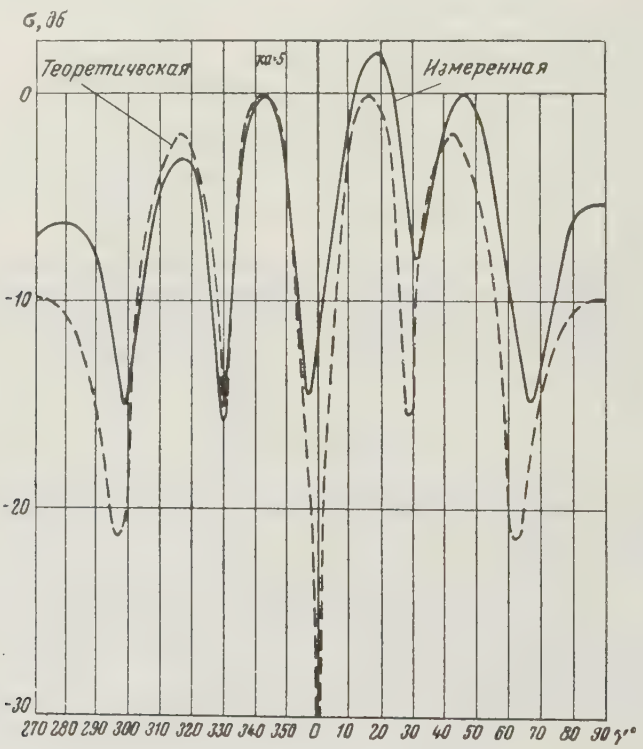


Рис. 3

полнены с учетом вторичной дифракции по приближенным формулам дл функций Σ и $\overline{\Sigma}$, приведенным в [3]. Поскольку изготовить тонкий дис с достаточно плоскими гранями трудно, измерения проводились с тупы конусом, близким по форме к диску и имеющим высоту порядка 0,1 диа метра. Полученная экспериментальная диаграмма не вполне симметрич на, и поэтому на рис. 3 нанесены обе ее ветви. Значение угла $\gamma = 0$ соот ветствует направлению нормали к диску, а значение $\gamma = 90°$— направ лению вдоль его поверхности.

Как видно из рис. 2, теоретическая и экспериментальная кривые дос таточно близки друг к другу. Некоторое расхождение между ними, осо бенно в области значений γ, близких к 90°, можно, по-видимому, объяс нить как конической формой образца, так и приближенным характеро расчетных формул.

ЛИТЕРАТУРА

1. П. Я. Уфимцев, ЖТФ, 1957, **27**, 8, 1840.
2. П. Я. Уфимцев, ЖТФ, 1958, **28**, 11, 2604.
3. П. Я. Уфимцев, ЖТФ, 1958, **28**, 3, 583.

Поступила в редакцию
26 III 1960

К ЗАДАЧЕ О НОРМАЛЬНОМ ПАДЕНИИ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА ПЕРИОДИЧЕСКУЮ ГРАНИЦУ РАЗДЕЛА ДВУХ ДИЭЛЕКТРИКОВ

Б. З. Каценеленбаум

На границу раздела двух диэлектриков нормально падает плоская электромагнитная волна. Граница раздела представляет собой волнистую —, вообще говоря, по двум направлениям — поверхность. Предложен метод теоретического определения амплитуд отраженной, прошедшей и дифрагированных волн, применимый при любом соотношении между длиной волны, высотой и периодами неровностей. Он представляет собой обобщение метода поперечных сечений, разработанного для исследования нерегулярных волноводов. Задача сводится к определению полей собственных волн в так называемой среде сравнения, свойства которой не зависят от одной из координат (соответствующей направлению распространения волн) и периодически изменяются с двумя другими координатами, и к решению бесконечной системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. В некоторых случаях обе эти задачи могут быть относительно просто решены.

1. Метод поперечных сечений, развитый для решения задач о распространении волн в нерегулярных волноводах с диэлектрическими вставками [1], может быть также применен для определения поля, образующегося при нормальном падении электромагнитной волны на периодическую (волнистую) границу раздела двух диэлектриков. Как и в [1], начнем со случая, когда диэлектрическая проницаемость среды ε является непрерывной функцией координат (рис. 1, *а*). Для простоты записи положим, что ε — скалярная величина, вообще говоря — комплексная, и что во всем пространстве магнитная проницаемость равна единице. Временну́ю зависимость примем в виде $\exp(i\omega t)$.

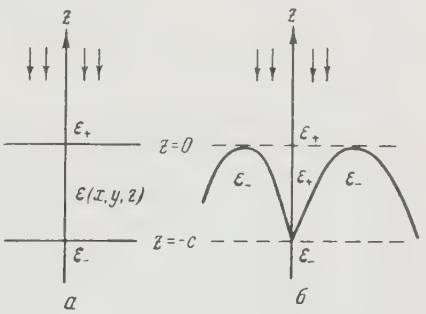


Рис. 1 *а*, *b*

Пусть при всех z ε является периодической функцией от x и y. Периоды по осям x и y, равные a и b, одинаковы для всех z, но вид функции зависит от z. При $z \geqslant 0$ ε принимает постоянное значение ε_+, при $z \leqslant -c$ $(c > 0)$ — постоянное значение ε_-.

Представим поле в любой точке переходного слоя $-c \leqslant z \leqslant 0$ в виде ряда по полям волн (собственных волн) некоторой вспомогательной среды, в которой ε не зависит от z и является той же функцией от x и y, что и ε данной среды при выбранном значении z.

Зависимость полей собственных волн от z выражается множителем $\exp(-ih_j z)$; при вещественном ε конечное число постоянных распространения h_j вещественно, остальные — мнимы; знак h_j выбирается таким образом, что при $j > 0$ волны распространяются (или затухают) в направлении $+z$ (прямые волны), при $j < 0$ — и в направлении $-z$ (обратные волны). В элементарном прямоугольнике, стороны которого параллельны осям x и y и равны a и b, эти поля должны удовлетворять уравнениям Максвелла и граничному условию на контуре этого прямоугольника, вы-

деляющему совокупность собственных волн. В аналогичной волноводной задаче на контуре должны исчезать тангенциальные составляющие электрического поля; в задаче о периодической структуре на противоположных сторонах прямоугольника тангенциальные составляющие должны совпадать, а нормальные — отличаться знаком *. Поля и волновые числа собственных волн зависят от z, так как от z зависит вид функции ε для вспомогательной среды.

Коэффициенты разложения поля в области $-c \leqslant z \leqslant 0$ по полям собственных волн обозначим $P_j(z)$. Они удовлетворяют системе дифференциальных уравнений [1 (8)]

$$\frac{dP_j}{dz} + ih_j P_j = \sum_{i=-\infty}^{\infty} S_{ji} P_i, \qquad (1$$

где S_{ji} — так называемые коэффициенты связи. Можно показать, что поля различных собственных волн удовлетворяют тем же условиям ортогональности [1 (4)], что и в волноводе; поэтому для коэффициентов связи остаются справедливыми выражения [1 (9), (10), (11)].

При $z > 0$ вспомогательная среда является однородной. Зависимость различных составляющих полей собственных волн от x и y дается функциями $\frac{\sin}{\cos} \pi n \frac{x}{a} \frac{\sin}{\cos} \pi m \frac{y}{b}$ (n, $m = 0, 1, 2, \ldots$). Совокупность номеров n и m определяет индекс волны j. В переходной области $-c \leqslant z \leqslant 0$ поля каждой волны определенного индекса непрерывно меняются с изменением z.

Граничные условия для системы (1) определяются из требования, чтобы при $z = 0$ поле падающей волны (распространяющейся в направлении $-z$) совпадало с полем одной из обратных собственных волн — именно той волны, поля которой не зависят от x и y. Мы присвоим ей индекс $j = -1$. Граничные условия состоят в том, что при $z = 0$ амплитуды всех обратных волн, кроме $P_{-1}(0)$, равны нулю, а $P_{-1}(0)$ равна амплитуде падающей волны. При $z = -c$ равны нулю амплитуды всех прямых волн.

Решив систему (1), найдем поля на плоскостях $z = 0$ и $z = -c$, затем и поля в однородных полупространствах $z > 0$ и $z < -c$. Амплитуды прямых волн при $z = 0$ определяют отраженную и дифрагированные волны в полупространстве $z > 0$; коэффициент отражения R равен $P_1(0)$. Амплитуды обратных волн при $z = -c$ определяют волны, проникающие в полупространство $z < -c$.

Предлагаемый метод сводит трехмерную электродинамическую задачу к определению собственных волн (к двумерной задаче) и к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Первую задачу можно решить вариационными методами **; если ε не зависит от одной координаты (например, от y), то эти методы довольно хорошо разработаны. Система (1) легко решается в явном виде, если ε представляет собой медленно меняющуюся функцию от z. Так, например, h определяется при этом в первом порядке интегралом типа [1 (20)], взятым по переходной области $-c < z < 0$, и для вычисления R достаточно найти коэффициент связи между волнами с индексами $j = 1$ и $j = -1$, $S_{1,-1}$ (2) и волновое число $h_1(z)$. В общем случае можно видоизменить систему (1) таким образом, чтобы для всех переменных $P_j(z)$ граничные условия ставились на одном конце интервала; получающаяся задача Коши легко решается на вычислительной машине.

---

* При обобщении предлагаемого метода на случай наклонного падения волны поля собственных волн надо определить таким образом, чтобы в противоположных точках границы прямоугольника значения касательных к границе составляющих отличались множителем $\exp \alpha$, где α равно набегу фаз падающей волны при переходе от одного прямоугольника к соседнему.

** В этой связи представила бы интерес попытка найти стационарные выражения непосредственно для коэффициентов связи.

2. Перейдем теперь к задаче о дифракции на периодической поверхности раздела двух однородных сред с различными значениями диэлектрической проницаемости ε_+ и ε_-. Пусть гребни этой поверхности лежат на плоскостях $z = 0$ и $z = -c$; в области $-c \leqslant z \leqslant 0$ ε является кусочно-постоянной функцией координат (рис. 1, *б*). Рассматривая такую функцию как предел непрерывной функции и повторяя соответствующие соображения статьи [1], легко убедиться в применимости изложенного метода и для этого случая. Коэффициенты связи можно вычислять по формуле [1(14)].

Если поверхность раздела содержит плоские участки, перпендикулярные оси z, то поля собственных волн не будут непрерывными функциями z, и коэффициенты связи будут в отдельных точках обращаться в бесконечность, а амплитуды — скачкообразно изменяться в этих точках. В частности, если плоскость $z = 0$ касается поверхности раздела не в отдельных точках или линиях, а по участкам с конечной площадью, то при $z = -0$ поле волны ($j = -1$) не будет просто равно полю падающей волны при $z = 0$. С физической точки зрения это означает, что отражение и дифракция будут происходить от самой плоскости $z = 0$, т. е. будут иметь место и в том случае, если при $z < 0$ среда окажется однородной ($S_{ji} \equiv 0$). Точно так же , если при $z = -c$ поверхность раздела содержит участки, перпендикулярные оси z, то, вообще говоря, амплитуды прямых волн при $z = -c + 0$ будут отличны от нуля.

Определение поля, дифрагированного от таких поверхностей, требует решения системы (1) с граничными условиями для $P_j(z)$ при $z = -0$ и $z = -c + 0$, которые, в свою очередь, должны быть найдены из задачи о падении волны на плоскую границу раздела однородной среды и системы полубесконечных диэлектрических стержней или слоев. В этой задаче система (1) заменяется системой алгебраических уравнений.

3. Задача о волнистой границе раздела металл — диэлектрик решалась при различных упрощающих предположениях (см. обзор [2]). Ее также можно решать методом поперечных сечений. Согласно [1], система уравнений вновь имеет вид (1), коэффициенты связи получаются из коэффициентов связи для границы двух диэлектриков предельным переходом $|\varepsilon_-| \to \infty$; они даются выражением [1 (16)]. За исключением одного специального случая, к которому мы вернемся ниже, для металла на границе переходной области, т. е. при $z = 0$, свойства вспомогательной среды всегда изменяются скачком. При $z = 0$ коэффициенты связи для диэлектрической среды неограниченно растут с увеличением $|\varepsilon_-|$; для металла они обращаются в бесконечность. Поэтому применение метода поперечных сечений к задачам о металлических поверхностях требует предварительного определения поля, проникающего через границу пространства, занятого системой периодических стержней или пластин. Сечение этой вспомогательной системы любой плоскостью, параллельной границе, имеет тот же вид, что сечение данной периодической границы раздела плоскостью $z = -0$. Для двумерных задач эти поля можно найти по методам, развитым в [3] для бесконечно-тонких пластин и в [4] — для пластин конечной толщины. Усложнение в граничных условиях, возникающее для металлической границы по сравнению с диэлектрической, частично компенсируется относительной простотой структуры поля собственных волн, удовлетворяющего простым граничным условиям.

Особым случаем, при котором на границе поле не искажается, является падение волны на систему параллельных бесконечно-тонких пластин, перпендикулярных полю $\vec{E}$ падающей волны. Поэтому при падении на волнистую поверхность, гребни которой перпендикулярны полю $\vec{E}$ и имеют при $z = -0$ нулевую толщину, граничные условия для системы (1) при $z = 0$ сводятся к тому, что $P_{-1}(0)$ равна полю падающей волны, а амплитуды остальных обратных волн при $z = 0$ равны нулю. Здесь имеет

место полная аналогия с задачей о плоском сужающемся волноводе, в кото ром распространяется основная (кабельная) волна ($j = -1$). При $z = -$ граничное условие получается из требования о конечности полей. Лег ко показать, что если, например, при $z = -c$ касательные к поверхно сти образуют некоторый угол, то при $z = -c$ происходит отражение дополнительным изменением фазы на $\pm\pi/2$ (ср. [5]).

Определение отраженного и дифрагированного полей в такой систем сводится, таким образом, к нахождению амплитуд прямых волн при $z = 0$. Коэффициент отражения R равен $P_1(0)$, амплитуды дифрагирован ных волн равны амплитудам прямых волн старших порядков, т. е. имею место те же условия, что и при падении на диэлектрическую поверхность Выражения для волновых чисел и коэффициентов связи в этой систем имеют простой вид. Решение для этой системы при условии $c \gg a$, может быть получено в явном виде для любой формы образующей.

Изменение R и амплитуды всех дифрагированных волн при появлени новой дифрагированной волны [6] с этой точки зрения является проявле нием своеобразного волноводного резонанса, возникающего, по-видимому всякий раз, когда рабочая частота совпадает с критической частотой по являющейся в волноводе волны высшего типа.

Заметим в заключение, что предложенная схема исследования дифрак ционных явлений на периодических структурах, как и весь метод попереч ных сечений, легко может быть перенесена на акустические задачи. Воз можно, что этот метод может также быть эффективно применен и для урав нений параболического типа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. З. Каценеленбаум, Радиотехника и электроника, 1958, **3**, 7, 890.
2. Ю. П. Лысанов, Акуст. ж., 1958, **4**, 1, 8.
3. J. Carlson, A. Heins, Quart. Appl. Math., 1947, **4**, 4, 313.
4. Л. Н. Дерюгин, Докл. АН СССР, 1954, **87**, 6, 913; 1953, **93**, 6, 1003.
5. Б. З. Каценеленбаум, Докл. АН СССР, 1958, **123**, 1, 53.
6. Л. Н. Дерюгин, Докл. АН СССР, 1954, **94**, 2, 203.

Институт радиотехники
и электроники АН СССР

Поступила в редакцию
9 III 1960

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

1960 № 12

ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА В ИМПУЛЬСНОМ РЕЖИМЕ

А. И. Зыков, В. Д. Ткаченко, Е. К. Островский

Изложена методика измерения КСВ длинного участка диафрагмированного волновода, обладающего сильной дисперсией, в импульсном режиме. Измерения при помощи направленного ответвителя показали, что за время импульса СВЧ процесс установления в большинстве случаев не заканчивается. Форма отраженного импульса свидетельствует о наличии многократных отражений, обусловленных нарушениями периодической структуры.

ВВЕДЕНИЕ

Измерение характеристик периодических волноводов обычно производится в непрерывном режиме генерации. Однако рабочим режимом, как правило, является импульсная генерация, причем время установления в длинных волноводах с малой групповой скоростью может оказаться соизмеримым с длительностью импульса, в связи с чем представляют интерес измерения в импульсном режиме.

Целью работы являлось измерение коэффициента отражения на входе диафрагмированного волновода * длиной 3,5 *м* в импульсном режиме при разных частотах в полосе пропускания и сравнение полученных значений КСВ в непрерывном и импульсном режимах **.

1. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Рассмотрим некоторые особенности градуировки кристаллических детекторов, которые необходимо учитывать при измерениях в импульсном режиме генерации.

1. Очевидно, что в импульсном режиме КСВ волновода можно определить, перемещая вдоль него детекторную головку с зондом и находя максимальную и минимальную высоты огибающей импульсов СВЧ на экране осциллографа, на вход которого подается сигнал с детектора.

Градуировочные характеристики детекторов не меняются при изменении длительности импульсов СВЧ от 2 до 10 *мксек* ***. В непрерывном и импульсном режимах между ними имеется лишь незначительное расхождение ****. Однако для использования градуировочной характеристики, полученной в непрерывном режиме, необходимо, чтобы импульсная высокочастотная мощность, подводимая к детектору, не была больше, чем при его градуировке и чтобы было установлено соответствие шкал градуировки и импульсных измерений при одинаковой высокочастотной мощности в обоих случаях. Поэтому проще градуировать детектор непосредственно в импульсном режиме.

---

* Параметры волновода: диаметр $2a = 84{,}67$ *мм*; диаметр $2a = 24{,}95$ *мм*; $D = 26{,}77$ *мм*; $\lambda_0 = 10{,}71$ *см*; $v_ф = c$; $v_{гр} = 0{,}02\ c$ ($c = 3 \cdot 10^{10}$ *см/сек*).

** Длительность импульса $\tau = 2{,}5 \cdot 10^{-6}$ *сек*; частота повторения $N = 50$ *сек*$^{-1}$.

*** Вне этого интервала измерение градуировочных характеристик не производилось.

**** Возможно, что оно обусловлено ошибками в измерении высокочастотной мощности и длительности импульсов СВЧ. При таком сравнении значения высокочастотной мощности в импульсе и в непрерывном режиме должны быть равны, что трудно выполнить с хорошей точностью.

2. Если скважность импульсов СВЧ не очень велика, то КСВ можно измерить так же, как и при непрерывной генерации, а если она велика, то приходится использовать усилитель. В обоих случаях зависимость среднего тока в цепи детектора $I_{ср}$ от высокочастотного напряжения в импульсе $U_{имп}$ определяется выражением

$$I_{ср}(U_{имп}) = \alpha N \tau I_{имп}(U_{имп}) \simeq \alpha N \tau I_{непр}(U_{непр}),$$

где $I_{имп}$, $U_{имп}$, $I_{непр}$, $U_{непр}$ — ток и высокочастотное напряжение в импульсном и непрерывном режимах соответственно; α — коэффициент усиления; N — частота повторения в 1 *сек*; τ — длительность импульсов СВЧ.

Таким образом, и в этом случае градуировкой детектора, полученной в непрерывном режиме, можно пользоваться только при условии, что уровень мощности в обоих режимах одинаков и что известно значение $\alpha N \tau$. Так как обеспечить точное выполнение этих условий трудно, то и при таком методе измерений целесообразно градуировать детектор в импульсном режиме. При переходе к новой длительности импульсов СВЧ желательно заново градуировать детектор, так как при этом могут не сохраниться прежняя форма огибающей импульсов СВЧ и уровень мощности.

2. ИЗМЕРЕНИЕ КСВ ДЛИННОГО ВОЛНОВОДА С МАЛОЙ ГРУППОВОЙ СКОРОСТЬЮ

Как показывает опыт, площадь огибающей СВЧ-импульсов, наблюдаемых на экране осциллографа, в большинстве случаев при перемещении зонда меняется незначительно, но форма огибающей меняется весьма заметно *. Это явление обусловлено: 1) большой разницей формы падающего и отраженного импульсов. Форма последнего обычно резко отличается от прямоугольной; 2) изменением фазы отражения на входе во время импульса. Положение минимума стоячей волны изменяется за время действия высокочастотного импульса, что приводит к выравниванию средних (за время высокочастотного импульса) значений электрического поля в различных сечениях волновода.

Единственным объяснением этих двух особенностей является то, что отраженная волна на входе есть результат взаимодействия большого числа малых отражений, возникающих по всей длине волновода и обусловленных нарушениями периодической структуры (неточность изготовления, неидеальность контактов, несоосность и т. д.).

Таким образом, измерение КСВ длинного волновода с большой дисперсией по среднему току в цепи детектора или при помощи усилителя дает сильно заниженные результаты, так как средний ток пропорционален площади огибающей импульсов СВЧ, которая в большинстве случаев слабо меняется при перемещении зонда. Измерение КСВ во время высокочастотного импульса можно производить только путем наблюдения за огибающей импульсов СВЧ и фиксации формы высокочастотного импульса при различных положениях зонда вдоль волновода измерительной линии. Такой метод дает полную картину распределения стоячей волны во входном волноводе во время высокочастотного импульса, но, к сожалению, он весьма трудоемок.

Удобно измерять коэффициент отражения в импульсном режиме при помощи направленного ответвителя (рис. 1). Сигнал с детектора в плече отраженной волны подавался на усилитель УШ-10, а затем на вход осциллографа 25И. Вначале находилась зависимость высоты отраженного им-

* При исследовании гладких волноводов в импульсном режиме это явление отсутствует, поэтому вполне возможно измерение КСВ по среднему току в цепи детектора или при помощи усилителя.

пульса на экране от КСВ в основном волноводе, к которому присоединялась вспомогательная нагрузка. Значение КСВ определялось при помощи измерительной линии, сигнал с детектора которой подавался на усилитель волномера ВСТ-10. Детектор предварительно градуировался в импульсном

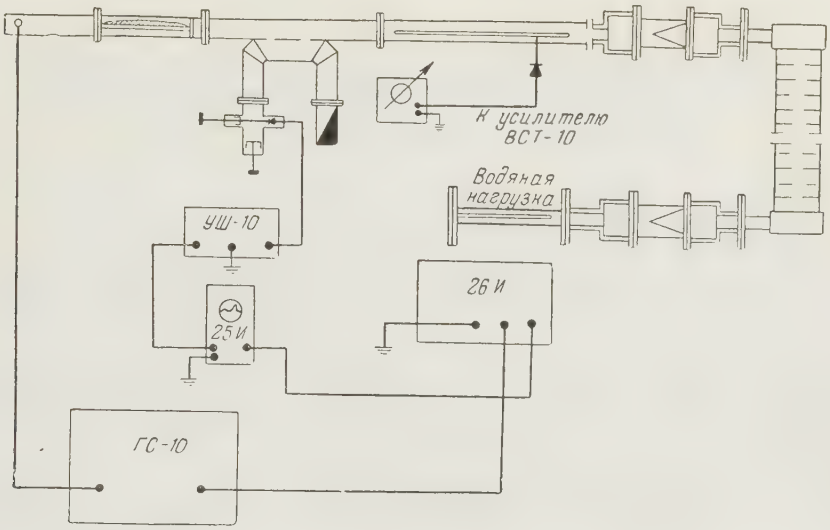


Рис. 1. Блок-схема измерения коэффициента отражения периодического волновода в импульсном режиме

режиме при помощи термисторного моста. Направленность ответвителя составляла 40 *дб*. Описанный способ позволил измерять при помощи направленного ответвителя достаточно малые КСВ (до $K = 1{,}03$. При помощи измерительной линии можно измерять КСВ $\simeq 1{,}02$).

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Опыт показал, что даже в том случае, когда волновод хорошо согласован при непрерывном режиме, все же при переходе в импульсный режим в начале и конце импульса возникают отражения, связанные, по-видимому, с запасанием энергии в волноводе.

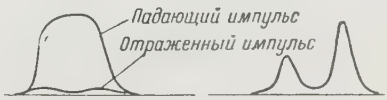


Рис. 2. Форма падающего и отраженного импульсов на входе диафрагмированного волновода

На рис. 2 показана форма падающего и отраженного импульсов на частоте, при которой в непрерывном режиме волновод согласован до $K = 1{,}06$. Справа изображен отраженный импульс при большом усилении.

На рис. 3 представлено изменение формы отраженного импульса на входе исследуемого волновода при изменении частоты, значения которой (f), а также значения КСВ в непрерывном режиме ($K_{\text{непр}}$) указаны в таблице. Так как на всех частотах отраженный импульс имеет непрямоугольную форму, то неясно, какое значение КСВ в течение импульса сравнивать со значением в непрерывном режиме. В таблице приведено значение КСВ в середине импульса СВЧ ($K_{\text{имп}}$).

Анализируя приведенные результаты, можно сделать вывод, что процесс установления в длинном волноводе с большой дисперсией в большинстве случаев не заканчивается полностью за время импульса СВЧ дли-

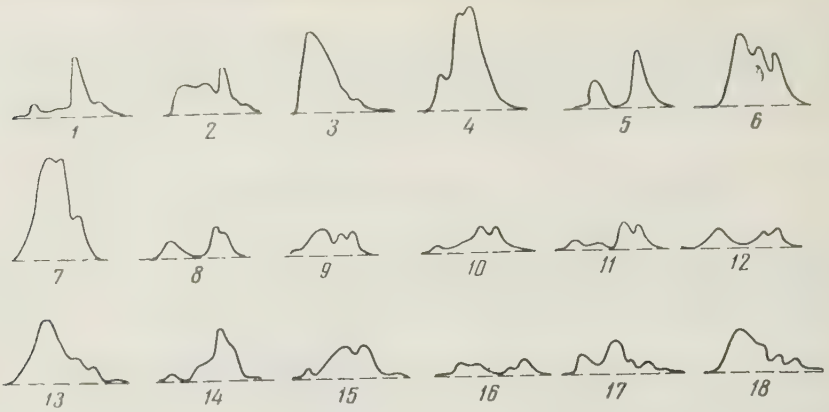


Рис. 3. Форма отраженного импульса на входе диафрагмированного волновода при различных частотах

тельностью порядка 2 *мксек*. Так как время заполнения такого волновода составляет всего 0,5 *мксек*, то это подтверждает предположение о наличии отражений по всей длине волновода, приводящих к увеличению времени установления *.

Значения КСВ диафрагмированного волновода в непрерывном и импульсном режимах генерации

№ п. п.	$K_{непр}$	$K_{имп}$	*f*, *Мгц*	№ п. п.	$K_{непр}$	$K_{имп}$	*f*, *Мгц*
1	1,23	1,11	2794,4	10	1,05	1,08	2798,8
2	1,10	1,20	2794,9	11	1,11	1,06	2798,9
3	1,25	1,24	2795,4	12	1,07	1,03	2799,4
4	1,51	1,80	2796,0	13	1,18	1,08	2800,0
5	1,17	1,03	2796,4	14	1,14	1,14	2800,4
6	1,69	1,53	2796,9	15	1,27	1,16	2801,0
7	1,57	1,90	2797,4	16	1,17	1,03	2801,5
8	1,08	1,03	2797,9	17	1,16	1,12	2801,9
9	1,09	1,11	2798,4	18	1,50	1,13	2801,4

Детальные измерения КСВ в середине импульса при различных длительностях последнего не производились, но качественно было установлено, что с увеличением длительности значение КСВ приближается к таковому в непрерывном режиме.

Физико-технический институт
АН УССР

Поступила в редакцию
29 II 1960

* Отражение на входе есть результат многократных отражений от неоднородностей в волноводе. Увеличение времени установления может иметь место также в случае значительного рассогласования входного и выходного переходов от диафрагмированного волновода к прямоугольным. В данном случае перед началом измерений переходы тщательно согласовывались.

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

1960 № 12

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ МАГНИТНОГО ДИПОЛЯ, РАСПОЛОЖЕННОГО В БЕСКОНЕЧНОМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ СЛОЕ С ОТРАЖАЮЩЕЙ ПЛОСКОСТЬЮ

И. В. Зернов

Изложены результаты расчета поля горизонтального магнитного диполя, расположенного в бесконечном слое магнитодиэлектрика параллельно отражающей плоской поверхности. Показано, что диполь возбуждает в пространстве сферическую и цилиндрические поверхностные волны. Для расчета поля сферической волны в дальней зоне используется метод перевала.

Рассмотрено также поле, возбуждаемое элементарной щелью.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим бесконечно протяженный диэлектрический слой с параметрами вещества μ_1, ε_1, $g_1 = 0$, расположенный над идеально проводящей плоскостью (рис. 1). Будем полагать, что электромагнитное поле в исходной системе возбуждается элементарным магнитным диполем, ось которого параллельна отражающей плоскости.

По аналогии с расчетом поля горизонтального магнитного диполя, расположенного над плоской поверхностью земли [1], введем в рассмотрение магнитный вектор Герца $\vec{\Pi}_m$. Тогда будем иметь

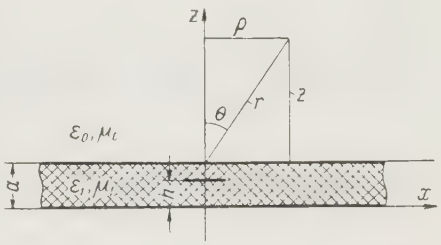


Рис. 1. Магнитный диполь в бесконечном диэлектрическом слое с отражающей плоскостью

$$\vec{E} = j\omega\mu \operatorname{rot} \vec{\Pi}_m;$$

$$\vec{H} = k^2\vec{\Pi}_m + \operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{\Pi}_m. \qquad (1)$$

Здесь $\vec{E}$ и $\vec{H}$ — векторы напряженности электрического и магнитного полей; $k = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$; ω — угловая частота колебаний поля. Зависимость векторов поля от времени характеризуется множителем $e^{-j\omega t}$.

При выбранном положении диполя (см. рис. 1) вектор Герца в прямоугольной системе координат будет иметь только две составляющие:

$$\vec{\Pi}_m = \vec{i}_x\Pi_x + \vec{i}_z\Pi_z. \qquad (2)$$

В этом случае проекции векторов поля, параллельные плоскости $z = \text{const}$, будут равны

$$E_x = j\omega\mu\frac{\partial\Pi_z}{\partial y}; \quad E_y = j\omega\mu\left(\frac{\partial\Pi_x}{\partial z} - \frac{\partial\Pi_z}{\partial x}\right);$$

$$H_x = k^2\Pi_x + \frac{\partial}{\partial x}\operatorname{div}\vec{\Pi}_m; \quad H_y = \frac{\partial}{\partial y}\operatorname{div}\vec{\Pi}_m.$$

Удовлетворяя условиям непрерывности касательных составляющих векторов поля при переходе через границу диэлектрик — воздух и граничным условиям на идеально проводящей плоскости, получим:

при $z = a$

$$\left.\begin{aligned} &\Pi_{x0} = n_\mu^2 n_\varepsilon^2 \Pi_{x1};\ \Pi_{z0} = n_\mu^2 \Pi_{z1};\\ &\frac{\partial \Pi_{x0}}{\partial z} = n_\mu^2 \frac{\partial \Pi_{x1}}{\partial z};\quad \frac{\partial \Pi_{z0}}{\partial z} - \frac{\partial \Pi_{z1}}{\partial z} = \frac{\partial \Pi_{x1}}{\partial x} - \frac{\partial \Pi_{x0}}{\partial x};\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

при $z = 0$

$$\Pi_{z1} = 0;\quad \frac{\partial \Pi_{x1}}{\partial z} = 0. \tag{4}$$

В выражениях (3), (4) индекс 0 характеризует величины, относящиеся к воздуху, а индекс 1 — величины, относящиеся к диэлектрику; $n_\mu^2 = \mu_1/\mu_0$; $n_\varepsilon^2 = \varepsilon_1/\varepsilon_0$.

2. ОБЩИЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ПРОЕКЦИЙ ВЕКТОРА ГЕРЦА ВО ВНЕШНЕМ ПРОСТРАНСТВЕ

Представим проекцию вектора Герца Π_{x1} в слое диэлектрика следующим образом:

$$\Pi_{x1} = j\frac{Ml}{4\pi\omega\mu_1}\int_0^\infty I_0(\xi\rho)\, e^{-\nu_1|z-h|}\frac{\xi\, d\xi}{\nu_1} + \int_0^\infty I_0(\xi\rho)\,[F_1 e^{-\nu_1 z} + F_2 e^{\nu_1 z}]\, d\xi.$$

В этом выражении первое слагаемое соответствует проекции вектора Герца магнитного диполя длины l, находящегося в безграничном диэлектрике*; M — величина «магнитного» тока в диполе; $F_1(\xi)$ и $F_2(\xi)$ — неизвестные функции;

$$\nu_1 = \sqrt{\xi^2 - k_1^2}.$$

Во внешнем пространстве составляющая Π_{x0} равна

$$\Pi_{x0} = \int_0^\infty I_0(\xi\rho)\, F_0(\xi)\, e^{-\nu_0 z}\, d\xi;$$

$\nu_0 = \sqrt{\xi^2 - k_0^2}$, причем $\mathrm{Re}(\nu_0) \geqslant 0$. Проекции Π_{z0} и Π_{z1} будем искать в виде

$$\Pi_{z0} = \cos\varphi \int_0^\infty I_1(\xi\rho)\, B_0(\xi)\, e^{-\nu_0 z}\, d\xi,$$

$$\Pi_{z1} = \cos\varphi \int_0^\infty I_1(\xi\rho)\, B_1(\xi)\, \mathrm{sh}\,\nu_1 z\, d\xi.$$

ρ, φ, z — цилиндрические координаты точки наблюдения.

Неизвестные функции $F_1(\xi)$, $F_2(\xi)$, $B_0(\xi)$ и $B_1(\xi)$ нетрудно найти, воспользовавшись условиями непрерывности (3) и граничными условиями (4).

В дальнейшем нас будет интересовать поле, возбуждаемое диполем во внешнем пространстве. Последнее, как известно, определяется

---

* Множитель $j\frac{Ml}{4\pi\omega\mu_1}$ для краткости записи будем опускать.

проекциями Π_{x0} и Π_{z0}. Путем несложных преобразований можно показать, что эти проекции равны:

$$\Pi_{x0} = p^2 \int_{-\infty}^{+\infty} H_0^{(1)}(\xi\rho)\,\frac{\operatorname{ch}\nu_1 h}{\operatorname{ch}\nu_1 a}\,\frac{e^{-\nu_0 z'}}{f_2(\xi)}\,\xi\,d\xi, \tag{5}$$

$$\Pi_{z0} = n_\mu^2(1-p^2)\cos\varphi \int_{-\infty}^{+\infty} H_1^{(1)}(\xi\rho)\,\frac{\operatorname{ch}\nu_1 h}{\operatorname{ch}\nu_1 a}\,\frac{e^{-\nu_0 z'}}{f_1(\xi)\,f_2(\xi)}\,\xi^2\,d\xi. \tag{6}$$

Здесь

$$f_1(\xi) = n_\mu^2\nu_0 + \nu_1 \operatorname{cth}\nu_1 a; \tag{7}$$

$$f_2(\xi) = n_\varepsilon^2\nu_0 + \nu_1 \operatorname{th}\nu_1 a; \tag{8}$$

$$p^2 = n_\mu^2 n_\varepsilon^2;\ z' = z - a.$$

Интегралы (5), (6) целесообразно рассматривать как интегралы по вещественной оси в плоскости комплексного переменного ξ.

3. ПОВЕРХНОСТНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

Проводя обычные рассуждения (см., например, [2]), выражения (5), (6) можно представить в виде интегралов по разрезу и совокупности слагаемых, обусловленных соответствующими полюсами подынтегральных функций. Последние, как нетрудно заметить, определяются корнями уравнений $f_1(\xi) = 0$ и $f_2(\xi) = 0$ (в точках, где $\operatorname{ch}\nu_1 a = 0$, подынтегральные функции особенностей не имеют).

Если разрезы в комплексной плоскости провести вдоль линий $\operatorname{Re}(\nu_0) = 0$, то особые точки подынтегральных функций могут находиться только на вещественной оси в промежутках $-k_1 \leqslant \xi \leqslant -k_0$ и $k_0 \leqslant \xi \leqslant k_1$, причем количество их определяется величиной $d = k_0 a\sqrt{p^2-1}$.

Соответствующие слагаемые в исходных выражениях (5), (6) будут иметь вид

$$(\Pi_{x0})_R = 2\pi j p^2 \sum_{n=1}^{N} \frac{H_0^{(1)}(\xi_n\rho)}{\dfrac{df_2(\xi_n)}{d\xi_n}}\,\frac{\operatorname{ch}\nu_{1n}h}{\operatorname{ch}\nu_{1n}a}\,\xi_n e^{-\nu_{0n}z'},$$

$$(\Pi_{z0})_R = 2\pi j n_\mu^2(1-p^2)\cos\varphi \left\{ \sum_{n=1}^{N} \frac{H_1^{(1)}(\xi_n\rho)}{f_1(\xi_n)\,\dfrac{df_2(\xi_n)}{d\xi_n}}\,\frac{\operatorname{ch}\nu_{1n}h}{\operatorname{ch}\nu_{1n}a}\,\xi_n^2 e^{-\nu_{0n}z'} + \right.$$

$$\left. + \sum_{m=1}^{M} \frac{H_1^{(1)}(\xi_m\rho)}{\dfrac{df_1(\xi_m)}{d\xi_m}\,f_2(\xi_m)}\,\frac{\operatorname{ch}\nu_{1m}h}{\operatorname{ch}\nu_{1m}a}\,\xi_m^2 e^{-\nu_{0m}z'} \right\},$$

где ξ_m — корни уравнения $f_1(\xi) = 0$; $m = 1, 2, \ldots, M$; ξ_n — корни уравнения $f_2(\xi) = 0$; $n = 1, 2, \ldots, N$; M и N — числа, определяющие количество корней уравнений на промежутке $k_0 \leqslant \xi \leqslant k_1$. Легко убедиться, что каждое из этих слагаемых представляет собой поверхностную волну с цилиндрическим фронтом, распространяющуюся от источника в радиальных направлениях.

В простейшем случае, когда

$$d = k_0 a\sqrt{p^2-1} \leqslant \frac{\pi}{2},$$

системе возникает только одна поверхностная волна, определяемая корнем уравнения $f_2(\xi) = 0$. Можно показать, что касательные к волно-

вой поверхности составляющие вектора $\vec{E}$ в этом случае будут равны

$$\left.\begin{aligned}(E_{\varphi 0})_R &= 2\pi\omega\mu_1 \frac{\operatorname{ch}\nu_{11}h}{\operatorname{ch}\nu_{11}a}\frac{\xi_1}{\frac{df_2}{d\xi_1}}\left\{\nu_{01}n_\varepsilon^2 H_0^{(1)}(\xi_1\rho) + \right.\\ &\left. + (1-p^2)\frac{dH_1^{(1)}(\xi_1\rho)}{d\rho}\frac{\xi_1}{f_1(\xi_1)}\right\} e^{-\nu_{01}z'}\cos\varphi;\\ (E_{z0})_R &= -2\pi\omega\mu_1 n_\varepsilon^2 \frac{\operatorname{ch}\nu_{11}h}{\operatorname{ch}\nu_{11}a}\xi_1^2\frac{H_1^{(1)}(\xi_1\rho)}{\frac{df_2}{d\xi_1}} e^{-\nu_{01}z'}\sin\varphi,\end{aligned}\right\} \quad (9)$$

ξ_1 — корень уравнения.

Отсюда следует, что горизонтальный магнитный диполь (вертикальная рамка с электрическим током, плоскость которой совпадает с плоскостью YOZ) возбуждает в пространстве поверхностную волну, электрическое поле которой в принципе имеет как вертикальную, так и горизонтальную составляющие. Максимумы вертикальной составляющей вектора $\vec{E}$ лежат в плоскости, перпендикулярной оси диполя, а максимумы горизонтальной составляющей $\vec{E}$ — в плоскости диполя.

4. ПОЛЕ ДИПОЛЯ В ДАЛЬНЕЙ ЗОНЕ

Для расчета поля магнитного диполя в дальней зоне в интегралах (5), (6), аналогично [2] и др., введем подстановку

$$\xi = k_0 \sin\tau.$$

Тогда проекции Π_{x0} и Π_{z0} будут равны:

$$\Pi_{x0} = -k_0 p^2 \frac{e^{-j\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2\pi k_0 r}}\int_C e^{jk_0 r\cos(\tau-\theta)}\frac{\cos(k_0 h\sqrt{p^2-\sin^2\tau})}{\cos(k_0 a\sqrt{p^2-\sin^2\tau})}\times$$

$$\times\frac{1}{\sqrt{\sin\tau\sin\theta}}\frac{\sin 2\tau}{F_2(\tau)}d\tau, \quad (10)$$

$$\Pi_{z0} = k_0 n_\mu^2 (p^2-1)e^{-j\frac{3}{4}\pi}\sqrt{\frac{2}{\pi k_0 r}}\cos\varphi\int_C e^{jk_0 r\cos(\tau-\theta)}\frac{\cos(k_0 h\sqrt{p^2-\sin^2\tau})}{\cos(k_0 a\sqrt{p^2-\sin^2\tau})}\times$$

$$\times\frac{\sin^2\tau\cos\tau}{\sqrt{\sin\tau\sin\theta}\,F_1(\tau)\,F_2(\tau)}d\tau. \quad (11)$$

Здесь r, θ, φ — сферические координаты точки наблюдения (рис. 1);

$$F_1(\tau) = \sqrt{p^2-\sin^2\tau}\operatorname{ctg}(k_0 a\sqrt{p^2-\sin^2\tau}) - jn^2{}_\mu\cos\tau;$$

$$F_2(\tau) = \sqrt{p^2-\sin^2\tau}\operatorname{tg}(k_0 a\sqrt{p^2-\sin^2\tau}) + jn_\varepsilon^2\cos\tau;$$

C — контур интегрирования в плоскости τ, изображенный на рис. 2. На этом же рисунке показаны особые точки подынтегральных функций, расположенные на линиях $\tau = \pm\frac{\pi}{2} \mp j\eta$. При выводе выражений (10), (11) были использованы асимптотические представления функций Ханкеля.

Для вычисления интегралов применим метод перевала. Если особые точки подынтегральных функций значительно удалены от седловой точки

$\tau = \theta$, то этот метод дает

$$\Pi_{x0} = j2p^2 \frac{e^{jk_0 r}}{r} \frac{\cos(k_0 h\sqrt{p^2 - \sin^2\theta})}{\cos(k_0 a\sqrt{p^2 - \sin^2\theta})} \frac{\cos\theta}{F_2(\theta)} + P_x,$$

$$\Pi_{z0} = -n_\mu^2 (p^2 - 1) \frac{e^{jk_0 r}}{r} \frac{\cos(k_0 h\sqrt{p^2 - \sin^2\theta})}{\cos(k_0 a\sqrt{p^2 - \sin^2\theta})} \frac{\sin 2\theta}{F_1(\theta) F_2(\theta)} \cos\varphi + P_z.$$

Первые слагаемые в полученных выражениях, как нетрудно видеть, определяют поле сферической волны в дальней зоне, а дополнительные слагаемые P_x и P_z соответствуют рассмотренным выше поверхностным волнам. Последние появляются здесь лишь при таких значениях угла θ, для которых деформация исходного контура интегрирования C в контур стационарной фазы C' сопровождается пересечением особых точек (рис. 2).

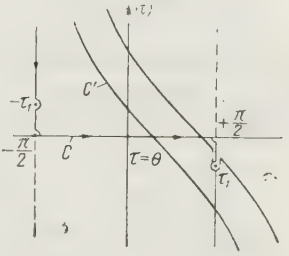


Рис. 2. Плоскость комплексного переменного τ

Переходя к проекциям векторов поля сферической волны в сферической системе координат, будем иметь: в плоскости, перпендикулярной оси диполя ($\varphi = \pi/2$),

$$\left.\begin{aligned} E_\theta &= -j2p^2 k_0^2 Z_0 \frac{e^{jk_0 r}}{r} \frac{\cos(k_0 h\sqrt{p^2 - \sin^2\theta})}{\cos(k_0 a\sqrt{p^2 - \sin^2\theta})} \frac{\cos\theta}{F_2(\theta)}, \\ E_\varphi &= 0, \quad H_\theta = 0, \quad H_\varphi = -\frac{E_\theta}{Z_0}; \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

в плоскости диполя ($\varphi = 0$)

$$\left.\begin{aligned} E_\varphi &= -2k_0^2 Z_0 \frac{e^{jk_0 r}}{r} \frac{\cos(k_0 h\sqrt{p^2 - \sin^2\theta})}{\cos(k_0 a\sqrt{p^2 - \sin^2\theta})} \frac{\cos\theta}{F_2(\theta)} \times \\ &\times \left[n_\mu^2 (p^2 - 1) \frac{\sin^2\theta}{F_1(\theta)} + jp^2 \cos\theta\right], \\ E_\theta &= 0, \quad H_\theta = -\frac{E_\varphi}{Z_0}, \quad H_\varphi = 0, \quad Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}. \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

При $n_\mu = n_\varepsilon = 1$ последние выражения превращаются в обычные равенства, определяющие проекции векторов поля магнитного диполя, расположенного параллельно идеально проводящей плоскости.

В направлении нормали к поверхности диэлектрика ($\theta = 0$) величина напряженности электрического поля равна

$$E = -j2p^2 k_0^2 Z_0 \frac{e^{jk_0 r}}{r} \frac{\cos k_1 h}{p \sin(k_1 a) + j n_\varepsilon^2 \cos k_1 a}. \tag{14}$$

Отсюда видно, что $E = 0$ при $k_1 h = (2m + 1)\frac{\pi}{2}$, $m = 0, 1, 2, \ldots$.

В плоскости диэлектрика ($\theta = \pi/2$) поле сферической волны исчезает, исключение составляет лишь режим, называемый критическим. Последний имеет место в тех случаях, когда

$$d = k_0 a\sqrt{p^2 - 1} = n\frac{\pi}{2}, \quad n = 0, 1, 2, \ldots.$$

Исследование корней уравнений $f_1(\xi) = 0$ и $f_2(\xi) = 0$ показывает, что при переходе величины d через значения $n\frac{\pi}{2}$ (для первого уравнения при n — нечетных и для второго уравнения при n — четных) появляются новые корни. Таким образом, критический режим определяет условия возникновения в системе новых поверхностных волн.

Используя выражения (12), (13) для поля сферической волны при $\theta = \pi/2$ и $k_0 a \sqrt{p^2 - 1} = n\pi$ в плоскости, перпендикулярной оси диполя ($\varphi = \pi/2$), получим

$$E_\theta = -2k_0^2 n_\mu^2 Z_0 \frac{e^{jk_0 r}}{r} \cos(k_0 h \sqrt{p^2 - 1})(-1)^n, \quad E_\varphi = 0.$$

При $\theta = \pi/2$ и $k_0 a \sqrt{p^2 - 1} = (2n+1)\frac{\pi}{2}$ в плоскости диполя ($\varphi = 0$)

$$E_\theta = 0, \quad E_\varphi = -j2Z_0 k_0^2 \sqrt{p^2 - 1} \frac{e^{jk_0 r}}{r} \cos(k_0 h \sqrt{p^2 - 1})(-1)^n.$$

Для вычисления интегралов (10), (11) в режиме, близком к критическому, подынтегральные функции можно представить в виде рядов Лорана и затем использовать методику, изложенную в [3].

5. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ЩЕЛИ

Применим полученные выше соотношения к расчету поля, возбуждаемого во внешнем пространстве элементарной щелью.

Пусть бесконечно узкая щель длины l прорезана вдоль оси Ox проводящей плоскости $z = 0$ в окрестности точки $x = y = 0$.

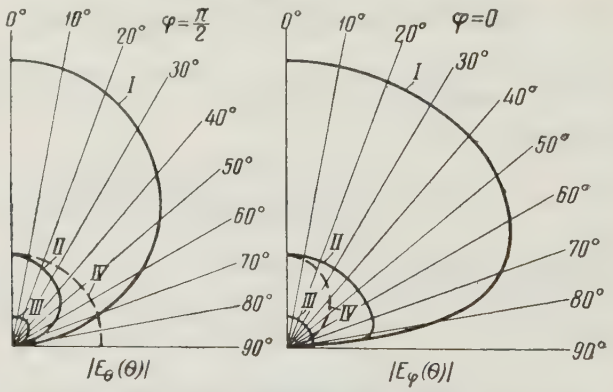


Рис. 3. Диаграммы распределения поля сферической волны, возбуждаемой элементарной щелью:

$I - n_\mu^2 = 1,\ n_\varepsilon^2 = 10;\ II - n_\mu^2 = n_\varepsilon^2 = 10;\ III - n_\mu^2 = 10,\ n_\varepsilon^2 = 1;\ IV - n_\mu^2 = n_\varepsilon^2 = 1$

Принимая распределения напряженности электрического поля по длине элементарной щели равномерным, будем иметь в соответствии с [4]

$$\vec{j}_M = \vec{n} \times \vec{E}_0 \text{ или } M = U,$$

где $\vec{n} = -\vec{i}_z$; $\vec{E}_0$ — вектор напряженности возбуждающего электрического поля; $\vec{j}_M$ — вектор плотности «магнитного» тока; U — напряжение между краями щели. Введя в выражения (12), (13) ранее отброшенный множитель $j\frac{M}{4\pi\omega\mu_1}$, получим:

при $\varphi = \pi/2$

$$E_\theta = U \frac{l}{\lambda} \frac{e^{jk_0 r}}{r} \frac{n_\varepsilon^2 \cos\theta}{\cos(k_0 a \sqrt{p^2 - \sin^2\theta})F_2(\theta)},$$

где λ — длина волны;

при $\varphi = 0$

$$E_\varphi = -jU\frac{l}{\lambda}\frac{e^{jk_0 r}}{r}\frac{\cos\theta}{\cos\left(k_0 a\sqrt{p^2-\sin^2\theta}\right)F_2(\theta)}\left\{jn_\varepsilon^2\cos\theta+(p^2-1)\frac{\sin^2\theta}{F_1(\theta)}\right\}.$$

На рис. 3 изображены диаграммы распределения поля сферической волны, возбуждаемой щелью, для различных n_ε и n_μ. При расчетах полагалось, что во всех вариантах $k_1 a = \pi/2$.

Из диаграмм следует, что наличие магнитодиэлектрика заметным образом изменяет распределение поля сферической волны в пространстве. Величина напряженности поля, кроме того, существенно зависит, при прочих равных условиях, от параметров вещества, образующего слой.

Для определения поля поверхностной волны, возникающей в исследуемой системе, необходимо использовать выражения (9). Расчеты показывают, что на больших расстояниях от источника в рассмотренных вариантах преобладающее значение имеет вертикально поляризованная составляющая поля поверхностной волны. Так, например, при $n_\mu = 1$, $n_\varepsilon = 10$ и $k_1 a = \pi/2$ максимальное значение амплитуды проекции E_z при $\varphi = \pi/2$) приблизительно в 40 раз превышает максимальное значение амплитуды проекции E_φ (при $\varphi = 0$).

ЛИТЕРАТУРА

. А. Зоммерфельд, Дифференциальные уравнения в частных производных физики, ИЛ, 1950.
. Y. T. Lo, J. Appl. Phys., 1954, 25, 733.
. В. А. Фок, Диффракция радиоволн вокруг земной поверхности, Изд. АН СССР, 1946.
. Л. А. Вайнштейн, Электромагнитные волны, Изд. Советское радио, 1957.

Поступила в редакцию
28 III 1960

1960 № 12

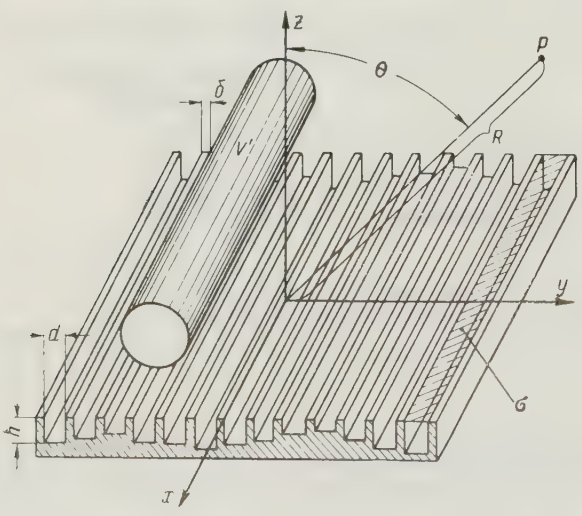
РАЗВЯЗКА ДВУХ АНТЕНН ЩЕЛЕВОГО ТИПА ПРИ ПОМОЩИ РЕБРИСТОЙ СТРУКТУРЫ, РАСПОЛОЖЕННОЙ В ПЛОСКОСТИ ЩЕЛЕЙ

О. Н. Терешин

Рассмотрено получение развязки между передающей антенной, расположенной над ребристой плоскостью с чистореактивным поверхностным полным сопротивлением, и приемной антенной щелевого типа, прорезанной в этой плоскости. Показано, что степень развязки между двумя антеннами щелевого типа, при заданном расстоянии между ними, определяется той максимальной скоростью изменения поверхностного полного сопротивления, которая может быть получена при практическом выполнении последнего.

ВВЕДЕНИЕ

На практике возникает необходимость построения устройств для развязки приемной антенны от непосредственного воздействия сигнала расположенной рядом передающей антенны. При этом часто бывает желательным по конструктивным соображениям, чтобы устройства, осуществляющие развязку, лежали в плоскости, в которой прорезана приемная щелевая антенна.



В [1] исследовался случай использования для этой цели плоских поверхностей с переменным по длине чистоактивным поверхностным полным сопротивлением. Там было показано, что в случае, если передающая антенна также щелевого типа и расположена в той же плоскости, что и приемная, степень развязки в основном определяется скоростью изменения поверхностного полного сопротивления по линии, связывающей обе антенны. Однако практическое осуществление переменного чистоактивного поверхностного полного сопротивления представляет значительные трудности. Кроме того, при применении чистоактивного поверхностного полного сопротивления возможно значительное снижение коэффициента полезного действия передающей антенны. В настоящей работе ставится задача определения возможности построения развязывающих структур на базе поверхностей с чистореактивным поверхностным полным сопротивлением.

Перейдем к постановке задачи. Как и ранее (см. [1]), предполагаем, что ребристая поверхность задана на плоскости $z = 0$ (рисунок). В объеме V' над этой плоскостью (или непосредственно у плоскости в случае щеле-

вых антенн) заданы сторонние электрические и магнитные токи (передающая антенна). Параметры ребристой поверхности, так же как и функции распределения сторонних токов в объеме V', считаем не зависящими от координаты X. Частный случай такой системы — антенна неограниченной по X длины в виде щели с постоянным по длине напряжением, прорезанной в ребристой структуре, также однородной вдоль X. Предполагаем, что поле сторонних токов объема V' в свободном пространстве имеет характер TM-волн относительно оси Z. Это ограничение несущественно, так как ход рассуждений для случая TE-волн был бы аналогичным. В рассматриваемом частном случае поле сторонних источников в свободном пространстве будет иметь составляющие электрического поля E_z и E_y и магнитного поля H_x. Поэтому ребристую поверхность будем характеризовать граничным условием

$$Z(y) = \left.\frac{E_y}{H_x}\right|_{z=0}. \tag{1}$$

Здесь $Z(y)$ — функция распределения поверхностного полного сопротивления вдоль оси Y. Применительно к ребристой структуре такое соотношение справедливо в случае, если ширина канавок много меньше длины волны, а ширина ребер δ много меньше ширины канавок d (рисунок). Предполагаем также, что на некотором удалении от V' по оси Y в области ζ расположена приемная антенна щелевого типа.

Требуется определить оптимальную, с точки зрения получения максимальной развязки приемной антенны от передающей при заданном расстоянии между ними, функцию распределения чистореактивного полного сопротивления вдоль оси Y на плоскости $z = 0$.

Для дальнейшего заметим, что степень развязки между передающей антенной и приемной антенной щелевого типа будет определяться законом изменения тангенциальной составляющей суммарного магнитного поля при $z = 0$ вдоль оси Y.

Действительно, тангенциальная составляющая суммарного магнитного поля на любой поверхности прямым образом связана с плотностью электрического поверхностного тока, текущего по этой поверхности. Амплитуда тока в точках расположения приемной щелевой антенны, в свою очередь, определяет степень возбуждения этой антенны. Таким образом, если функция распределения поверхностного полного сопротивления $Z(y)$ задана такой, что обеспечивается спадание амплитуды функции H_x для $z = 0$ при удалении от передающей антенны к приемной до некоторого уровня, этот уровень и будет определять степень возбуждения приемной антенны. Степень развязки между антеннами будет определяться соотношением амплитуд H_x в начале и конце развязывающей структуры за вычетом пространственного затухания по закону $\sim 1/\sqrt{Y}$.

1. АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

Будем искать тангенциальную составляющую суммарного магнитного поля около ребристой поверхности ($z \simeq 0$) в виде

$$H_x = e^{Z^*(y,\,z)}, \tag{2}$$

где $Z^*(y, z)$ — комплексная функция переменных y, z. Разложив эту функцию на мнимую и действительную части, получим

$$Z^*(y, z) = Z_1(y, z) + iZ_2(y, z). \tag{3}$$

Здесь $Z_1(y, z)$ и $Z_2(y, z)$ — чистодействительные функции.

Из уравнений Максвелла следует связь (если зависимость от времени

задана в виде $e^{i\omega t}$)

$$E_y = -\frac{i}{\omega\varepsilon}\frac{\partial H_x}{\partial z}, \tag{4}$$

где ε — абсолютная диэлектрическая проницаемость среды. Подставляя (4) и (2) в (1), найдем

$$Z(y) = -\frac{i}{\omega\varepsilon}\frac{\partial Z^*}{\partial z}\Big|_{z=0} = -\frac{i}{\omega\varepsilon}\frac{\partial Z_1}{\partial z} + \frac{1}{\omega\varepsilon}\frac{\partial Z_2}{\partial z}\Big|_{z=0}. \tag{5}$$

Таким образом, условие чистой реактивности поверхностного полного сопротивления может быть записано в виде

$$\frac{\partial Z_2}{\partial z}\Big|_{z=0} = 0. \tag{6}$$

Всюду, за исключением точек в объеме V', тангенциальная составляющая суммарного магнитного поля H_x должна удовлетворять двумерному однородному волновому уравнению (так как зависимость от координаты x отсутствует)

$$\frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} + k^2 H_x = 0. \tag{7}$$

В уравнение (7) подставим значение H_x из (2) и разобьем уравнение на мнимую и действительную части с учетом (3). Это приводит к системе уравнений вида

$$\frac{\partial^2 Z_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 Z_1}{\partial z^2} + \left(\frac{\partial Z_1}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial Z_1}{\partial y}\right)^2 - \left(\frac{\partial Z_2}{\partial z}\right)^2 - \left(\frac{\partial Z_2}{\partial y}\right)^2 + k^2 = 0,$$

$$\frac{\partial^2 Z_2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 Z_2}{\partial z^2} + 2\frac{\partial Z_1}{\partial y}\frac{\partial Z_2}{\partial y} + 2\frac{\partial Z_1}{\partial z}\frac{\partial Z_2}{\partial z} = 0. \tag{8}$$

Нас интересует класс функций H_x, удовлетворяющих граничным условиям (1) и системе уравнений (8). Для определения такого класса функций достаточно рассмотреть область, прилегающую как угодно близко к плоскости $z = 0$, т. е. ограничиться рассмотрением точек, где z мало. Для таких точек, полагая z сколь угодно малым, функции Z_1 и Z_2 и их первые две производные, присутствующие в системе уравнений (8), могут быть с любой наперед заданной точностью представлены асимптотическими разложениями

$$Z_1(y, z) = Z_1^0(y) + Z_1'(y)\,z + Z_1^2(y)\,z^2,$$

$$Z_2(y, z) = Z_2^0(y) + Z_2'(y)\,z + Z_2^2(y)\,z^2. \tag{9}$$

В дальнейшем, согласно (6), будем полагать $Z_2'(y) = 0$, так как рассматриваются только чистореактивные полные сопротивления. Подставим эти разложения в (8) и объединим члены при одинаковых степенях z. Это приводит к уравнениям

$$\frac{d^2 Z_1^0}{dy^2} + 2Z_1^2 + \left(\frac{dZ_1^0}{dy}\right)^2 - \left(\frac{dZ_2^0}{dy}\right)^2 + (Z_1')^2 + k^2 + O_1(z) = 0,$$

$$\frac{d^2 Z_2^0}{dy^2} + 2Z_2^2 + 2\left(\frac{dZ_1^0}{dy}\right)\left(\frac{dZ_2^0}{dy}\right) + O_2(z) = 0. \tag{10}$$

Если опять учесть, что z может быть сколь угодно малым, соотношение (10) с любой наперед заданной точностью можно считать эквива

лентным следующим уравнениям:

$$\frac{d^2Z_1^0}{dy^2} + 2Z_1^2 + \left(\frac{dZ_1^0}{dy}\right)^2 - \left(\frac{dZ_2^0}{dy}\right)^2 + (Z_1')^2 + k^2 = 0, \tag{11}$$

$$\frac{d^2Z_2^0}{dy^2} + 2Z_2^2 + 2\left(\frac{dZ_1^0}{dy}\right)\left(\frac{dZ_2^0}{dy}\right) = 0. \tag{12}$$

Заметим, что согласно (5)

$$Z(y) = -\frac{i}{\omega\varepsilon} Z_1'(y). \tag{13}$$

Перепишем уравнения (11) и (12) в такой форме:

$$Z_1'(y) = \pm\sqrt{\left(\frac{dZ_2^0}{dy}\right)^2 - \frac{d^2Z_1^0}{dy^2} - 2Z_1^2 - \left(\frac{dZ_1^0}{dy}\right)^2 - k^2}, \tag{14}$$

$$\frac{d^2Z_2^0}{dy^2} + 2Z_2^2 + 2\left(\frac{dZ_1^0}{dy}\right)\left(\frac{dZ_2^0}{dy}\right) = 0. \tag{15}$$

В такой записи уравнение (15) можно рассматривать как условие чистой реактивности полного сопротивления. Действительно, если не требовать чистой реактивности полного сопротивления, т. е. не полагать $Z_2' = 0$ в формуле (9), то $Z_2'(y)$ явно войдет в уравнение (15), так что уравнения (14) и (15) будут симметричными относительно $Z_2'(y)$ и $Z_1'(y)$. Таким образом, уравнение (15) в том виде, как оно записано, определяет связь между функциями $Z_2^0(y)$ и $Z_1^0(y)$, которая вытекает из требования $Z_1'(y) = 0$, т. е. из условия чистой реактивности полного сопротивления. Тогда, с учетом этой связи, уравнение (14) может служить для определения функции распределения поверхностного чистореактивного полного сопротивления, для которого тангенциальная составляющая суммарного магнитного поля меняется по закону [ср. (5)]

$$H_x = e^{Z_1^0(y) + iZ_2^0(y)}. \tag{16}$$

В первом приближении естественно положить в формулах (15) и (14)

$$Z_1^2(y) = Z_2^2(y) = 0. \tag{17}$$

Рассмотрим, насколько точно такое приближение, для чего воспользуемся формулой (2), где положим

$$Z_1(y, z) = Z_1^0(y) + Z_1'(y)\, z + \alpha Z_1^2(y)\, z^2,$$

$$Z_2(y, z) = Z_2^0(y) + \alpha Z_2'(y)\, z + \alpha Z_2^2(y)\, z^2. \tag{18}$$

Здесь α — параметр, характеризующий амплитудные соотношения между отдельными членами ряда. По смыслу сделанных выше предположений ($Z_2'(y) = 0$, $Z_1^2(y)$ и $Z_2^2(y) = 0$) следует полагать, что в выражении (18) $\alpha \ll 1$.

Подставим (2) с учетом (18) в (8) и сгруппируем члены при одинаковых степенях α:

$$\frac{d^2Z_1^0}{dy^2} + (Z_1')^2 + \left(\frac{dZ_1^0}{dy}\right)^2 - \left(\frac{dZ_2^0}{dy}\right)^2 + k^2 + \frac{dZ_1'}{dy} z + 2\frac{dZ_1'}{dy}\frac{dZ_1^0}{dy} z + \left(\frac{dZ_1'}{dy}\right)^2 z^2 + \dots + O_1(\alpha) = 0, \tag{19}$$

$$\frac{d^2Z_2^0}{dy^2} + 2\frac{dZ_2^0}{dy}\frac{dZ_1^0}{dy} + 2\frac{dZ_2^0}{dy}\frac{dZ_1'}{dy} z + O_2(\alpha) = 0. \tag{20}$$

Таким образом, уравнения (19), (20), а следовательно, и волновое уравнение, удовлетворяются с точностью до членов порядка z при условии выполнения равенств (15) и (14) для $Z_1^2(y)$ и $Z_2^2(y) = 0$, причем при заданном z точность тем больше, чем меньше скорость изменения импедансного сопротивления dZ_1'/dy. Иначе говоря, при $z = 0$ и $\alpha = 0$ и выполнении условий (15) и (14) для $Z_1^2(y) = Z_2^2(y) = 0$ решение в виде (2) точно удовлетворяет волновому уравнению.

2. ВЫБОР РЕШЕНИЙ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ, УДОВЛЕТВОРЯЮЩИХ УСЛОВИЮ ИЗЛУЧЕНИЯ

Для того чтобы убедиться, что полученное решение может быть аналитически продолжено для любых z в виде выражения, отвечающего условиям излучения при $z \to \infty$ и особенностям в точках расположения источников, воспользуемся выражением для тангенциальной составляющей магнитного поля, полученным в [2] для задачи, аналогичной по постановке:

$$H_x = \omega\varepsilon \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{\xi(\varkappa)\, e^{-\gamma z}}{\gamma} + \left[\frac{F_2^{\ni}(\varkappa)\, e^{\gamma z} - F_1^{\ni}(\varkappa)\, e^{-\gamma z}}{\varkappa\gamma} \right] \right\} e^{-i\varkappa y}\, d\varkappa. \tag{21}$$

Здесь $\xi(\varkappa)$ — функция диаграммы направленности ребристой структуры, продолженная на всю ось $\varkappa$ (физическая диаграмма направленности может быть получена при подстановке $\varkappa = k \sin\theta$, где θ — полярный угол точки наблюдения P в дальней зоне (рисунок).

$$F_1^{\ni}(\varkappa) = \frac{i\varkappa}{4\pi} \int_{z'=-\infty}^{\infty} \int_{y'=-\infty}^{\infty} \left(\frac{\gamma}{i\omega\varepsilon} j_y^{\ni} - j_x^{\text{м}} \right) e^{i\varkappa y' + \gamma z'}\, dz'\, dy',$$

$$F_2^{\ni}(\varkappa) = -\frac{i\varkappa}{4\pi} \int_{z'=-\infty}^{\infty} \int_{y'=-\infty}^{\infty} \left(\frac{\gamma}{i\omega\varepsilon} j_y^{\ni} + j_x^{\text{м}} \right) e^{i\varkappa y' - \gamma z'}\, dz'\, dy', \tag{22}$$

где $j_y^{\ni}(y', z')$, $j_x^{\text{м}}(y', z')$ — составляющие объемной плотности первичных электрических и магнитных токов, заданных в объеме V'; y, z — координаты точки наблюдения; y', z' — координаты точек расположения первичных источников; $\gamma = \sqrt{\varkappa^2 - k^2}$; $k = 2\pi/\lambda$.

Рассмотрим частный случай, когда передающая антенна щелевого типа. Это значит, что сторонние (первичные) источники расположены бесконечно близко над ребристой поверхностью (при $z = +0$) и заданы в виде поверхностных электрических и магнитных токов. Воспользуемся связью

$$j_x^{\text{м}}(y', z') = J_x^{\text{м}}(y')\, \delta(z' - 0),$$
$$j_y^{\ni}(y', z') = J_y^{\ni}(y')\, \delta(z' - 0),$$

где $J_x^{\text{м}}(y')$ и $J_y^{\ni}(y')$ — поверхностная плотность электрических и магнитных токов; $\delta(z' - 0)$ — дельта-функция. При этом формулу (21) можно переписать в виде

$$\frac{1}{\omega\varepsilon} H_x = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\xi(\varkappa)}{\gamma} e^{-\gamma z} e^{-i\varkappa y} dx -$$

$$\frac{i}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{\gamma z} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\gamma}{i\omega\varepsilon} J_y^{\ni} + J_x^{\text{м}} \right) e^{i\varkappa y'} dy' + e^{-\gamma z} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\gamma}{i\omega\varepsilon} J_y^{\ni} - J_x^{\text{м}} \right) e^{i\varkappa y'} dy'}{\gamma} e^{-i\varkappa y} d\varkappa. \tag{23}$$

Первое слагаемое представляет спектр уходящих (затухающих при $\varkappa > k$) от плоскости $z = 0$ волн, о чем свидетельствует знак минус перед

в формуле (23). Рассмотрим второе слагаемое (23) в непосредственной близости от плоскости $z = 0$, разложив его в ряд по степеням z,

$$-\frac{i}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left\{e^{\gamma z}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\gamma}{i\omega\varepsilon}J_y^{\ni}+J_x^{\text{м}}\right)e^{i\varkappa y'}dy'+e^{-\gamma z}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\gamma}{i\omega\varepsilon}J_y^{\ni}-J_x^{\text{м}}\right)e^{i\varkappa y'}dy'\right\}\times$$

$$\times\frac{1}{\gamma}e^{-i\varkappa y}d\varkappa=-\frac{1}{\omega\varepsilon}J_y^{\ni}-izJ_x^{\text{м}}+O(z^2), \qquad (24)$$

Первые два слагаемых в этой формуле отличны от нуля лишь в точках расположения первичных источников (при $y = y'$, где $J_y^{\ni}(y')$ и $J_x^{\text{м}}(y') \neq 0$). Следовательно, тангенциальная составляющая полного поля у ребристой поверхности (при $z \simeq 0$) вне области расположения первичных источников (щелевых антенн) может быть представлена с точностью до членов порядка z^2 как спектр уходящих (затухающих) волн. В свою очередь, если в формуле (14) перед корнем взять знак минус, то полученное решение также будет соответствовать затухающей волне. Если два решения в некоторой области (при z, близком к нулю) записываются в виде уходящих (затухающих) от некоторой плоскости $z = 0$ волн, то для полной их тождественности во всех точках этой области достаточно, чтобы они были тождественными при $z = 0$. Для нашего случая условие такой тождественности имеет вид (с учетом особенности в точках расположения первичных источников)

$$\omega\varepsilon\int_{-\infty}^{\infty}\left[\frac{\varkappa\xi(\varkappa)+F_2^{\ni}(\varkappa)-F_1^{\ni}(\varkappa)}{\varkappa\gamma}\right]e^{-i\varkappa y}d\varkappa=e^{Z_1^0(y)+iZ_2^0(y)}. \qquad (25)$$

Таким образом, решение для тангенциальной составляющей в виде (24) при условиях (15) и (14) для Z_1^2 и $Z_2^2 = 0$ и при знаке минус перед корнем в (14) удовлетворяет теореме единственности, если распространять это решение на всю полуплоскость $z > 0$ согласно формуле (ср. [2])

$$H_x|_{z>0}=\omega\varepsilon\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\xi(\varkappa)}{\gamma}e^{-\gamma z}e^{-i\varkappa y}d\varkappa,$$

где $\xi(\varkappa)$ находится из уравнения (25) при $F_1^{\ni}(\varkappa)$ и $F_2^{\ni}(\varkappa)$, определенных по формуле (22) через заданные сторонние источники. Это в свою очередь означает, что выражения (15) и (14) при Z_2^2 и $Z_1^2 = 0$, определяющие функции Z_1' и Z_2^0 через заданную функцию Z_1^0, являются точным решением поставленной задачи, хотя и описывают частный случай ($Z_2^2 = Z_1^2 = 0$, обе антенны — передающая и приемная — щелевого типа). Однако рассмотрение этого частного случая с точки зрения возможности построения развязывающих ребристых структур для антенн щелевого типа позволяет сделать достаточно общие выводы.

ВЫВОДЫ

1. Если задана функция изменения амплитуды тангенциальной составляющей полного магнитного поля $|H_x|$ по координате y ($|H_x| = e^{Z_1^0(y)}$), функция изменения фазы этого же поля $Z_2^0(y)$ при условии чисто реактивности полного сопротивления не может быть задана любой, а определяется из условия реактивности (см. (15))

$$\frac{dZ_1^0}{dy}=Ce^{2Z_1^0(y)}$$

где C — произвольная постоянная. Нужное для получения заданной функции $|H_x|$ распределение полного сопротивления находится по фор-

муле (ср. (14) и (15))

$$Z(y) = \frac{i}{\omega\varepsilon}\sqrt{Ce^{4Z_1^0} - \frac{d^2Z_1^0}{dy^2} - \left(\frac{dZ_1^0}{dy}\right)^2 - k^2}. \quad (2$$

2. Функция распределения полного сопротивления согласно условия задачи должна быть чистореактивной. Но это означает, что если формуле (26)

$$\left[\frac{d^2Z_1^0}{dy^2} + \left(\frac{dZ_1^0}{dy}\right)^2 + k^2\right] > 0,$$

то функция $Ce^{4Z_1^0}$ должна быть преобладающей под корнем по ампл туде (это легко проверить на примере экспоненциального спадания п ля по оси y, т. е. $e^{Z_1^0} = e^{c_1 y}$. Тогда ориентировочно можно положить

$$Z(y) \simeq \frac{i\sqrt{C}}{\omega\varepsilon} |H_x|^2.$$

Таким образом, чем бо́льшая скорость спадания модуля поля H_x тр буется от развязывающей структуры, тем бо́льшая скорость изменен поверхностного полного сопротивления должна быть выполнена. П практическом выполнении развязывающей поверхности, например в ви ребристой структуры, эта скорость не может быть сделана бесконеч большой, коль скоро ширина канавок d и толщина ребер δ не могут бы выполнены бесконечно малыми. Следовательно, степень развязки, котор может быть получена от развязывающей поверхности, определяется т скоростью изменения полного сопротивления, которая может быть по чена практически.

Все приведенные рассуждения можно распространить и на случ чистоактивного полного сопротивления, если в формуле (9) положи $Z_1'(y) = 0$.

Условие чистоактивного поверхностного полного сопротивления формула для определения функции распределения полного сопротивлен получаются аналогичными (15) и (14). Это значит, что последний вы может быть полностью отнесен к чистоактивному поверхностному по ному сопротивлению. Но в таком случае мы получаем полное совпаден с выводами, следующими из работы [1], где связь между скоростью изм нения полного сопротивления и степенью развязки была подтвержде экспериментальной проверкой. Эксперименты, проведенные с развязыва щими структурами с чистореактивным поверхностным полным сопроти лением, также подтвердили наличие такой связи.

ЛИТЕРАТУРА

1. О. Н. Терешин, А. С. Белов, К вопросу о развязке антенн щелев типа с помощью импедансной структуры, лежащей в плоскости щелей, Изв. ву МВО СССР (Радиотехника), 1960, 3.
2. О. Н. Терешин, Обратная электродинамическая задача применительно к п ской неограниченной импедансной поверхности, НДВШ (Радиотехника и эл роника), 1958, 4.

Поступила в редакцию
24 II 1960

1960 № 12

НЕКОТОРЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О КОЛЕБАНИЯХ МАЛОЙ ГИРОТРОПНОЙ СФЕРЫ. Ч. I. МЕТОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ

Сюй Янь-шэн

Рассмотрено решение задачи о собственных электромагнитных колебаниях малой гиротропной сферы методом последовательных приближений. Этот метод дает более точное решение задачи, чем статический метод, примененный Уокером [1]. В качестве примера применения предложенного метода приведено вычисление поправки к формуле резонансной частоты собственных колебаний гиротропной сферы, полученной Уокером.

ВВЕДЕНИЕ

Задача о собственных колебаниях малого гиротропного сфероида рассмотрена впервые Уокером [1]. Одним из его основных предположений является магнитостатическое приближение: для малого образца, пренебрегая эффектом распространения волн, вместо уравнений Максвелла можно решить систему уравнений

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= 0 \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \text{при } \lambda \gg d,$$

где λ — длина волны; d — наибольший размер образца.

Это предположение значительно упрощает задачу; оно позволило получить спектр магнитостатических колебаний малого гиротропного сфероида. Однако ряд явлений, связанных с собственными колебаниями малого гиротропного образца, остался еще невыясненным. В настоящей работе, исходя из решения электромагнитной задачи методом последовательных приближений (принимая решение Уокера за нулевое приближение), вычислены более точные значения резонансных частот уокеровских типов колебаний, учитывающие явление распространения волн в малой гиротропной сфере.

1. РЕШЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ МАЛОЙ ГИРОТРОПНОЙ СФЕРЫ МЕТОДОМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ

Метод последовательных приближений для решения задачи возбуждения малого анизотропного образца подробно исследован Стивенсоном [2, 3]. Однако его метод не дает решения в виде разложения в ряд по собственным колебаниям образца и поэтому нам не подходит. Мы будем решать нашу задачу несколько иным путем.

Сначала отметим, что можно различать два вида колебаний в малой гиротропной сфере. Один из них, который мы в дальнейшем назовем колебаниями вида квази-H, характеризуется малой радиальной составляющей электрического поля E_r; другой вид — с малой радиальной составляющей магнитного поля H_r — назовем колебаниями вида квази-E.

Будем считать уокеровские типы колебаний за нулевое приближение для колебаний вида квази-H и аналогичные электростатические колебания (у которых нет резонанса) за нулевое приближение для колебаний

вида квази-E. Имеем, следовательно,

$$\vec{E}_0 = \operatorname{grad}\psi_E \text{ для квази-}E \text{ колебаний},$$
$$\vec{H}_0 = \operatorname{grad}\psi_H \text{ для квази-}H \text{ колебаний},$$

ψ_E и ψ_H являются решениями уравнений

$$\nabla^2\psi_E = 0,$$
$$\mu\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\psi_H + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\psi_H = 0.$$

Здесь

$$\mu = 1 + \frac{\Omega_H}{\Omega_H^2 - \Omega^2}, \qquad \Omega_H = \frac{H_i}{4\pi M_0}, \qquad \Omega = \frac{\omega}{4\pi|\gamma|M_0},$$

H^i — напряженность постоянного магнитного поля внутри сферы (направленного всегда вдоль оси z), M_0 — намагниченность насыщения феррита, $\gamma = e/mc$ — гиромагнитное отношение, ω — круговая частота колебаний.

В качестве первого приближения рассмотрим решения следующих систем уравнений:

$$\begin{cases} \operatorname{rot}\vec{H}_1 = \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial\vec{D}_0}{\partial t} \\ \operatorname{div}\vec{B}_1 = 0 \end{cases} \quad \text{для квази-}E \text{ колебаний} \tag{1}$$

и

$$\begin{cases} \operatorname{rot}\vec{E}_1 = -\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial\vec{B}_0}{\partial t} \\ \operatorname{div}\vec{D}_1 = 0 \end{cases} \quad \text{для квази-}H \text{ колебаний}, \tag{2}$$

где

$$\vec{B}_0 = \|\mu\|\vec{H}_0; \quad \vec{D}_0 = \varepsilon\vec{E}_0;$$
$$\vec{B}_1 = \|\mu\|\vec{H}_1; \quad \vec{D}_1 = \varepsilon\vec{E}_1;$$

ε — диэлектрическая проницаемость феррита;

$$\|\mu\| = \begin{vmatrix} \mu & -ik & 0 \\ ik & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \text{ — тензор магнитной проницаемости;}$$

$$k = -\Omega/(\Omega_H^2 - \Omega^2).$$

Решения систем уравнений (1), (2) не определены вполне вследствие того, что к ним можно добавить любые решения однородных уравнений

$$\begin{cases} \operatorname{rot}\vec{H}_1 = 0, \\ \operatorname{div}\vec{B}_1 = 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} \operatorname{rot}\vec{E}_1 = 0, \\ \operatorname{div}\vec{D}_1 = 0, \end{cases}$$

Поэтому нужно выделить и исключить из полученных решений уравнений (1), (2) решения систем однородных уравнений, которые совпадают с решениями нулевого приближения и могут быть выражены через потенциалы ψ_E и ψ_H. Нужные решения уравнений (1) можно получить следующим образом. Сначала надо выделить из вектора касательных составляющих магнитного поля $\vec{H}_t$ (т. е. H_0 и H_φ) ту часть $\vec{H}_t$, которая удовлетворяет условиям

$$\operatorname{div}_t\vec{H}_t' = 0, \quad \operatorname{rot}_t\vec{H}_t' \neq 0.$$

Здесь индекс t означает, что надо взять градиент, ротор или дивергенцию на координатной поверхности $\theta\varphi$, $\vec{H}_t'$ надо оставить; в ней не содержится решений однородных уравнений. Положим далее, что

$$\vec{H}_t = \vec{H}_t' + \vec{H}_t'',$$

причем

$$\operatorname{div}_t \vec{H}_t'' \neq 0, \qquad \operatorname{rot}_t \vec{H}_t'' = 0.$$

Поэтому можно положить

$$\vec{H}_t'' = \operatorname{grad}_t \psi.$$

Разложим ψ в ряд присоединенных полиномов Лежандра:

$$\psi = \sum_{n,\, m} f_{n,\, m}(r)\, P_n^m(\cos\theta)\, e^{\pm im\varphi}.$$

Сравнивая ψ с решением Уокера, уже нетрудно выделить ту часть ψ, которая совпадает с потенциалами Уокера соответствующих индексов. Аналогично можно получить нужные решения уравнений (2).

Решение второго приближения получится из системы уравнений

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \vec{E}_2 = -\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial \vec{B}_1}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{D}_2 = 0 \end{cases} \quad \text{для квази-}E \text{ колебаний}$$

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \vec{H}_2 = \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial \vec{D}_1}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{B}_2 = 0 \end{cases} \quad \text{для квази-}H \text{ колебаний,}$$

где

$$\vec{B}_2 = \| \mu \| \vec{H}_2; \qquad \vec{D}_2 = \varepsilon \vec{E}_2.$$

Аналогичным методом можно вычислить решения высших приближений:

$\vec{H}_3,\ \vec{E}_4, \ldots$ для квази-E колебаний,

$\vec{E}_3,\ \vec{H}_4, \ldots$ для квази-H колебаний.

Следовательно, суммы $\vec{E}_0 + \vec{E}_2 + \vec{E}_4 + \ldots$, $\vec{H}_1 + \vec{H}_3 + \vec{H}_5 + \ldots$ для квази-E колебаний и $\vec{H}_0 + \vec{H}_2 + \vec{H}_4 + \ldots$, $\vec{E}_1 + \vec{E}_3 + \vec{E}_5 + \ldots$ для колебаний квази-H являются искомыми решениями.

Принципиально не налагается никаких ограничений на размеры сферы, если только полученные ряды сходятся. Однако для практических вычислений, когда желательно ограничиться двумя — тремя первыми членами рядов, надо наложить условие малости сферы; поэтому в дальнейшем мы будем рассматривать случай малой гиротропной сферы, для которой выполняются следующие условия:

$$|k_0^2 a^2 \varepsilon\mu| \ll 1, \quad |k_0 a \varepsilon| < 1, \quad |k_0 a k| < 1,$$

$$|k_0^2 a^2 \varepsilon k| \ll 1, \quad |k_0 a \mu| < 1, \tag{3}$$

где a — радиус сферы; $k_0 = \dfrac{\omega}{c}$ — волновое число в пустоте.

Нетрудно показать, что решения разных приближений имеют порядки:

$$E_{2n} \sim \left(k_0^2 a^2 \varepsilon \left|\begin{matrix}|\mu| \\ |k|\end{matrix}\right|\right)^n E_0,$$

$$H_{2n+1} \sim \left(k_0^2 a^2 \varepsilon \left|\begin{matrix}|\mu| \\ |k|\end{matrix}\right|\right)^n (k_0 a \varepsilon) E_0,$$

$$E_{2n+1} \sim \left(k_0^2 a^2 \varepsilon \left|\begin{matrix}|\mu| \\ |k|\end{matrix}\right|\right)^n \left(k_0 a \left|\begin{matrix}|\mu| \\ |k|\end{matrix}\right|\right) H_0,$$

$$H_{2n} \sim \left(k_0^2 a^2 \varepsilon \left|\begin{matrix}|\mu| \\ |k|\end{matrix}\right|\right)^n H_0.$$

Здесь $\left|\begin{matrix}|\mu| \\ |k|\end{matrix}\right|$ означает, что надо взять бóльшие величины $|\mu|$ и $|k|$.

Метод решения системы уравнений (2) подробно исследован в работе [4]. Поэтому мы рассмотрим лишь метод решения системы уравнений (1). Можно показать, что это решение можно представить в следующем виде:

$$\vec{H}_n = \vec{H}'_n + \vec{H}''_n + \vec{H}'''_n;$$

составляющие $\vec{H}'_n$, $\vec{H}''_n$, $\vec{H}'''_n$ определяются из уравнений

$$\mu\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) H'_{x_n} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} H'_{x_n} = ik_0\varepsilon\left(-\mu \frac{\partial}{\partial y} E_{z_{n-1}} + ik \frac{\partial}{\partial x} E_{z_{n-1}} + \frac{\partial}{\partial z} E_{y_{n-1}}\right),$$

$$\mu\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) H'_{y_n} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} H'_{y_n} = ik_0\varepsilon\left(\mu \frac{\partial}{\partial x} E_{z_{n-1}} + ik \frac{\partial}{\partial y} E_{z_{n-1}} - \frac{\partial}{\partial z} E_{x_{n-1}}\right),$$

$$\mu\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) H'_{z_n} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} H'_{z_n} = -ik_0\varepsilon\mu\left(\frac{\partial}{\partial x} E_{y_{n-1}} - \frac{\partial}{\partial y} E_{x_{n-1}}\right) - k_0\varepsilon k \frac{\partial}{\partial z} E_{z_{n-1}},$$

$$\mu\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) H''_{x,\,y,\,z_n} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} H''_{x,\,y,\,z_n} = 0, \tag{4}$$

$$\operatorname{rot}\left(\vec{H}'_n + \vec{H}''_n\right) = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}_{n-1}}{\partial t},$$

$$\operatorname{div}\left(\vec{B}'_n + \vec{B}''_n + \vec{B}'''_n\right) = 0,$$

где

$$\vec{B}'_n = \|\mu\| \vec{H}'_n; \quad \vec{B}''_n = \|\mu\| \vec{H}''_n;$$

$$\vec{B}'''_n = B'''_{z_n} = H'''_{z_n}.$$

Получить общие выражения для решений этих уравнений очень сложно. Проще непосредственно найти решения для низших типов колебаний, наиболее важных на практике.

Приведем несколько примеров.

1. Положим $\vec{E}_0 = \operatorname{grad} \psi_E$, где потенциал $\psi_E = \dfrac{(m+1)\,A_m}{a^m}\, r^m \sin^m \theta e^{-im\varphi}$ соответствует колебаниям типа $(m, -m)$.

Решение системы уравнений (1) для этого случая имеет вид

$$\begin{cases} H_{r_1} = 0, \\ H_{\theta_1} = \dfrac{mA_m}{a^m} k_0 \varepsilon r^m \sin^{m-1}\theta e^{-im\varphi}, \\ H_{\varphi_1} = -\dfrac{imA_m}{a^m} k_0 \varepsilon r^m \sin^{m-1}\theta \cos\theta e^{-im\varphi}, \end{cases}$$

$$B_{r_1} = \frac{mA_m}{a^m} k_0\varepsilon(\mu - k - 1) r^m \sin^m\theta\cos\theta e^{-im\varphi}.$$

В отличие от H_{r_1}, B_{r_1} из-за гиротропности сферы не равняется нулю. висимость B_{r_1} от угла θ указывает на появление колебаний типа $+1, -m$).

2. Если $\psi_E = \frac{(m+2)A_m}{a^{m+1}} r^{m+1}\sin^m\theta\cos\theta e^{-im\varphi}$ (колебания типа $+1, -m$), то после решения уравнений (1) получим

$$\begin{cases} H_{r_1} = -\frac{k_0\varepsilon A_m}{a^{m+1}}\left[\frac{m(\mu+k-1)}{2}+k\right]\frac{(m+2)r^{m+1}\sin^m\theta e^{-im\varphi}}{2(m+1)\mu+1}, \\ H_{\theta_1} = -\frac{k_0\varepsilon A_m}{a^{m+1}}\left[\frac{m(\mu+k-1)}{2}+k\right]\frac{mr^{m+1}\sin^{m-1}\theta\cos\theta e^{-im\varphi}}{2(m+1)\mu+1} + \\ \quad + \frac{k_0\varepsilon A_m}{a^{m+1}} mr^{m+1}\sin^{m-1}\theta\cos\theta e^{-im\varphi}, \\ H_{\varphi_1} = \frac{ik_0\varepsilon A_m}{a^{m+1}}\left[\frac{m(\mu+k-1)}{2}+k\right]\frac{mr^{m+1}\sin^{m-1}\theta e^{-im\varphi}}{2(m+1)\mu+1} - \\ \quad - \frac{ik_0\varepsilon A_m}{a^{m+1}} r^{m+1}[m\sin^{m-1}\theta\cos^2\theta - \sin^{m+1}\theta]e^{-im\varphi}, \end{cases}$$

$$= \frac{k_0\varepsilon A_m}{a^{m+1}}\left[\frac{m(\mu+k-1)+2k}{2(m+1)\mu+1}(\mu-1) + m(\mu-1) - (m+1)k\right] r^{m+1}\sin^{m}\theta\times$$

$$\times\cos^2\theta e^{-im\varphi} + \frac{k_0\varepsilon A_m}{a^{m+1}}\left[-\frac{m(\mu+k-1)+2k}{2\{2(m+1)\mu+1\}}\{(m+2)\mu - mk\} + k\right]\times$$

$$\times r^{m+1}\sin^m\theta e^{-im\varphi}.$$

явились колебания высшего $(m+2, -m)$ и низшего $(m, -m)$ тов.

3. Положим $\vec{H}_0 = \operatorname{grad}\psi_H$,

$$\psi_H = \frac{(m+1)A_m}{a^m} r^m\sin^m\theta e^{-im\varphi}.$$

Решив систему уравнений (2), получим

$$\begin{cases} E_{r_1} = 0, \\ E_{\theta_1} = -\frac{k_0(\mu-k)A_m}{a^m} mr^m\sin^{m-1}\theta e^{-im\varphi}, \\ E_{\varphi_1} = \frac{ik_0(\mu-k)A_m}{a^m} mr^m\sin^{m-1}\theta\cos\theta e^{-im\varphi}. \end{cases}$$

Чтобы получить решение второго приближения, надо подставить в систему уравнений (1). Решение этой системы имеет вид

$$H_{r_2} = -\frac{k_0^2\varepsilon(\mu-k)A_m}{2a^m}\frac{m[m(\mu+k)+2k+1]}{2(m+1)\mu+1} r^{m+1}\sin^m\theta e^{-im\varphi},$$

$$H_{\theta_2} = -\frac{k_0^2\varepsilon(\mu-k)A_m}{2a^m}\frac{m[m(\mu+k)+2\mu+1]}{2(m+1)\mu+1} r^{m+1}\sin^{m-1}\theta\cos\theta e^{-im\varphi},$$

$$H_{\varphi_2} = \frac{ik_0^2\varepsilon(\mu-k)A_m}{2a^m}\frac{m[m(\mu+k)+2\mu+1]}{2(m+1)\mu+1} r^{m+1}\sin^{m-1}\theta e^{-im\varphi},$$

$$B_{r_2} = -\frac{k_0^2 \varepsilon (\mu - k)^2 (\mu - 1)\, mA_m}{a^m [2(m+1)\mu + 1]} r^{m+1} \sin^m\theta \left(\cos^2\theta - \frac{1}{2m+3}\right) e^{-im\varphi} -$$

$$- \frac{k_0^2 \varepsilon (\mu - k)^2 mA_m}{2a^m [2(m+1)\mu + 1]} \left[m(\mu + k) + 1 + \frac{2(\mu - 1)}{2m+3}\right] r^{m+1} \sin^m\theta e^{-im\varphi}.$$

Из выражения, полученного для B_{r_2}, следует, что при возбуждении в гиротропной сфере колебаний Уокера типа $(m, -m)$ в ней неизбежно возникают колебания и высшего типа $(m+2, -m)$.

Мы ограничились вычислением магнитного поля потому, что именно для него имеет место явление резонанса. Электрическое поле важно только вследствие его связи с магнитным и самостоятельного значения для нас не имеет.

2. МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ВОЗБУЖДЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ МАЛОЙ ГИРОТРОПНОЙ СФЕРЫ

В задаче возбуждения собственных колебаний гиротропной сферы поля вне и внутри сферы связаны через граничные условия. Граничные условия требуют непрерывности касательных составляющих электрического и магнитного полей на поверхности сферы. Однако нам более удобно заменить эти условия другими, а именно непрерывностью соответственно подобранных потенциалов ψ_E и ψ_H и нормальными составляющими индукции B_r и D_r на поверхности сферы. Сначала покажем справедливость этой замены. Потенциалы ψ_E и ψ_H определяются следующим образом. Разделим векторы касательных составляющих полей на поверхности сферы на две части:

$$\vec{E}_t = \vec{E}_{1t} + \vec{E}_{2t}, \qquad \mathrm{rot}_t \vec{E}_{1t} = 0, \qquad \mathrm{div}_t \vec{E}_{2t} = 0,$$

$$\vec{H}_t = \vec{H}_{1t} + \vec{H}_{2t}, \qquad \mathrm{rot}_t \vec{H}_{1t} = 0, \qquad \mathrm{div}_t \vec{H}_{2t} = 0.$$

Очевидно, можно положить

$$\vec{E}_{1t} = \mathrm{grad}_t\, \psi_E,$$

$$\vec{H}_{1t} = \mathrm{grad}_t\, \psi_H.$$

Из условия непрерывности нормальной составляющей индукции на поверхности сферы и уравнений Максвелла следует, что

$$\mathrm{rot}_t \vec{E}_{t_i} = \mathrm{rot}_t \vec{E}_{t_0} \text{ при } r = a.$$

Здесь индекс i означает поле внутри сферы, индекс 0 — вне сферы.

Из уравнений (5) следует

$$\mathrm{rot}_t \vec{E}_{2t_i} = \mathrm{rot}_t \vec{E}_{2t_0} \qquad \text{при } r = a.$$

Положим

$$\vec{E}_{2t_i} - \vec{E}_{2t_0} = \mathrm{grad}_t\, \psi_t \qquad \text{при } r = a.$$

Учитывая, что

$$\mathrm{div}_t\, (\vec{E}_{2t_i} - \vec{E}_{2t_0}) = 0,$$

получим

$$\nabla_t^2 \psi_t = 0.$$

В сферических координатах это уравнение имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta \frac{\partial\psi_t}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial^2\psi_t}{\partial\varphi^2} = 0.$$

Все составляющие поля на поверхности сферы не зависят от r, следовательно, ψ_t тоже не зависит от r.

Очевидно, для ψ_t будет справедливо также уравнение Лапласа:

$$\nabla^2\psi_t = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\psi_t}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi_t}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial^2\psi_t}{\partial\varphi^2} = 0.$$

Известно, что все решения уравнения Лапласа в сферических координатах, не равные постоянной величине, зависят от r. Так как ψ_λ от r не зависит, то $\psi_t = \text{const}$ и $\operatorname{grad} t\,\psi_t = 0$, а следовательно

$$\vec{E}_{2t_i} = \vec{E}_{2t_e} \text{ при } r = a.$$

Из условия непрерывности ψ_E следует, что

$$\vec{E}_{1t_i} = \vec{E}_{1t_e} \text{ при } r = a.$$

Следовательно, $\vec{E}_{t_i} = \vec{E}_{t_e}$ на границе сферы, и доказательство справедливости предложенной нами замены закончено. Нетрудно доказать это же и для магнитного поля.

Попутно отметим, что такую замену нетрудно распространить и на случай сфероида.

Перейдем к решению задачи возбуждения сферы. Волны вне сферы (падающая и отраженная) выражаются через потенциалы Дебая u и v:

$$\begin{cases} D_r = E_r = \dfrac{\partial^2}{\partial r^2}(ru) + k_0^2 ru, \\ \psi_E = \dfrac{\partial}{\partial r}(ru), \\ B_r = H_r = \dfrac{\partial^2}{\partial r^2}(rv) + k_0^2 rv, \\ \psi_H = \dfrac{\partial}{\partial r}(rv). \end{cases}$$

В качестве полей внутри сферы надо взять бесконечную сумму типов колебаний квази-E и квази-H. После того как получены приближения, следующие за нулевым, нетрудно вычислить из них D_r, B_r, ψ_E и ψ_H.

Из свойства ортогональности сферических функций следует, что на поверхности сферы надо приравнять те члены, входящие в составляющие полей вне и внутри сферы, зависимость которых от θ и φ характеризует сферическая функция одинакового порядка и степени. Очевидно, каждый тип колебаний квази-H и квази-E имеет соответствующий уокеровский тип ψ_H или аналогичный электростатический тип колебаний ψ_E (который в дальнейшем будем называть основным типом), и при $r \to 0$ оба вида колебаний переходят друг в друга. Однако в выражения для каждого типа колебаний квази-H или квази-E еще входит бесконечное множество других членов с высшими степенями r. Этими членами обусловлены два явления: взаимная связь между различными типами [5] и влияние эффекта распространения волн в феррите на резонансные условия. Первое явление будет рассмотрено в [10], а сейчас мы перейдем к исследованию второго явления.

3. ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТА РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛН В ФЕРРИТЕ НА РЕЗОНАНСНЫЕ УСЛОВИЯ

Влияние эффекта распространения волн в феррите на резонансные условия исследовал ряд авторов [6, 7, 8, 9]. Однако расчетные выражения были получены лишь для однородной прецессии.

При помощи вышеизложенного метода можно вычислить влияние эффекта распространения волн в феррите на резонансные условия для колебаний любых типов. Для простоты приведем в качестве примера вычисление поправки к формуле Уокера для резонансной частоты колебаний типа $(m, -m)$. Этот метод вычисления нетрудно распространить на другие, высшие типы.

Влияние эффекта распространения волн в феррите учитывается тем, что в решениях высших приближений появляются члены с одинаковыми зависимостями от θ и φ, характерными для данного типа, но с высшими степенями r.

Предположим, что падающая и отраженная от сферы волны имеют потенциалы Дебая:

$$v_i = B_m j_m(k_0 r)\sin^m\theta e^{-im\varphi} \simeq \frac{B_m \cdot 2^m \cdot m!}{(2m+1)!}(k_0 r)^m\left[1 - \frac{(k_0 r)^2}{2(2m+3)}\right]\sin^m\theta e^{-im\varphi}$$

(для малых $k_0 r$),

$$v_s = D_m h_m^{(2)}(k_0 r)\sin^m\theta e^{-im\varphi} \simeq \frac{iD_m(2m)!}{2^m \cdot m!}(k_0 r)^{-m-1}\left[1 + \frac{(k_0 r)^2}{2(2m-1)}\right]\sin^m\theta e^{-im\varphi}.$$

Соответствующие потенциалы имеют вид

$$\psi_{H_i} = \frac{\partial}{\partial r}(r v_i),$$

$$\psi_{H_s} = \frac{\partial}{\partial r}(r v_s).$$

Пользуясь методом последовательных приближений, можно получить на поверхности ферритовой сферы

$$B_r(m, -m)|_{r=a} = \frac{A_m m(m+1)\sin^m\theta e^{-im\varphi}}{a}(\mu - k) -$$

$$- \frac{k_0^2 \varepsilon(\mu-k)^2 m a A_m}{2[2(m+1)\mu+1]}\left[m(\mu+k) + 1 + \frac{2(\mu-1)}{2m+3}\right]\sin^m\theta e^{-im\varphi},$$

$$\psi_H(m, -m) = \frac{A_m(m+1)}{a^m} r^m \sin^m\theta e^{-im\varphi} - \frac{A_m k_0^2 \varepsilon(\mu-k)}{2a^m}\left[\frac{m(\mu+k)+2\mu+1}{2(m+1)\mu+1}\right] \times$$

$$\times r^{m+2}\sin^m\theta e^{-im\varphi}.$$

Здесь A_m — величина, пропорциональная амплитуде колебаний.

Из условия непрерывности ψ_H и B_r (при $r = a$) получим два уравнения. Исключив D_m, получим резонансное условие ($A_m \to \infty$), которое с точностью до $(k_0 a)^2$ имеет вид

$$\delta\Delta = -\frac{m+1}{(2m+1)^2}\left[\frac{1}{2m-1} + \frac{\varepsilon}{2m+3}\right]k_0^2 a^2, \qquad (6)$$

где

$$\delta\Delta = \Delta - \Delta_0 = \frac{\delta\omega}{4\pi|\gamma|M_0};$$

$$\Delta = -\frac{1}{\mu - k - 1}$$

и согласно Уокеру

$$\Delta_0 = \frac{m}{2m+1};$$

$\delta\omega$ — приращение резонансной круговой частоты из-за эффекта распространения. Очевидно, что оно убывает с возрастанием m.

Положив $m = 1$, получим для однородной прецессии тот же результат, то и в работах [8, 9].

Принципиально можно вычислить $\delta\Delta$ с любой нужной степенью точности.

Выражаю глубокую благодарность А. А. Пистолькорсу за руководство работой и ряд ценных советов.

ЛИТЕРАТУРА

L. R. Walker, Magnetostatic modes in ferromagnetic resonance, Phys. Rev., 1957, **105**, 2, 390.

A. F. Stevenson, Solution of electromagnetic scattering problems as power series in the ratio (dimension of scatter)/wavelength, J. Appl. Phys., 1953, **24**, 9, 1134.

A. F. Stevenson, Electromagnetic scattering by an ellipsoid in the third approximation, J. Appl. Phys., 1953, **24**, 9, 1143.

А. А. Пистолькорс, Сюй Янь-шэн, Колебания малой гиротропной сферы в поле плоской волны, Радиотехника и электроника, 1960, **5**, 1, 3.

P. Fletcher, I. H. Solt, Coupling of the magnetostatic modes, J. Appl. Phys., 1959, Suppl. to **30**, 4, 181 s.

P. Fletcher, I. H. Solt, R. Bell, Identification of the magnetostatic modes of ferrimagnetic resonant spheres, Phys. Rev., 1959, **114**, 3, 739.

J. Artman, Effects of size on the microwave properties of ferrite rods, disks and spheres, J. Appl. Phys, 1957, **28**, 1, 92.

R. A. Hurd, The magnetic fields of a ferrite ellipsoid, Canadian J. Phys., 1958, **36**, 8, 1072.

J. E. Mercereau, Ferromagnetic resonance g factor to order $(kR_0)^2$, J. Appl. Phys., 1959, Suppl. to **30**, 4, 184 s.

. Сюй Янь-шэн, Некоторые методы решения задачи о колебаниях малой гиротропной сферы. Ч. II. Метод рядов, Радиотехника и электроника, 1961, **6**, 1.

Поступила в редакцию
11 III 1960

1960 № 12

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЫХ СИСТЕМ С АНИЗОТРОПНЫМИ ОБЛАСТЯМИ МЕТОДОМ СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ
Ч. II. ВОЛНОВОДНЫЙ ТРАНСФОРМАТОР

В. В. Никольский

На основе ранее полученных результатов [1] рассмотрен полый волноводный трансформатор, содержащий анизотропную область (или ряд областей). Найдены выражения матриц проводимости системы, которые могут быть использованы для расчетов конкретных устройств техники СВЧ (при помощи электронной вычислительной машины).

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В первой части работы [1] была решена задача о резонаторе с анизотропной областью, что позволяет теперь рассмотреть волноводный трансформатор, построенный на основе такого резонатора или приводимый к соответствующему виду. Схематически трансформатор показан на рис. 1. Это — полость, содержащая одну или несколько анизотропных областей (V) и имеющая N внешних сообщений через присоединенные волноводы. Если в каждом из волноводов может существовать в виде распространяющейся волны только его основное поле, то вся система по отношению к достаточно далеким объектам может быть описана как $2N$-полюсник.

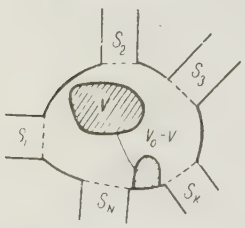


Рис. 1

С принципиальной точки зрения задача о трансформаторе отличается от рассмотренного в [1] резонатора лишь неоднородностью граничных условий. Здесь необходимо знать тангенциальные составляющие вектора $\vec{E}$ (или $\vec{H}$) на «клеммных сечениях» ($S_1, S_2, \ldots, S_N$ на рис. 1). Если же E_τ и H_τ заданы не на всех сечениях, то на остальных должны быть известны соотношения между E_τ и H_τ, т. е. «внешние нагрузки» соответствующих волноводов. Тогда решение задачи приводит к нахождению поля трансформатора $\vec{E}, \vec{H}$ (внутри V_0) и матриц его входных проводимостей (связывающих поля на всех клеммных сечениях).

2. ВСПОМОГАТЕЛЬНАЯ ЗАДАЧА О ВОЗБУЖДЕНИИ РЕЗОНАТОРА

В качестве вспомогательной возьмем задачу о резонаторе с неоднородной анизотропной средой (ч. I, условие (1)), возбуждаемом через одно или несколько отверстий в его оболочке S_0 (рис. 2). Мы сформулируем ее как внутреннюю E-задачу для уравнений (6), ч. I при граничных условиях

$$\vec{E}_\tau = \vec{E}_\tau(\vec{r}) \text{ на } S_\Sigma, \quad \vec{E}_\tau = 0 \text{ на } S_0 - S_\Sigma \qquad (1)$$

(S_Σ — совокупность участков поверхности, «вырезаемых» отверстиями).

Будем исходить из уравнений (7), ч. I: произведем с ними операции, идентичные тем, которые в ч. I привели к результату (9). В данном случае, однако, необходимо учесть граничные условия (1); разумеется, анизотропная среда может соприкасаться с оболочкой S_0. Указанным путем

находим

$$\left.\begin{aligned}\omega_k\left(a_k+\sum_n a_n\varepsilon_0\int_V \vec{E}_k^*\overleftrightarrow{\Delta\varepsilon_r^{-1}}\vec{E}_n\,dv\right)&=\omega b_k-j\int_{S_\Sigma}[\vec{E}_\tau(\vec{r}),\ \vec{H}_k^*]\,\vec{ds},\\ \omega_k\left(b_k+\sum_n b_n\mu_0\int_V \vec{H}_k^*\overleftrightarrow{\Delta\mu_r^{-1}}\vec{H}_n\,dv\right)&=\omega a_k.\end{aligned}\right\}\qquad(2)$$

Переходя к форме записи этого результата, аналогичной (9′), ч. I, и вводя при этом лишь одно новое обозначение

$$f_k=\int_{S_\Sigma}[\vec{E}_\tau(\vec{r}),\ \vec{H}_k^*]\,\vec{ds},$$

имеем

$$\left.\begin{aligned}\omega_k\left\{a_k+\sum_n \mathcal{E}_{kn}a_n\right\}&=\omega b_k-jf_k,\\ \omega_k\left\{b_k+\sum_n M_{kn}b_n\right\}&=\omega a_k\end{aligned}\right\}\quad k=1,2,3,\ldots,\qquad(2\text{а})$$

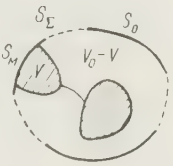


Рис. 2

или в матричной записи:

$$\left.\begin{aligned}\{\|\omega_k\mathcal{E}_{kn}\|+[\omega_k]\}\,A&=\omega B-jF,\\ \{\|\omega_k M_{kn}\|+[\omega_k]\}\,B&=\omega A\end{aligned}\right\}\qquad(2\text{б})$$

(ср. с (9″), ч. I). Здесь F — вектор с составляющими $f_1, f_2, f_3, \ldots$.

Из (2б) следует, что

$$\{\|\omega_k\mathcal{E}_{kn}\|+[\omega_k]\}\,\{\|\omega_k M_{kn}\|+[\omega_k]\}\,B=\omega^2B-j\omega F.\qquad(3)$$

Используя символ $\|\mathfrak{M}_{kn}\|$ (10′), ч. I, получаем окончательно

$$\left.\begin{aligned}B&=-j\omega\,\{\|\mathfrak{M}_{kn}\|-[\omega^2]\}^{-1}F,\\ A&=-j\,\{\|\omega_k M_{kn}\|+[\omega_k]\}\,\{\|\mathfrak{M}_{kn}\|-[\omega^2]\}^{-1}F.\end{aligned}\right\}\qquad(4)$$

Это и есть решение задачи о возбуждении резонатора с анизотропной неоднородной средой на основе разложения индукций по собственным функциям пустого резонатора. Для случая резонатора с однородной изотропной средой матрицы, фигурирующие в (4), становятся диагональными и приводят к известным формулам.

В задаче о возбуждении можно также исходить из разложений напряженностей (§ 3, ч. I). Поскольку выкладки в этом случае мало отличаются от произведенных выше, напишем сразу же результат:

$$\left.\begin{aligned}A&=j\omega^{-2}\,[\omega_k^{-1}]\,\{\|\breve{\mathfrak{E}}_{kn}\|-[\omega^{-2}]\}^{-1}F,\\ B&=j\omega^{-1}([\omega_k^{-1}]+\|\omega_k^{-1}\mathcal{E}_{kn}\|-\|\omega_k^{-1}\mathcal{E}_{k\breve{m}}\|\{[1]+\|\mathcal{E}_{\breve{l}\breve{m}}\|\}^{-1}\|\mathcal{E}_{\breve{l}n}\|)\times\\ &\quad\times[\omega_k^{-1}]\,\{\|\breve{\mathfrak{E}}_{kn}\|-[\omega^{-2}]\}^{-1}F.\end{aligned}\right\}\qquad(5)$$

Здесь A и B имеют тот же смысл, что и в § 3, ч. I, т. е. это векторы с составляющими, представляющими коэффициенты разложения $\vec{E}$ и $\vec{H}$ (а не $\vec{D}$ и $\vec{B}$, как в (4)). Вектор F тот же, что и в (4), а остальные обозначения взяты из § 3, ч. I.

Условимся пользоваться в дальнейшем следующими выражениями полученных результатов:

$$A=j\|Q_{ik}\|F,\quad B=j\|T_{ik}\|F,\qquad(6)$$

где A и B составлены из коэффициентов разложений $\vec{E}$ и $\vec{H}$, а матрицы $\|Q_{ik}\|$ и $\|T_{ik}\|$ написаны на основе выражения (4) или на основе (5).

3. ПРОСТЕЙШИЙ ТРАНСФОРМАТОР

Задача о волноводном трансформаторе с двумя сообщениями в виде пустого резонатора с присоединенными к нему волноводами решена Г. В. Кисунько [2]. Используя полученные выше результаты, можно подобным же образом исследовать простейший трансформатор с неоднородной анизотропной средой (рис. 3).

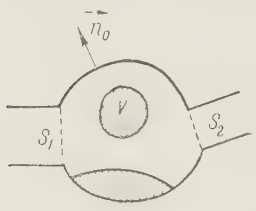


Рис. 3

Поперечные собственные функции волноводов выберем так, чтобы выполнялись соотношения

$$[\vec{n}_0, \vec{e}_{i(1)}] = \vec{h}_{i(1)} \text{ на } S_1; \quad [\vec{n}_0, \vec{e}_{i(2)}] = \vec{h}_{i(2)} \text{ на } S_2, \tag{7}$$

где $\vec{e}_{i\,(1,2)}$ — электрические поперечные функции первого и второго волноводов; $\vec{h}_{i\,(1,2)}$ — магнитные поперечные функции.

Разлагая тангенциальное электрическое поле $\vec{E}_\tau(\vec{r})$ по этим функциям, имеем

$$\vec{E}_\tau(\vec{r}) = \begin{cases} \sum\limits_{i\,(1)} a_{i\,(1)}\vec{e}_{i\,(1)} & \text{на } S_1, \\ \sum\limits_{i\,(2)} a_{i\,(2)}\vec{e}_{i\,(2)} & \text{на } S_2. \end{cases} \tag{8}$$

Тогда интеграл возбуждения f_k представится как

$$f_k = \int\limits_{S_1+S_2} [\vec{E}, \vec{H}_k^*]\,\vec{ds} = \sum_{i\,(1)} a_{i\,(1)} M_{i\,(1)\,k} + \sum_{i\,(2)} a_{i\,(2)} M_{i\,(2)\,k}, \tag{9}$$

где

$$M_{i\,(1,2)\,k} = \int\limits_{S_{1,2}} \vec{h}_{i\,(1,2)}\vec{H}_k^* ds.$$

Переходя к матричной записи, имеем

$$F = A_1 \| M_{i\,(1)\,k} \| + A_2 \| M_{i\,(2)\,k} \| \tag{8a}$$

($A_{1,2}$ — векторы с составляющими $a_{1\,(1,2)}$, $a_{2\,(1,2)}$, $a_{3\,(1,2)}$, . . .).

Привлекая теперь вторую строчку (6), записываем ее с учетом (8a) в виде

$$B = j \| T_{ik} \| \{ A_1 \| M_{i\,(1)k} \| + A_2 \| M_{i\,(2)\,k} \| \}. \tag{10}$$

В качестве следующего шага разложим тангенциальное магнитное поле на S_1 и S_2 по собственным функциям волноводов:

$$\vec{H}_\tau(\vec{r}) = \begin{cases} \sum\limits_{i\,(1)} b_{i\,(1)}\vec{h}_{i\,(1)} & \text{на } S_1, \\ \sum\limits_{i\,(2)} b_{i\,(2)}\vec{h}_{i\,(2)} & \text{на } S_2. \end{cases} \tag{11}$$

Функции $\vec{e}_{i\,(1,2)}$, $\vec{h}_{i(1,2)}$ ортонормированы в виде

$$\int\limits_{S_{1,2}} [\vec{e}_{i\,(1,2)}, \vec{h}_{k\,(1,2)}]\,\vec{ds} = \delta_{ik},$$

поэтому

$$b_{i\,(1,2)} = \int\limits_{S_{1,2}} \vec{h}_{i\,(1,2)}\vec{H}_\tau(\vec{r})\,ds - \int\limits_{S_{1,2}} \vec{h}_{i\,(1,2)}\vec{H} ds. \tag{12}$$

Внося сюда разложение поля трансформатора $\vec{H}$ по собственным функциям пустой системы:

$$\vec{H} = \sum_n b_n \vec{H}_n,$$

получаем

$$b_{i\,(1,2)} = \sum_n b_n \int_{S_{1,2}} \vec{h}_{i\,(1,2)} \vec{H}_n ds \tag{13}$$

или в матричной форме:

$$B_{1,2} = \| M^{*}_{i\,(1,2)\,k} \| B, \tag{13а}$$

где $B_{1,2}$ — векторы с составляющими $b_{1\,(1,2)}$, $b_{2\,(1,2)}$, ... (элементы участвующих матриц комплексно сопряжены соответствующим элементам выражения (8а), потому что вместо $\vec{H}^{*}_n$ здесь фигурируют $\vec{H}_n$, а $\vec{h}_{i(1,2)}$ вещественны).

Объединяя выражения (13а) и (10), находим

$$\left.\begin{aligned} B_1 &= j \| M^{*}_{i(1)k} \| \| T_{ik} \| \{ A_1 \| M_{i(1)k} \| + A_2 \| M_{i(2)k} \| \}, \\ B_2 &= j \| M^{*}_{i(2)k} \| \| T_{ik} \| \{ A_1 \| M_{i(1)k} \| + A_2 \| M_{i(2)k} \| \} \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

и, стремясь к большей наглядности, переписываем этот результат так:

$$\left.\begin{aligned} B_1 &= \| Y_{i(11)\,k} \| A_1 + \| Y_{i(12)k} \| A_2, \\ B_2 &= \| Y_{i(21)k} \| A_1 + \| Y_{i(22)k} \| A_2. \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Новые матрицы

$$\| Y_{i(\alpha\beta)\,k} \| = j \| \widetilde{M}_{k(\alpha)i} \| \, \| T_{ik} \| \, \| M_{k(\beta)i} \| \quad (\alpha, \beta = 1, 2) \tag{16}$$

— это матрицы проводимостей трансформатора. В последней записи изменение порядка индексов (ki вместо ik) означает, что матрица транспонирована, а знак $\sim$ поставлен для обозначения эрмитовой сопряженности.

Легко проверить, что для случая однородной изотропной среды формулы (15) переходят в полученные Г. В. Кисунько ([2], § 27).

4. ПРОИЗВОЛЬНЫЙ ПОЛЫЙ ТРАНСФОРМАТОР

Результат (15) можно обобщить на систему с N внешними сообщениями (рис. 1). Тогда имеем

$$\left.\begin{aligned} B_1 &= \| Y_{i(11)k} \| A_1 + \| Y_{i(12)k} \| A_2 + \cdots \| Y_{i(1N)k} \| A_N, \\ B_2 &= \| Y_{i(21)k} \| A_1 + \| Y_{i(22)k} \| A_2 + \cdots \| Y_{i(2N)k} \| A_N, \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ B_N &= \| Y_{i(N1)k} \| A_1 + \| Y_{i(N2)k} \| A_2 + \cdots \| Y_{i(NN)k} \| A_N. \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Здесь

$$\| Y_{i(\alpha\beta)\,k} \| = j \| \widetilde{M}_{k(\alpha)i} \| \, \| T_{ik} \| \, \| M_{k(\beta)i} \| \quad (\alpha, \beta = 1, 2, \ldots, N). \tag{18}$$

Матрицы $\| M_{i(\alpha,\beta)k} \|$ вычисляются, как это показано на стр. 1962.

5. ТРАНСФОРМАТОР НА ОСНОВЕ РЕГУЛЯРНОГО ВОЛНОВОДА

Одним из самых распространенных трансформаторов является система, построенная на основе регулярного волновода (рис. 4); при этом волновод обычно выбирается таким, что в нем в виде распространяющейся волны может существовать (в пустой части) лишь поле основного типа (или двух основных типов при вырождении). К этому роду устройств относятся ферритные вентили, гираторы, фазовращатели и пр.

Для данного случая формулы (15) существенно упрощаются, если клеммные сечения S_1 и S_2 отнесены достаточно далеко от анизотропной области (так, что можно пренебречь существованием высших полей на этих сечениях). Дело в том, что вместо векторов $A_{1,2}$ и $B_{1,2}$ остаются лишь их составляющие, соответствующие основным волнам

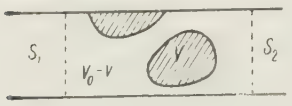


Рис. 4

$$A_{1,2} = a_{1(1,2)}; \quad B_{1,2} = b_{1(1,2)},$$

и матрицы проводимостей $\| Y_{i(\alpha\beta)k} \|$ переходят в обычные проводимости, определенные для основных волн

$$Y \| i(\alpha\beta)k \| = Y_{\alpha\beta} \qquad (\alpha, \beta = 1, 2).$$

Таким образом, (15) принимают вид (рассматривается случай без вырождения).

$$\left.\begin{aligned} b_{1(1)} &= Y_{11}a_{1(1)} + Y_{12}a_{1(2)}, \\ b_{1(2)} &= Y_{21}a_{1(1)} + Y_{22}a_{1(2)}, \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

где

$$Y_{\alpha\beta} = j \sum_{q,\, s} \tilde{M}_{q(\alpha)1} T_{qs} M_{1(\beta)s}, \tag{20}$$

т. е. весь трансформатор характеризуется следующей матрицей проводимости для полей основного типа:

$$(Y) = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix}. \tag{19а}$$

При желании ее можно переписать как матрицу сопротивления или матрицу рассеяния.

Следует подчеркнуть, что подобное же вынесение клеммных сечений на большие расстояния от собственно трансформатора в принципе возможно для любой системы (рис. 5). Однако при этом возникает весьма существенное затруднение в определении новых (в расширенной области) собственных функций. Это затруднение отсутствует в рассмотренном случае, так как собственные функции пустой системы (волноводного резонатора) известны заранее.

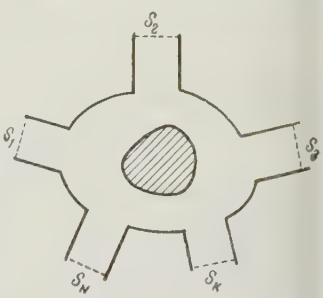


Рис. 5

6. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ *EH*-ЗАДАЧИ

В случае произвольного волноводного трансформатора (рис. 1) его поле аппроксимировалось собственными функциями соответствующей E-задачи, для которых $E_\tau = 0$ на S_0 ((5 и (14), ч. 1). В области V_0 ряды (5) и (14), ч. I сходятся в среднем, причем на клеммных сечениях вектор $\vec{E}$ испытывает разрыв, так как там $E_\tau \neq 0$.

Для волноводного трансформатора типа, показанного на рис. 4, можно, однако, дополнить исходную систему собственных функций такими, которые имеют тангенциальную составляющую вектора $\vec{E}$ на клеммных сечениях. Речь идет о собственных функциях EH-задачи с граничными условиями

$$E_\tau = 0 \text{ на } S_0 - S_1 - S_2; \; H_\tau = 0 \text{ на } S_1 + S_2. \tag{21}$$

От исходных собственных функций (т. е. собственных функций E-задачи, волноводного трансформатора) дополнительные собственные функции отличаются «сдвигом на $\Lambda/4$» по оси z. Они получаются из первых заменой косинусоидальной продольной зависимости синусоидальной и обратно. При этом исходные и дополнительные функции взаимно

ртогональны в объеме с продольным размером $p\Lambda$. В данном параграфе мы будем использовать систему собственных функций, включающую и т е, и д р у г и е функции, нормированные единице ((3), ч. I), но писать будем по-прежнему $\vec{E}_n$, $\vec{H}_n$, не вводя новых обозначений.

Легко убедиться, что вместо решения задачи о возбуждении резонатора вида (6) теперь получается решение

$$\left.\begin{aligned} A &= j\|Q_{ik}\|F + j\|R_{ik}\|G, \\ B &= j\|T_{ik}\|F + j\|U_{ik}\|G, \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

где G — вектор с составляющими

$$g_k = \int\limits_{S_\Sigma} [\vec{E}_k^*,\ \vec{H}_\tau(\vec{r})]\, d\vec{s},$$

причем в случае использования разложений (5), ч. I

$$\begin{aligned} \|Q_{ik}\| &= -\overleftrightarrow{\varepsilon}(\vec{r})\{\|\mathfrak{E}_{ik}\| - [\omega^2]\}^{-1}\{\|\omega_i M_{ik}\| + [\omega_i]\}, \\ \|R_{ik}\| &= -\overleftrightarrow{\varepsilon}(\vec{r})\,\omega\{\|\mathfrak{E}_{ik}\| - [\omega^2]\}^{-1}, \\ \|T_{ik}\| &= -\overleftrightarrow{\mu}(\vec{r})\,\omega\{\|\mathfrak{M}_{ik}\| - [\omega^2]\}^{-1}, \\ \|U_{ik}\| &= -\overleftrightarrow{\mu}(\vec{r})\{\|\mathfrak{M}_{ik}\| - [\omega^2]\}^{-1}\{\|\omega_i \mathcal{Э}_{ik}\| + j\|S_{ik}\| + [\omega_i]\}. \end{aligned}$$

Производя выкладки в том же плане, что и в § 3, и обозначая

$$\mathcal{Э}_{i(1,2)k} = \int\limits_{S_{1,2}} \vec{e}_{i(1,2)}\vec{E}_k^* ds, \tag{23}$$

находим вместо (15)

$$\left.\begin{aligned} &\{[1] - j\|\widetilde{M}_{k(1)i}\|\|U_{ik}\|\|\mathcal{Э}_{k(1)i}\|\}B_1 - j\|\widetilde{M}_{k(1)i}\|\|U_{ik}\|\|\mathcal{Э}_{k(2)i}\|B_2 = \\ &= j\|\widetilde{M}_{k(1)i}\|\|T_{ik}\|\|M_{k(1)i}\|A_1 + j\|\widetilde{M}_{k(1)i}\|\|T_{ik}\|\|M_{k(2)i}\|A_2, \\ &-j\|\widetilde{M}_{k(2)i}\|\|U_{ik}\|\|\mathcal{Э}_{k(1)i}\|B_1 + \{[1] - j\|\widetilde{M}_{k(2)i}\|\|U_{ik}\|\|\mathcal{Э}_{k(2)i}\|\}B_2 = \\ &= j\|\widetilde{M}_{k(2)i}\|\|T_{ik}\|\|M_{k(1)i}\|A_1 + j\|\widetilde{M}_{k(2)i}\|\|T_{ik}\|\|M_{k(2)i}\|A_2. \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

Из (24) можно выразить матрицы проводимостей обоих сечений. Как в § 5, формулы существенно упрощаются при отнесении S_1 и S_2 на большие расстояния от анизотропной области.

7. ДРУГОЙ ПУТЬ ИССЛЕДОВАНИЯ ВОЛНОВОДНОГО ТРАНСФОРМАТОРА

Возможны и другие пути исследования волноводного трансформатора методом собственных функций. Мы остановимся только на одном из них, базирующемся на ином решении вспомогательной задачи о возбуждении резонатора.

Будем разлагать поле $\vec{E}$, $\vec{H}$ резонатора с неоднородной анизотропной средой по собственным функциям задачи

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{rot}\vec{H}_n^a &= j\omega_n^a\overleftrightarrow{\varepsilon}(\vec{r})\vec{E}_n^a, \\ \operatorname{rot}\vec{E}_n^a &= -i\omega_n^a\overleftrightarrow{\mu}(\vec{r})\vec{H}_n^a, \end{aligned}\right\} \text{ внутри } V_0 \tag{25}$$

$$E_\tau = 0 \text{ на } S_0,$$

которые, как это можно показать [3], неортогональны в том смысле, что

$$\int_{V_0} \vec{H}_k^{a*} \overleftrightarrow{\mu}(\vec{r})\, \vec{H}_n^a dv \neq 0; \quad \int_{V_0} \vec{E}_k^{a*} \overleftrightarrow{\varepsilon}(\vec{r})\, \vec{E}_n^a dv \neq 0 \tag{24}$$

(если тензоры $\overleftrightarrow{\varepsilon}(\vec{r})$ и $\overleftrightarrow{\mu}(\vec{r})$ неэрмитовы, т. е. при наличии потерь).

Взяв разложения

$$\vec{E} = \sum_n a_n^a \vec{E}_n^a; \quad \vec{H} = \sum_n b_n^a \vec{H}_n^a \tag{25}$$

и комбинируя (25) с уравнениями Максвелла (15), ч. I при граничных условиях

$$\vec{E}_\tau = \vec{E}_\tau(\vec{r}) \text{ на } S_\Sigma; \quad \vec{E}_\tau = 0 \text{ на } S_0 - S_\Sigma, \tag{26}$$

получаем

$$\left.\begin{aligned} 0 &= \omega \sum_n a_n^a \int_{V_0} \vec{E}_k^{a*} \overleftrightarrow{\varepsilon}(\vec{r})\, \vec{E}_n^a dv - \omega_k^{a*} \sum_n b_n^a \int_{V_0} \vec{H}_n^a \overleftrightarrow{\mu^*}(\vec{r})\, \vec{H}_k^{a*} dv, \\ \int_{S_\Sigma} [\vec{E}_\tau(\vec{r}),\ \vec{H}_k^{a*}]\, d\vec{s} &= -j\omega \sum_n b_n^a \int_{V_0} \vec{H}_k^{a*} \overleftrightarrow{\mu}(\vec{r})\, \vec{H}_n^a\, dv + \\ &+ j\omega_k^{a*} \sum_n a_n^a \int_{V_0} \vec{E}_n^a \overleftrightarrow{\varepsilon^*}(\vec{r})\, \vec{E}_k^{a*} dv \end{aligned}\right\} \tag{27}$$

или

$$\left.\begin{aligned} \omega \| \mathcal{P}_{kn}^a \| A^a - \omega_k^* \| \tilde{M}_{kn}^a \| B^a &= 0, \\ \omega_k^* \tilde{\mathcal{P}}_{kn}^a \| A^a - \omega \| M_{kn}^a \| B^a &= -jF^a, \end{aligned}\right\} \tag{29}$$

где все обозначения аналогичны уже использовавшимся. Верхний индекс a поставлен в знак того, что разложение производится по собственным функциям анизотропной системы.

Отсюда вытекает решение в виде

$$\left.\begin{aligned} A^a &= j \| Q_{ik}^a \| F^a, \\ B^a &= j \| T_{ik}^a \| F^a, \end{aligned}\right\} \tag{30}$$

где

$$\left.\begin{aligned} \| Q_{ik}^a \| &= -\{ \| \omega_i^{a*} \tilde{\mathcal{P}}_{ik}^a \| - \omega^2 \| M_{ik}^a \| \cdot \| \omega_i^{a*} \tilde{M}_{ik}^a \|^{-1} \cdot \| \mathcal{P}_{ik}^a \| \}^{-1}, \\ \| T_{ik}^a \| &= -\omega \{ \| \omega_i^{a*} \tilde{\mathcal{P}}_{ik}^a \| \cdot \| \mathcal{P}_{ik}^a \|^{-1} \cdot \| \omega_i^{a*} \tilde{M}_{ik}^a \| - \omega^2 \| M_{ik}^a \| \}^{-1}. \end{aligned}\right\} \tag{31}$$

Легко проверить, что при эрмитовости тензоров $\overleftrightarrow{\varepsilon}(\vec{r})$ и $\overleftrightarrow{\mu}(\vec{r})$

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{P}_{ik}^a - M_{ik}^a &= 0, \quad i = k; \\ \omega_i &= \omega_k \end{aligned}\right.$$

матрицы Q_{ik}^a и T_{ik}^a становятся диагональными, и решение (30) переходит в его частный вид (для среды без потерь), полученный А. Г. Гуревичем [3]*.

Сравнивая (30) с полученными ранее формулами (6), видим, что по форме оба решения задачи о возбуждении резонатора идентичны. В то же время решение (6) обладает существенным преимуществом, так как в нем участвуют собственные функции пустого резонатора, а не резонатора, заполненного анизотропной средой. Решение (30) приводит к уравнениям для волноводного трансформатора, не отличающимся по форме от (15).

---

* По условиям задачи в данном случае взят более частный вид источника возбуждения, чем в [3].

20), где должны теперь фигурировать матрицы проводимостей

$$\| Y_{i(\alpha\beta)k} \| = \| \tilde{M}^a_{k(\alpha)i} \| \, \| T^a_{ik} \| \, \| M^a_{k(\beta)i} \| \quad (\alpha, \beta = 1, 2, 3, \ldots, N), \tag{31}$$

причем

$$M^a_{i(\alpha,\beta)k} = \int\limits_{S_{\alpha,\beta}} h_{i(\alpha,\beta)} \vec{H}^{a*}_k \, ds.$$

Чтобы практически использовать уравнения для трансформатора проводимостями (31), надо знать функции $\vec{E}^a_n$, $\vec{H}^a_n$ и соответствующие собственные частоты ω^a_n, т. е. должна быть решена задача о собственных колебаниях резонатора с анизотропной средой, рассмотренная в первой части работы [1]. Системы собственных функций $\vec{E}^a_n$, $\vec{H}^a_n$ образуются совокупностями собственных векторов (18) или (10′), ч. I, т. е.

$$\vec{E}^a_n = \sum_i a_{ni} \vec{E}_i, \quad \vec{H}^a_n = \sum_i b_{ni} \vec{H}_i, \tag{32}$$

где a_{ni}, b_{ni} — это либо a'_p, b'_p из (14), ч. I, либо $\overleftrightarrow{\varepsilon}^{-1}(\vec{r})\, a_n$, $\overleftrightarrow{\mu}^{-1}(\vec{r})\, b_n$; a_n, b_n взяты из (5), ч. I, те и другие при $\omega = \omega^a_k$.

При этом, в частности, получается, что

$$\| M^a_{i(\alpha,\beta)k} \| = \| M_{i(\alpha,\beta)n} \| \, \| b_{ik} \|,$$

где матрица $\| b_{ik} \|$ образована коэффициентами (32).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Волноводный трансформатор общего вида с анизотропной неоднородной средой исследован методом собственных функций. Найдены матрицы проводимостей и показано их упрощение для трансформатора, построенного на основе регулярного волновода. Элементы матриц по выведенным формулам можно вычислить для системы с анизотропными областями произвольных формы и размеров. Таким образом, расчету подлежат различные используемые на практике циркуляторы, вентили, фазовращатели и прочие устройства, содержащие намагниченные ферриты больших размеров и неправильной формы. Для этих расчетов должны быть использованы электронные вычислительные машины.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Никольский, Исследование полых систем с анизотропными областями методом собственных функций, Ч. I. Резонатор, Радиотехника и электроника, 1960, 5, 11.
2. Г. В. Кисунько, Электродинамика полых систем, Изд. ВКАС, 1949.
3. А. Г. Гуревич, Резонаторы с тензорной средой, Радиотехника и электроника, 1958, 3, 12, 1475.

Поступила в редакцию
14 III 1960

1960 № 1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ПОСТОЯННЫХ РАСПРОСТРАНЕНИЯ В СПИРАЛЬНОЙ ЛИНИИ С ТРУБЧАТЫМ ПУЧКОМ

Ю. Н. Пчельников

Приведено дисперсионное уравнение спирали с трубчатым пучком электронов внутри нее. На основе разработанной ранее методики получены выражения для коэффициентов связи и депрессии. Рассмотрен ряд частных случаев. Приведены графики, позволяющие определить коэффициент депрессии.

ВВЕДЕНИЕ

Спиральная линия — наиболее распространенная замедляющая система в ЛБВ. Свойства ее изучены достаточно подробно. Определение постоянных распространения электромагнитных волн в спиральной линии без пучка не представляет существенной трудности. Однако задача об определении постоянных распространения при наличии пучка электронов, взаимодействующего с волной, т. е. задача ЛБВ, до конца не была решена.

Согласно [1] при достаточно малой плотности тока постоянные распространения в любой замедляющей системе определяются алгебраическим уравнением четвертой степени, так называемым характеристическим уравнением. Затруднение вызывает определение коэффициентов этого уравнения — коэффициента связи и, в особенности, коэффициента депрессии. Предпринятые рядом авторов (в частности, [2, 3]) определения постоянных распространения в спиральной линии со сплошным цилиндрическим пучком приводили к решению характеристического уравнения с различными коэффициентами депрессии.

В работах [4, 5] было показано, что получение различных выражений для коэффициента депрессии объясняется недостаточной точностью проводившихся преобразований. В этих же работах были описаны два относительно простых метода определения коэффициентов характеристического уравнения.

Предложенный в [5] метод используется ниже для определения коэффициентов связи и депрессии для спирали со сплошным и трубчатым пучками электронов.

1. ИСХОДНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассмотрим спиральную линию радиуса b с углом наклона витков спирали к ее оси Ф.

Внутри спирали проходит аксиально-симметричный трубчатый пучок электронов. Внутренний радиус пучка a_1, внешний — a_2.

Дисперсионное уравнение рассматриваемой системы определяется совместным решением уравнений Максвелла при заданных граничных условиях, уравнения непрерывности и уравнения движения электронов. В предположении обычной идеализации — замены спирали анизотропно проводящей цилиндрической поверхностью — дисперсионное уравнение спирали с кольцевым пучком можно представить в виде

$$\frac{f_1(a_2T)-f_1(a_2\tau)}{f(a_2\tau,\,a_2T)}-\frac{f_1(a_1T)-f_1(a_1\tau)}{f(a_1T,\,a_1\tau)}\cdot\frac{f(a_2T,\,a_2\tau)}{f(a_2\tau,\,a_2T)}-$$

$$-\frac{f_1(a_1T)-f_1(a_1\tau)}{f(a_1T,\,a_1\tau)}\,\frac{f_2(a_2T)-f_2(a_2\tau)}{f_1(a_2T)+f_2(a_2\tau)}\,\frac{K_0(a_2T)}{I_0(a_2T)}\,G(b\tau)=G(b\tau). \qquad (1)$$

Для сокращения записи введены следующие обозначения:

$$f_1(Z) = \frac{I_1(Z)}{I_0(Z)} Z, \tag{2}$$

$$f_2(Z) = \frac{K_1(Z)}{K_0(Z)} Z, \tag{3}$$

где Z — соответствующее значение аргумента;

$$f(a\tau, aT) = \frac{K_0(a\tau)}{I_0(a\tau)} [f_1(aT) + f_2(a\tau)]; \tag{4}$$

$$f(aT, a\tau) = \frac{K_0(aT)}{I_0(aT)} [f_1(a\tau) + f_2(aT)], \tag{5}$$

где $a = a_1, a_2$;

$$G(b\tau) = \frac{I_0(b\tau)}{K_0(b\tau)} \left[1 - \frac{k^2 \operatorname{tg}^2 \Phi}{\tau^2} \frac{I_1(b\tau) K_1(b\tau)}{I_0(b\tau) K_0(b\tau)}\right]; \tag{6}$$

I_0, I_1, K_0, K_1 — модифицированные функции Бесселя первого и второго родов от соответствующих аргументов; τ и T — радиальные постоянные, первая в области, не занятой пучком, а вторая в области, занятой пучком; $k = \omega \sqrt{\varepsilon\mu}$ — фазовая постоянная среды; ω — частота поля; ε и μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости среды.

Радиальная постоянная τ определяется из выражения

$$\tau^2 = -\gamma^2 - k^2, \tag{7}$$

где γ — постоянная распространения электромагнитных волн вдоль системы.

Радиальную постоянную T при рассмотрении задачи в линейном приближении можно определить из соотношения

$$T^2 = \tau^2 \left[1 + \frac{q}{\left(\gamma + \frac{j\omega}{u_0}\right)^2}\right], \tag{8}$$

где $q = ei_0/m\varepsilon u_0^3$ — квадрат плазменного волнового числа безгранично широкого пучка; e, m — заряд и масса электрона; i_0 — постоянная составляющая плотности тока пучка; u_0 — средняя скорость электронов: $j = \sqrt{-1}$.

В отсутствие пучка $q = 0$ и, как следует из (8),

$$T = \tau = \tau_0. \tag{9}$$

Через τ_0 мы обозначили определенное для данной замедляющей системы значение радиальной постоянной в отсутствие пучка.

Как легко проверить, подставляя (9) в (1), дисперсионное уравнение системы в отсутствие пучка имеет вид

$$G(b\tau_0) = 0. \tag{10}$$

Дисперсионное уравнение (1) с учетом соотношений (7) и (8) позволяет определить постоянную распространения γ. Аналитическое решение задачи возможно лишь с некоторым приближением. Как уже указывалось, γ определяется решением алгебраического уравнения четвертой степени, неизвестные коэффициенты которого (коэффициент связи K и коэффициент депрессии Γ) согласно [5] находятся при помощи выражений

$$K = \frac{\tau_0^2}{\beta_0^2} \frac{1}{\left.\frac{dT}{d\tau}\right|_{\tau_0} - 1}, \tag{11}$$

$$\Gamma = \frac{1}{4}\left\{1 - \frac{3}{\left.\frac{dT}{d\tau}\right|_{\tau_0} - 1} + \frac{\tau_0 \left.\frac{d^2T}{d\tau^2}\right|_{\tau_0}}{\left[\left.\frac{dT}{d\tau}\right|_{\tau_0} - 1\right]^2}\right\}. \qquad (12)$$

Здесь β_0 — фазовая постоянная системы в отсутствие пучка и потерь; индекс τ_0 при производных означает, что их значения взяты при $T = \tau = \tau_0$.

Необходимые для определения K и Γ значения производных находятся дифференцированием уравнения (1).

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА СВЯЗИ

Дифференцируя уравнение (1) по τ и полагая $T = \tau = \tau_0$, находим

$$\frac{a_2 f_1'(a_2\tau_0)}{f(a_2\tau_0)}\left[\left.\frac{dT}{d\tau}\right|_{\tau_0} - 1\right] - \frac{a_1 f_1'(a_1\tau_0)}{f(a_1\tau_0)}\left[\left.\frac{dT}{d\tau}\right|_{\tau_0} - 1\right] - bG'(b\tau_0). \qquad (13)$$

Штрихи означают производные функций по аргументам. Дифференцируя (2) и (6), получим

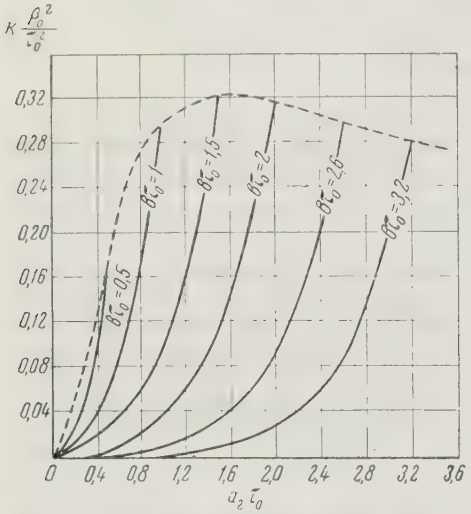


Рис. 1. Зависимости величины $K\beta_0^2/\tau_0^2$ для сплошного пучка от $a_2\tau_0$ при различных значениях $b\tau_0$. Пунктирная кривая соответствует случаю полного заполнения внутреннего пространства спирали пучком ($a_2 = b$)

$$f_1'(Z) = \frac{I_0^2(Z) - I_1^2(Z)}{I_0^2(Z)} Z, \qquad (14)$$

$$bG'(b\tau_0) = \frac{d}{d\tau} G(b\tau)|_{\tau_0} = b\frac{I_0(b\tau_0)}{K_0(b\tau_0)} F_1(b\tau_0), \qquad (15)$$

где

$$F_1(Z) = \frac{4}{Z} + \frac{I_1(Z)}{I_0(Z)} - \frac{I_0(Z)}{I_1(Z)} + \frac{K_0(Z)}{K_1(Z)} - \frac{K_1(Z)}{K_0(Z)}. \qquad (16)$$

Как легко убедиться, подставляя в (4) и (5) вместо T и τ τ_0,

$$f(a\tau_0) = \frac{1}{I_0^2(a\tau_0)}, \quad a = a_1, \ a_2. \qquad (17)$$

Разделив левую и правую части (13) на $bG'(b\tau_0)\left[\left.\frac{dT}{d\tau}\right|_{\tau_0} - 1\right]\beta_0^2/\tau_0^2$ и сравнивая получающееся уравнение с (11), находим, с учетом (14)—(17),

$$K_0 = K_2 - K_1, \qquad (18)$$

где K_0 — коэффициент связи трубчатого пучка,

$$K_1 = \frac{a_1^2\tau_0^3}{b\beta_0^2} \frac{I_0^2(a_1\tau_0) - I_1^2(a_1\tau_0)}{F_1(b\tau_0) I_0(b\tau_0)/K_0(b\tau_0)}, \qquad (19)$$

$$K_2 = \frac{a_2^2\tau_0^3}{b\beta_0^2} \frac{I_0^2(a_2\tau_0) - I_1^2(a_2\tau_0)}{F_1(b\tau_0) I_0(b\tau_0)/K_0(b\tau_0)}. \qquad (20)$$

Для сплошного цилиндрического пучка $a_1 = 0$ и коэффициент связи вен K_2. Следовательно, K_2 является коэффициентом связи сплошного чка с радиусом a_2, а аналогичный ему по записи коэффициент K_1 явля- ся коэффициентом связи сплошного пучка с радиусом a_1.

То обстоятельство, что коэффициент связи трубчатого пучка определется как разность коэффициентов связи сплошных пучков, позволяет я его определения воспользоваться графиками, вычисленными для лошного пучка (рис. 1). Так как в реальных случаях, ввиду достаточно льшого замедления электромагнитных волн в спирали, $\tau_0^2 \simeq \beta_0^2$, то при- денные на рис. 1 значения $K\beta_0^2/\tau_0^2$ фактически совпадают с K.

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ДЕПРЕССИИ

Как следует из (12), коэффициент депрессии определяется не только рвой, но и второй производной T по τ при $T = \tau = \tau_0$. Для определе- я последней уравнение (1) необходимо продифференцировать два раза τ, положив затем $T = \tau = \tau_0$. Последний член левой части уравнения к и при определении коэффициента связи окажется равным нулю. Для льнейших выкладок нам необходимо найти производные ряда функций некоторые соотношения:

$$\frac{d}{d\tau}\frac{1}{f(a\tau, aT)}\Big|_{\tau_0} = \frac{I_0^2(a\tau_0)}{\tau_0}\left\{2f_1(a\tau_0) + [f_1(a\tau_0) - f_3(a\tau_0)]\left[\frac{dT}{d\tau}\Big|_{\tau_0} - 1\right]\right\}, \quad (21)$$

$$\frac{d}{d\tau}\frac{1}{f(aT, a\tau)}\Big|_{\tau_0} = \frac{I_0^2(a\tau_0)}{\tau_0}\left\{2f_1(a\tau_0) + [f_1(a\tau_0) + f_3(a\tau_0)]\left[\frac{dT}{d\tau}\Big|_{\tau_0} - 1\right]\right\}, \quad (22)$$

$$\frac{d}{d\tau}\frac{f(aT, a\tau)}{f(a\tau, aT)}\Big|_{\tau_0} = -\frac{2f_3(a\tau_0)}{a\tau_0}, \quad (23)$$

е $a = a_1$, a_2, а функция f_3 определяется выражением

$$f_3(Z) = Z^2[I_0(Z)K_0(Z) + I_1(Z)K_1(Z)], \quad (24)$$

$$\frac{f_1''(Z)}{f_1'(Z)} = \frac{1}{Z}\frac{I_0^2(Z) + I_1^2(Z)}{I_0^2(Z) - I_1^2(Z)} - 2\frac{I_1(Z)}{I_0(Z)}, \quad (25)$$

$$\frac{d^2}{d\tau^2}G(b\tau)\Big|_{\tau_0} = b^2G''(b\tau_0) = b^2G'(b\tau_0)\left[\frac{F_1'(b\tau_0)}{F_1(b\tau_0)} - F_1(b\tau_0) + \frac{2}{b\tau_0 I_0(b\tau_0)K_0(b\tau_0)}\right], \quad (26)$$

$F_1'(b\tau_0)$ — производная функции $F(b\tau)$ по аргументу.

Выражая в полученном после дифференцирования уравнении $\frac{dT}{d\tau}\Big|_{\tau_0}$ $\frac{d^2T}{d\tau^2}\Big|_{\tau_0}$ через K_0 и Γ из соотношений (11) и (12), а также используя выра- ния (19) и (20), после некоторых преобразований находим, что

$$\Gamma = \frac{1}{2}\left\{f_3(a_2\tau_0) - f_4(a_2\tau_0) - \frac{K_1}{K_0}[f_3(a_2\tau_0) - f_3(a_1\tau_0) + f_4(a_2\tau_0) - f_4(a_1\tau_0)] - K_0\frac{\beta_0^2}{\tau_0^2}f_5(b\tau_0) - K_2\frac{\beta_0^2}{\tau_0^2}f_4(a_2\tau_0) + K_1\frac{\beta_0^2}{\tau_0^2}f_4(a_1\tau_0)\right\}, \quad (27)$$

для сокращения записи введены обозначения

$$f_4(Z) = \frac{I_1^2(Z)}{I_0^2(Z) - I_1^2(Z)}, \quad (28)$$

$$f_5(b\tau_0) = \frac{5}{2} - \frac{b\tau_0}{2}\frac{G''(b\tau_0)}{G'(b\tau_0)}. \qquad (29$$

Как следует из полученного выражения, коэффициент депрессии опре
деляется как параметрами пучка $a_1\tau_0$, $a_2\tau_0$, так и параметром спирали $b\tau_0$.
Однако при $a_2\, b \leqslant 0{,}5$ значения коэффициентов связи становятся малыми
и в выражении (27) можно пренебречь тремя последними членами

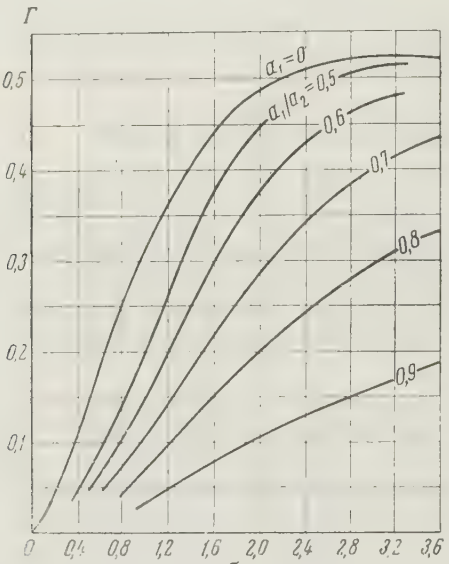


Рис. 2. Зависимости Γ от $a_2\tau_0$ для случая малых значений коэффициентов связи

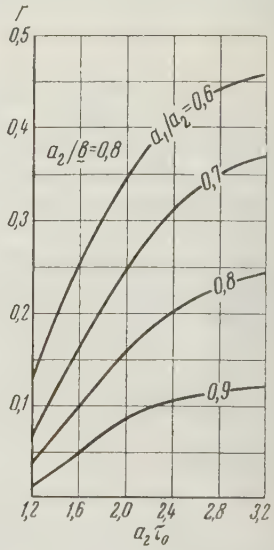
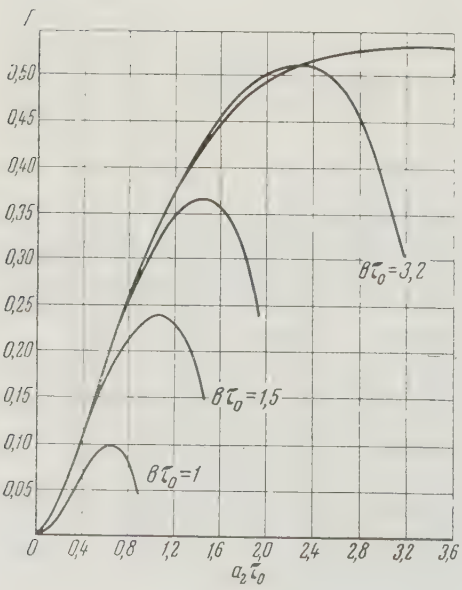


Рис. 3. Зависимости Γ от $a_2\tau_0$ при $a_2/b = 0{,}8$



Представляя с учетом (18) — (2
отношение K_1/K_0 в виде

$$\frac{K_1}{K_0} = \frac{1}{\dfrac{a_2^2}{a_1^2}\dfrac{I_0^2(a_2\tau_0) - I_1^2(a_2\tau_0)}{I_0^2(a_1\tau_0) - I_1^2(a_1\tau_0)} - 1}, \qquad (3$$

находим, что в рассматриваемо
случае коэффициент депрессии о
ределяется только параметрам
пучка. На рис. 2 приведены пр
ближенные зависимости Γ от a_2

Рис. 4. Зависимости Γ от $a_2\tau_0$ для то
стостенных или сплошных пучков п
различных значениях $b\tau_0$ (1; 1,5; 2,0; 3

при различных отношениях a_1/a_2 для малых значений коэффициент
связи ($a_2/b \leqslant 0{,}5$).

В области практически используемых значений параметра $a_2\tau_0$ (от
до 3) и при $a_1/a_2 > 0{,}5$ значения Γ, определяемые графиками рис. 2, м

) отличаются от значений, полученных в работах [6, 7] для трубчатого учка в свободном пространстве.

При значениях $a_2/b > 0{,}5$ влияние спирали становится значительным, в выражении (27) следует учитывать все члены. На рис. 3 приведены ависимости Γ от $a_2\tau_0$ при различных значениях a_1/a_2 для $a_2/b = 0{,}8$.

При $a_1/a_2 < 0{,}5$ значение K_1 становится настолько малым, что в выражении (27) можно пренебречь членами с K_1, что приводит к выражению

$$\Gamma = \frac{1}{2}\left\{f_3(a_2\tau_0) - f_4(a_2\tau_0) - K_2\frac{\beta_0^2}{\tau_0^2}\left[f_5(b\tau_0) + 2f_4(a_2\tau_0)\right]\right\}, \qquad (31)$$

ределяющему коэффициент депрессии сплошного пучка. Таким образом, начения Γ, полученные для толстостенных пучков, близки к значениям, олученным для сплошных пучков. На рис. 4 приведены зависимости Γ $a_2\tau_0$, рассчитанные по формуле (31).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сравнение результатов вычисления коэффициента депрессии для спи али с результатами работы Флетчера [8] и ряда других авторов, приведен ыми в частности в [1], свидетельствует об их большом различии.

Однако при малых значениях a_2/b, когда связь между пучком и спи алью невелика, Γ определяется лишь первыми двумя членами уравнения 1) и совпадает с выражением, полученным Л. А. Вайнштейном [1].

Полученные в статье результаты могут быть использованы для инже ерного расчета ЛБВ как со сплошным, так и с трубчатым пучком электро ов.

Автор выражает признательность Л. Н. Лошакову за ряд ценных со етов.

ЛИТЕРАТУРА

Л. А. Вайнштейн, Электронные волны в замедляющих системах, ЖТФ, 1956, **26**, 1, 126.
С. Д. Гвоздовер, Теория электронных приборов сверхвысоких частот, ГТТИ, 1956.
С. Д. Гвоздовер, Г. Г. Солодарь, О характеристическом уравнении ЛБВ для средних токов, Изв. вузов МВО СССР (Радиофизика), 1959, **2**, 2, 229.
Ю. Н. Пчельников, Об определении постоянных распространения электромагнитных волн в замедляющих системах при наличии электронного пучка, Радиотехника и электроника, 1959, 4, 9, 1493.
Л. Н. Лошаков, Ю. Н. Пчельников, Об определении коэффициентов уравнения для постоянных распространения в замедляющей системе при наличии электронного пучка, Радиотехника и электроника, 1959, 4, 10, 1670.
G. M. Branch, T. G. Mihran, Plasma frequency Reduction factors in electron beams., IRE Trans, 1955, **ED**-2, 2, 3.
Л. Н. Лошаков, Приближенный расчет коэффициента депрессии трубчатых электронных пучков, Радиотехника, 1961, 2.
R. C. Fletcher, Proc. I. R. E., 1950, **38**, 4, 413.

Поступила в редакцию
9 II 1960

1960 №12

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МЕДЛЕННЫХ ПЛАЗМЕННЫХ ВОЛН С ПОТОКОМ ЭЛЕКТРОНОВ

В. Я. Кислов, Е. В. Богданов

Проведено теоретическое и экспериментальное исследование возможных механизмов взаимодействия нерелятивистского потока электронов с плазмой, находящейся в магнитном поле.

1. ОБЩЕЕ РАССМОТРЕНИЕ И КРИТЕРИЙ РАЗДЕЛЕНИЯ МЕДЛЕННЫХ *E*- И *H*-ВОЛН

Рассмотрим систему, состоящую из двух областей *I* и *II*. Внутренняя область представляет собой цилиндр радиуса a, заполненный плазмой, которую пронизывает поток электронов того же радиуса. Внешняя область представляет собой безграничную плазму с концентрацией, отличной от концентрации внутренней области. Магнитное поле направлено вдоль оси системы. Поток электронов сфокусирован магнитным полем и имеет только продольные составляющие переменных величин скорости электронов v_e и плотности тока j_e, которые много меньше соответствующих постоянных величин.

Будем полагать, что все переменные величины содержат множитель $e^{i(\omega t-\gamma z)}$. Система уравнений поля имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}(\operatorname{rot}\vec{H})_i &= i\omega\varepsilon_{ik}E_k + j_{ei},\\ \operatorname{rot}\vec{E} &= -i\omega\mu_0\vec{H}.\end{aligned} \tag{1}$$

Из уравнений непрерывности и движения в обычном линейном приближении имеем

$$j_{ei} = \frac{\rho_0\eta E_z}{i\omega\left(1-\frac{\gamma}{\gamma_e}\right)^2}, \tag{2}$$

где ρ_0 — плотность заряда; γ_e — электронное волновое число; η — отношение заряда электрона к массе.

Если, пользуясь полученным выражением плотности тока через поле, ввести в тензор ε_{ik} активный член, связанный с наличием потока электронов, то система уравнений становится однородной:

$$\begin{aligned}(\operatorname{rot}\vec{H})_i &= i\omega\varepsilon_{ik}E_k,\\ \operatorname{rot}\vec{E} &= -i\omega\mu_0\vec{H},\end{aligned} \tag{3}$$

компоненты тензора имеют следующий вид [1]:

$$\varepsilon_{ik}=\varepsilon_0\begin{pmatrix}\varepsilon_r & \varepsilon_\varphi & 0\\ -\varepsilon_\varphi & \varepsilon_r & 0\\ 0 & 0 & \varepsilon_z\end{pmatrix}=\varepsilon_0\begin{pmatrix}1-\frac{b}{1-\alpha^2}; & \frac{-ib\alpha}{1-\alpha^2}; & 0\\ \frac{ib\alpha}{1-\alpha^2}; & 1-\frac{b}{1-\alpha^2}; & 0\\ 0; & 0; & 1-b-\frac{b_e}{\left(1-\frac{\gamma}{\gamma_e}\right)^2}\end{pmatrix},$$

е

$$b = \frac{\omega_p^2}{\omega^2}; \quad b_e = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}; \quad \alpha = \frac{\omega_H}{\omega};$$

— плазменная частота; ω_{pe} — плазменная частота потока электронов; — циклотронная частота электронов.

Будем искать решения системы (3), симметричные по углу. В этом учае система уравнений Максвелла имеет вид

$$\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} = -i\omega\mu_0 H_\varphi, \tag{5}$$

$$-\frac{\partial H_\varphi}{\partial z} = i\omega\varepsilon_r E_r + i\omega\varepsilon_\varphi E_\varphi, \tag{6}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rH_\varphi) = i\omega\varepsilon_z E_z, \tag{7}$$

$$-\frac{\partial E_\varphi}{\partial z} = -i\omega\mu_0 H_r, \tag{8}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rE_\varphi) = -i\omega\mu_0 H_z, \tag{9}$$

$$\frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} = i\omega\varepsilon_r E_\varphi - i\omega\varepsilon_\varphi E_r. \tag{10}$$

и $\varepsilon_\varphi = 0$ (когда $H_0 = 0$ или $H_0 = \infty$) уравнения (5)—(7) описывают E-волны, равнения (8) — (10) — H-волны.

Во внутренней области I системе (5) — (10) удовлетворяют решения а

$$\left.\begin{aligned} E_z^{(1)} &= E_{z0}^{(1)} I_0(Tr) \\ E_r^{(1)} &= E_{r0}^{(1)} I_1(Tr) \\ H_\varphi^{(1)} &= H_{\varphi 0}^{(1)} I_1(Tr) \\ H_z^{(1)} &= H_{z0}^{(1)} I_0(Tr) \\ H_r^{(1)} &= H_{r0}^{(1)} I_1(Tr) \\ E_\varphi^{(1)} &= E_{\varphi_0}^{(1)} I_1(Tr) \end{aligned}\right\} e^{i(\omega t - \gamma z)}, \tag{11}$$

о внешней области — решения вида

$$E_z^{(2)} = E_{z0}^{(2)} K_0(\tau r)\, e^{i(\omega t - \gamma z)} \tag{12}$$

д., где I и K — модифицированные функции Бесселя.

Из уравнений (8) — (10), принимая во внимание (11), получаем

$$E_{\varphi 0} = \frac{\varepsilon_\varphi}{\varepsilon_r + \dfrac{T^2 - \gamma^2}{k_0^2}} E_{r0}. \tag{13}$$

Как видно из системы (5) — (10), связь E- и H-волн осуществляется з ε_φ. При $\varepsilon_\varphi = 0$

$$\begin{aligned} T_E^2 &= \gamma^2 \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_r} - k_0^2 \varepsilon_z, \\ T_H^2 &= \gamma^2 - k_0^2 \varepsilon_z. \end{aligned} \tag{14}$$

Подставляя (11) в уравнения (5) — (10), получаем уравнение для определения T:

$$\underbrace{\left[T^2-\left(\gamma^2\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_r}-k_0^2\varepsilon_z\right)\right]}_{E\text{-волны}}=-\gamma^2\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_r}\frac{\varepsilon_\varphi^2}{\varepsilon_\varphi^2+\varepsilon_r\underbrace{\left[\varepsilon_r+\frac{T^2-\gamma^2}{k_0^2}\right]}_{H\text{-волны}}}. \tag{15}$$

Произведем оценку правой части уравнения (15), взяв в качестве нулевого приближения значение $(T^2)_0=\gamma^2\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_r}-k_0^2\varepsilon_z$. Отбрасывая члены порядка $(k_0/\gamma)^4$, получим

$$\frac{T^2-(T^2)_0}{(T^2)_0}=-\frac{1}{1+\frac{\varepsilon_r^2}{\varepsilon_\varphi^2}+\frac{\gamma^2}{k_0^2\varepsilon_\varphi^2}(\varepsilon_z-\varepsilon_r)}=\frac{k_0^2}{\gamma^2}\frac{b}{1-\alpha^2}. \tag{16}$$

Вдали от циклотронного резонанса при $b/(1-\alpha^2)\ll\gamma^2/k_0^2$ поправка к нулевому приближению за счет правой части мала и $T^2=\gamma^2\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_r}$.

Вернемся к уравнениям Максвелла и произведем оценку связи E- и H-волн по полям, взяв отношение $\varepsilon_\varphi E_\varphi/\varepsilon_r E_r$ [см. (6)].

Из (13) и (16) видно, что это отношение равно

$$\frac{k_0^2}{\gamma^2}\frac{b}{1-\alpha^2}\ll 1.$$

Таким образом, критерием разделения медленных E- и H-волн является неравенство

$$\frac{k_0^2}{\gamma^2}\frac{\omega_p^2}{\omega^2-\omega_H^2}\ll 1. \tag{17}$$

Сильная связь E- и H-волн получается только на циклотронном резонансе, когда $\omega_p^2/(\omega^2-\omega_H^2)$ порядка γ^2/k_0^2. В дальнейшем мы исключим из рассмотрения область вблизи циклотронного резонанса и будем полагать медленные E- и H-волны разделенными.

Приравнивая тангенциальные составляющие полей на границе $r=a$, получаем дисперсионное уравнение для медленных E-волн:

$$\frac{\varepsilon_{z1}}{Ta}\frac{I_1(Ta)}{I_0(Ta)}=-\frac{\varepsilon_{z2}}{\tau a}\frac{K_1(\tau a)}{K_0(\tau a)}, \tag{18}$$

где

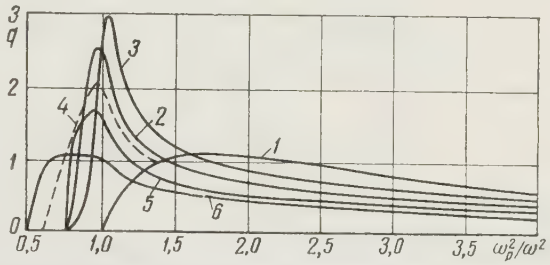
$$\varepsilon_{z1}=1-b_1-\frac{b_e}{\left(1-\frac{\gamma}{\gamma_e}\right)^2};\quad \varepsilon_{z2}=1-b_2,$$

$$T^2=\gamma^2\frac{1-b_1-\frac{b_e}{\left(1-\frac{\gamma}{\gamma_e}\right)^2}}{1-\frac{b_1}{1-\alpha^2}};\quad \tau^2=\gamma^2\frac{1-b_2}{1-\frac{b_2}{1-\alpha^2}}.$$

Уравнение (18) имеет две группы нарастающих решений. Первая из них соответствует нарастанию волн плотности пространственного заряда. Вторая соответствует усилению бегущих медленных волн, которые могут распространяться в системе и в отсутствие потока электронов. Рассмотрим первую группу решений.

2. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МОДУЛИРОВАННОГО ПОТОКА ЭЛЕКТРОНОВ С НАВЕДЕННОЙ ПЛАЗМЕННОЙ ВОЛНОЙ

Первая группа решений рассмотрена в работе [4] для случая одно-одной плазмы в бесконечно сильном магнитном поле. В этом параграфе ассмотрен случай конечного магнитного поля. Отметим прежде всего, го уравнение (18) при $b_1 = b_2$ и $b_e = 0$ не имеет решений, т. е. в системе ез потока электронов распространение медленных E-волн отсутствует.



ис. 1. Зависимость параметра иления q от ω_p^2/ω^2 для раз- ных значений ω_H^2/ω^2 и $\gamma_e a$:

$1 - \alpha^2 \to \infty$, $\gamma a = 2$; $2 - \alpha^2 = 0{,}25$, $= 2$; $3 - \alpha^2 = 0{,}25$, $\gamma a = 4$; $4 - = 0{,}4$, $\gamma a = 2$; $5 - \alpha^2 = 0{,}25$, $\gamma a = 1$; $6 - \alpha^2 = 0{,}5$, $\gamma a = 1$

ля однородной плазмы в магнитном поле дисперсионное уравнение 8) имеет вид

$$T_1 a \frac{J_1(T_1 a)}{J_0(T_1 a)} = \begin{cases} \tau a \dfrac{K_1(\tau a)}{K_0(\tau a)}, & \text{если } \tau^2 > 0, \\ -\tau_1 a \dfrac{H_1^{(2)}(\tau_1 a)}{H_0^2(\tau_1 a)}, & \text{если } \tau_1^2 > 0, \end{cases} \tag{19}$$

е $T_1^2 = -T^2$ и $\tau_1^2 = -\tau^2$, $H_0^{(2)}$ — функция Ханкеля 2-го рода.

Если искать решения, для которых γ близко к γ_e, и положить в авой части (19) $\gamma = \gamma_e$, то правая часть уравнения (19) окажется извест- й функцией $\gamma_e a$, b и α^2, после чего находятся и значения $T_1 a$. Далее, инимая во внимание выражение для Ta (18), находим значение по- оянной распространения, которое записываем в виде

$$\gamma = \gamma_e \left[1 \pm \frac{\omega_{pe}}{\omega} (p + iq)\right]. \tag{20}$$

сюда погонное усиление определяется как $G_e = 8{,}7\, \gamma_{pe} q$, где $\gamma_{pe} = \omega_{pe}/v_e$. афики величины q в зависимости от ω_p^2/ω^2 изображены на рис. 1. личины ω_H^2/ω^2 и $\gamma_e a$ являются параметрами.

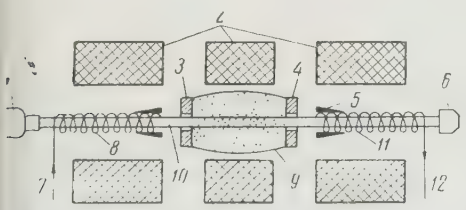


Рис. 2. Схематическое изображение экспериментального устройства:

1 — электронный прожектор; *2* — магнитные катушки; *3* — катод; *4* — анод; *5* — поглотитель; *6* — коллектор; *7* — ВЧ-вход; *8* — модулирующая спираль; *9* — плазма; *10* — поток электронов; *11* — демодулирующая спираль; *12* — ВЧ-выход

Как видно из этих графиков, увеличение магнитного поля понижает зонансный пик кривой и расширяет область взаимодействия. Крити- кая частота, начиная с которой появляется усиление, сдвигается в асть более высоких частот согласно соотношению

$$\omega_{кр}^2 = \omega_p^2 + \omega_H^2, \text{ если } \omega_H^2 < \omega^2;$$

бласти за циклотронным резонансом $\omega_{кр}^2 = \omega_p^2$. Усиление возрастает и увеличении параметра $\gamma_e a$.

Физическая природа рассматриваемого механизма близка к процессу происходящему в резистивных усилителях. В плазме под действием переменных полей модулированного пучка электронов происходит образование наведенных зарядов, и электроны пучка тормозятся в поле этих зарядов. Бегущая волна наведенных зарядов связана только с наличием

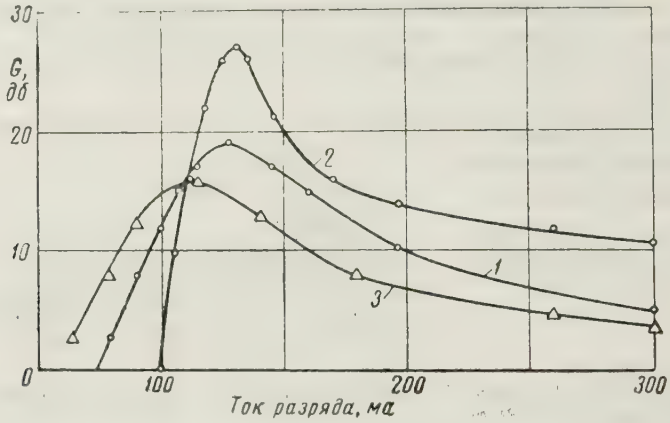


Рис. 3. Зависимость усиления от тока разряда при различных значениях магнитного поля на частоте сигнала 2800 *Мгц*:

1 — $H_0 = 300$ *эрс*; *2* — $H_0 = 30$ *эрс*; *3* — $H_0 = 400$ *эрс*

модулированного потока электронов и не может существовать в системе без этого потока. Результаты экспериментального исследования механизма взаимодействия потока электронов с наведенной плазменной волной изложены в работе [4].

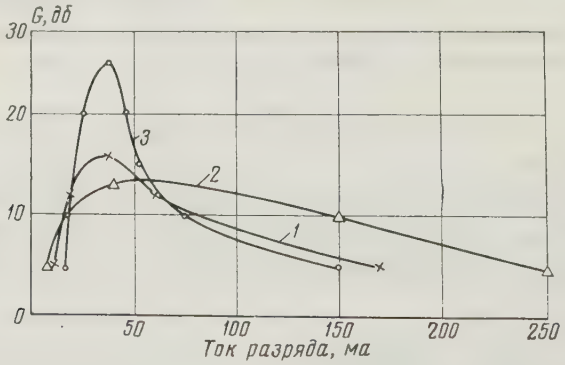


Рис. 4. Зависимость усиления от тока разряда при различных значениях магнитного поля на частоте сигнала 380 *Мгц*:

1 — $H_0 = 200$ *эрс*; *2* — $H_0 = 400$ *эрс*; *3* — $H_0 = 70$ *эрс*

Рассмотрим влияние магнитного поля. Схема экспериментального устройства для исследования механизма взаимодействия модулированного пучка с плазмой и влияния магнитного поля на этот механизм изображена на рис. 2. Это экспериментальное устройство аналогично описанному в работе [4], за исключением того, что в область разряда введена дополнительная магнитная катушка, при помощи которой можно менять поле в области плазмы, не изменяя при этом условий фокусировки электронов в модулирующих секциях спиралей. Измерения проводились в диапазонах дециметровых и сантиметровых волн.

Экспериментальные результаты изображены на рис. 3 и 4, где отло-ено усиление сигнала, имеющее место при включении плазмы, в зависи-ости от тока разряда. Различные кривые соответствуют разным значе-иям магнитного поля. Как видно из рисунков, при увеличении магнит-ого поля критическая точка появления усиления сдвигается в область еньших токов, т. е. меньших концентраций. Одновременно с этим пони-ается общий уровень усиления. Таким образом, качественный характер кспериментальных и теоретических кривых хорошо согласуется. Коли-ственное сравнение дает хорошее совпадение абсолютных значений силения, но максимум и левая граница кривой оказываются менее резко ыраженными, чем это следует из теории. Это можно объяснить тем, что онцентрация плазмы меняется по радиусу, что вызывает размытие кри-ой.

3. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОТОКА ЭЛЕКТРОНОВ С БЕГУЩЕЙ ПЛАЗМЕННОЙ ВОЛНОЙ

Перейдем к рассмотрению второй группы решений уравнения (18). ссмотрим систему без потока электронов. Распространение волн в таких стемах (плазменных волноводах) исследовалось в ряде работ, напри-р [2, 3].

Как было показано выше, для медленных волн имеет место разделение и H-волн во всей области значений магнитного поля, за исключением кой полосы вблизи циклотронного резонанса. Это позволяет провести лее простой и эффективный анализ медленных волн, в том числе и для нечных значений магнитного поля (ср. с работой [6]).

Положим в уравнении (18) $b_e = 0$. Тогда

$$T = \gamma \sqrt{\frac{1 - b_1}{1 - \frac{b_1}{1 - \alpha^2}}}, \qquad \tau = \gamma \sqrt{\frac{1 - b_2}{1 - \frac{b_2}{1 - \alpha^2}}}.$$

сперсионное уравнение записывается в виде

$$-\sqrt{\frac{(1 - b_1)\left(1 - \frac{b_1}{1 - \alpha^2}\right)}{(1 - b_2)\left(1 - \frac{b_2}{1 - \alpha^2}\right)}}\,\frac{I_1(Ta)}{I_0(Ta)} = \frac{K_1(\tau a)}{K_0(\tau a)}, \tag{21}$$

и $T^2 > 0$, и

$$\sqrt{\frac{(1 - b_1)\left(\frac{b_1}{1 - \alpha^2} - 1\right)}{(1 - b_2)\left(1 - \frac{b_2}{1 - \alpha^2}\right)}}\,\frac{J_1(T_1 a)}{J_0(T_1 a)} = \frac{K_1(\tau a)}{K_0(\tau a)}, \tag{22}$$

и $T_1^2 > 0$, где $T_1^2 = -T^2$. В том случае, когда $\tau^2 < 0$, имеет место учение. Мы этот случай из рассмотрения исключаем.

Первое уравнение соответствует поверхностным волнам, у которых я имеют максимум на границе $r = a$ и убывают при удалении от гра-цы, как это имеет место в обычных замедляющих структурах. Второе внение соответствует объемным волнам, у которых амплитуда поля на системы максимальна. Этот тип медленной волны не имеет аналога в ичных замедляющих структурах. Так, например, в случае плазменного лба в вакууме ($b_2 = 0$) имеются четыре возможных случая.

1. При $b_1 > 2 - \alpha^2$, $\alpha^2 < 1$ распространяются поверхностные волны. итическая точка, где фазовая скорость равна нулю, определяется енством $b_1 = 2 - \alpha^2$. Дисперсия в данном случае положительна.

2. При $b_1 > 1$ и $\alpha^2 > 1$ имеет место распространение объемных волн. сперсия в данном случае также положительна.

3. При $\alpha^2 < 1$ и $1 - \alpha^2 < b_1 < 1$ имеет место распространение объем ных волн с отрицательной дисперсией (которые являются также обра ными волнами). Групповая скорость в данном случае имеет максиму и уменьшается на краях области.

4. При $b_1 < 1 - \alpha^2$ и $\alpha^2 < 1$ распространение медленных волн отсу ствует.

Рассмотрим распространение медленных волн в каналовом плазменно волноводе ($b_1 = 0$, $b_2 \neq 0$). Уравнение (21) имеет вид

$$\frac{I_1(\gamma a)}{I_0(\gamma a)} = \frac{K_1(\tau a)}{K_0(\tau a)} \sqrt{(b_2 - 1)\left(\frac{b_2}{1-\alpha^2} - 1\right)}. \qquad (23$$

В этом случае распространение имеет место только в области $1 < b_2 < 2 - \alpha^2$ при $\alpha^2 < 1$. Волны являются поверхностными и их дисперси отрицательна.

В более общем случае, который описывается уравнением (21), имеют две плазмы с b_1 и b_2. Условия распространения поверхностных вол определяются из неравенств

$$T^2 > 0, \ \tau^2 > 0,$$

$$\sqrt{\frac{(b_1 - 1)\left(\frac{b_1}{1-\alpha^2} - 1\right)}{(1 - b_2)\left(1 - \frac{b_2}{1-\alpha^2}\right)}} \geqslant 1. \qquad (2$$

Знак равенства в последнем соотношении соответствует критическ точке с бесконечно большим замедлением. После преобразования после нее неравенство принимает вид:

$$\begin{aligned} &\text{при } b_1 > b_2 \quad b_1 + b_2 \geqslant 2 - \alpha^2, \\ &\text{при } b_1 < b_2 \quad b_1 + b_2 \leqslant 2 - \alpha^2. \end{aligned} \qquad (2$$

Кроме того, принимая во внимание первые два неравенства, мы пол чаем дополнительные условия: при $b_1 > 1$ $b_2 < 1 - \alpha^2$, а при $b_2 > 1$ $b_1 < 1 - \alpha^2$. Иначе говоря, в одной из областей концентрация доля быть достаточно малой (скажем $b_2 < 1 - \alpha^2$), тогда как в другой — дос точно большой ($b_1 > 1$). Когда внутренняя плазма плотнее, то дисп сионная кривая расположена вправо от критической точки $b_1 + b_2 = 2 - 2 - \alpha^2 - b_2 < b_1 < \infty$ и дисперсия является нормальной. Когда плоти внешняя плазма, то дисперсионная кривая расположена влево от эт точки ($1 < b_2 < 2 - \alpha^2 - b_1$) и дисперсия является аномальной.

Условия распространения объемных волн в общем случае аналоги ны условиям их распространения в плазменном стержне, рассмотренн выше, за исключением того, что на внешнюю плазму накладывается ус вие $\tau^2 > 0$, что имеет место или при $b_2 > 1$, или при $b_2 < 1 - \alpha^2$.

Мы рассмотрели распространение медленных волн в кусочно-од родной плазме и определили характер их зависимости от плазменн концентраций и величины магнитного поля. Перейдем теперь к рассм рению взаимодействия потока электронов с бегущей плазменной волн

Так же, как это делается в теории ЛБВ, будем разлагать дисперси ное уравнение системы плазма — пучок вблизи точки $\gamma = \gamma_0$, где γ_0 — зовая постоянная «холодной» волны.

В качестве примера рассмотрим взаимодействие потока электро с волной, бегущей вдоль плазменного цилиндра; магнитное поле ото ствует.

При $b_2 = 0$ и $\alpha = 0$ уравнение (18) имеет вид

$$(b-1)\sqrt{1 + \frac{b_e}{(b-1)\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_e}\right)^2}}\ \frac{I_1(Ta)}{I_0(Ta)} = \frac{K_1(\gamma a)}{K_0(\gamma a)}.$$

Разлагая уравнение (26) в ряд в окрестности $\gamma = \gamma_0$ по малому возмущению, вносимому пучком электронов, мы получаем кубическое уравнение

$$(\gamma a - \gamma_0 a)\left(\frac{\gamma a}{\gamma_e a} - 1\right)^2 = -b_e m(\gamma_0 a), \tag{27}$$

$$m(x) = \frac{1}{2}\frac{(xF)'}{(b-1)F' - \Phi'}, \quad F = \frac{I_1}{I_0},$$

где

$$\Phi = \frac{K_1}{K_0}; \quad F'(x) = 1 - \frac{I_1^2}{I_0^2} - \frac{1}{x}\frac{I_1}{I_0};$$

$$\Phi' = \frac{K_1^2}{K_0^2} - 1 - \frac{1}{x}\frac{K_1}{K_0}.$$

Уравнение (27) справедливо при $|\gamma - \gamma_0| \ll \gamma_0$. В области синхронизма при $\gamma_e \simeq \gamma_0$ уравнение имеет нарастающие решения. Коэффициент усиления на единицу длины определяется формулой

$$G_e = 8{,}7\gamma_e q^*, \tag{28}$$

где q — мнимая часть величины $\left(\frac{\gamma}{\gamma_e} - 1\right)$, определяемой из уравнения (27).

Зависимость коэффициента усиления G_e от b при фиксированных значениях $\gamma_e a$ и b_e имеет следующий характер. Максимум усиления имеет место при $\gamma_0 = \gamma_e$. Влево от этой точки (при уменьшении b) усиление быстро падает, правый участок кривой является более пологим.

Оптимальное значение погонного усиления определяется формулой

$$G_{e\,\text{макс}} = 8{,}7\gamma_e \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt[3]{\frac{m}{\gamma_e a}}\, b_e. \tag{29}$$

Кривые оптимальных значений q изображены на рис. 5. При больших $\gamma_e a$ асимптотическая формула $G_{e\,\text{макс}}$ имеет вид

$$G_{e\,\text{макс}} = 8{,}7\gamma_e \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt[3]{\frac{\gamma_e a}{2}\, b_e} \tag{30}$$

(при $\gamma_e a = 10$ точность (30) равна 3%).

Как видно из формулы (29), усиление растет с повышением частоты (за счет увеличения γ_e) с ростом $\gamma_e a$ и b_e. Последняя величина пропорциональна плотности тока в пучке.

В более общем случае, когда вдоль оси плазменного столба приложено конечное магнитное поле, так что $\alpha \neq 0$, дисперсионное уравнение вблизи точки синхронизма получает следующий вид:

$$(\gamma a - \gamma_0 a)\left(\frac{\gamma a}{\gamma_e a} - 1\right)^2 = \frac{-\frac{1}{2}b_e\left\{\sqrt{\frac{b}{\frac{1-\alpha^2}{b-1} - 1}}\, F + \gamma_0 a F'\right\}}{(b-1)F' - \Phi'}, \tag{31}$$

где $\gamma_0 a$ удовлетворяет уравнению «холодной» системы. Аналогичное рассмотрение можно провести и для случая взаимодействия с плазмой ленточных потоков. В отсутствие плазмы во внешней области магнитного поля решение уравнений Максвелла имеет вид:

---

* $q = \frac{2}{\sqrt{3}}C$, где C — параметр усиления Пирса.

Для внутренней области

$$H_y = H_{y0}\,\mathrm{sh}\,Tx, \qquad E_z = E_{z0}\,\mathrm{ch}\,Tx, \tag{32}$$

$$\left(\frac{H_y}{E_z}\right)_1 = \frac{i\omega\varepsilon_{z1}}{T}\,\mathrm{th}\,Tx;$$

для внешней области поля пропорциональны $e^{-\tau|x|}$ и $\left(\frac{H_y}{E_z}\right)_1 = -\frac{i\omega\varepsilon_0}{\tau}$.

Дисперсионное уравнение имеет вид

$$-\varepsilon_z\frac{\tau}{T}\,\mathrm{th}\,Ta = 1. \tag{33}$$

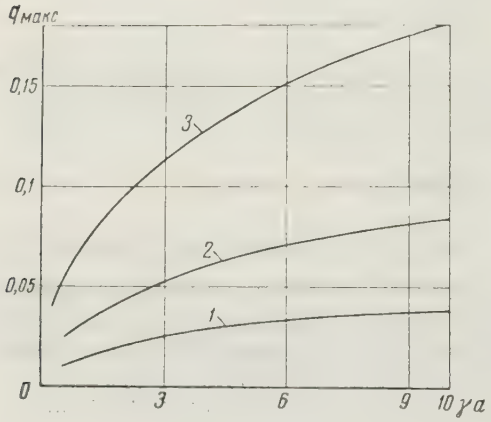


Рис. 5

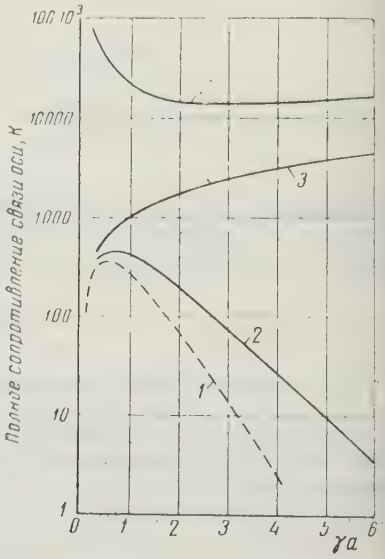


Рис. 6

Рис. 5. Зависимость оптимального значения параметра усиления q от γa:
$1 - b_e = 2\cdot10^{-5}$; $2 - b_e = 2\cdot10^{-4}$; $3 - b_e = 2\cdot10^{-3}$

Рис. 6. Значения полных сопротивлений связи на оси для разных типов волн в плазменном стержне и спирали в зависимости от γa при $k_0 a = 0{,}1$:
1 — спираль; *2* — поверхностная волна, $\alpha^2 = 0{,}25$; *3* — объемная волна, $\alpha^2 = 6$; верхняя кривая — объемная волна (обратная), $\alpha^2 = 0{,}25$

В отсутствие потока электронов

$$(b-1)\,\mathrm{th}\,\gamma_0 a = 1. \tag{34}$$

Разлагая уравнение в ряд по малому возмущению, вызванному наличием потока электронов, и ограничиваясь членами первого порядка малости, мы приходим к следующему уравнению для определения γ:

$$\left(\frac{\gamma a}{\gamma_e a}-1\right)^2(\gamma a-\gamma_0 a) = -\frac{1}{2}\,\frac{b_e}{b-1}\left[\frac{\mathrm{th}\,\gamma_0 a}{1-\mathrm{th}^2\gamma_0 a}+\gamma_0 a\right], \tag{35}$$

где $\gamma_0 a$ связано с плазменной концентрацией согласно уравнению (34).

В теории ЛБВ эффективность взаимодействия характеризуется полным сопротивлением связи. Вычислим полные сопротивления связи для различных типов плазменных волн. Полное сопротивление связи на оси определяется выражением

$$K = \frac{E_{z0}^2}{2\gamma^2 P_z}, \tag{36}$$

где E_{z0} — амплитуда поля на оси; P_z — общий поток мощности вдоль оси.

$$P_z = \pi\,\mathrm{Re}\int_0^\infty E_r H_\varphi^* r dr. \tag{37}$$

Для поверхностных волн в плазменном стержне выражение для полного сопротивления связи принимает вид

$$K = \frac{R_0 \gamma a}{2\pi k_0 a} \frac{1}{I_0^2(Ta)\{\varepsilon_r A_1(Ta) + A_2(\gamma a)\}}, \tag{38}$$

где

$$R_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}; \quad k_0 = \frac{\omega}{c};$$

$$A_1(x) = \frac{1}{2} x^2 \left[\frac{I_1^2(x)}{I_0^2(x)} - 1 + \frac{2}{x}\frac{I_1(x)}{I_0(x)}\right];$$

$$A_2(x) = \frac{1}{2} x^2 \left[1 - \frac{K_1^2(x)}{K_0^2(x)} + \frac{2}{x}\frac{K_1(x)}{K_0(x)}\right].$$

Для объемных волн

$$K = \frac{R_0 \gamma a}{2\pi k_0 a} \frac{1}{J_0^2(T_1 a)\{\varepsilon_r A_3(T_1 a) + A_2(\gamma a)\}}, \tag{39}$$

где

$$A_3(x) = \frac{1}{2} x^2 \left[1 + \frac{J_1^2(x)}{J_0^2(x)} - \frac{2}{x}\frac{J_1(x)}{J_0(x)}\right].$$

На рис. 6 изображены зависимости полных сопротивлений от γa при $k_0 a = 0{,}1$ для разных типов волн в плазме и для сравнения приведена кривая полного сопротивления обычной спирали [5].

Характер кривых для поверхностных волн в плазме и спирали совпадает, но при больших значениях γa полное сопротивление плазменной волны больше.

Особый интерес представляют кривые для объемных волн. Полное сопротивление в этом случае растет с увеличением γa. Значения полных сопротивлений связи очень велики и на несколько порядков превышают полные сопротивления спирали такого же радиуса.

Взаимодействие потока электронов с бегущей плазменной волной было осуществлено экспериментально. Рассмотрим полученные результаты. Схема экспериментального устройства изображена на рис. 7. Для получения плазменного «шнура» использовался разрядный промежуток, состоящий из двух кольцевых катодов и двух анодов, находящихся под одинаковым потенциалом. Электроны разряда удерживаются от попереч-

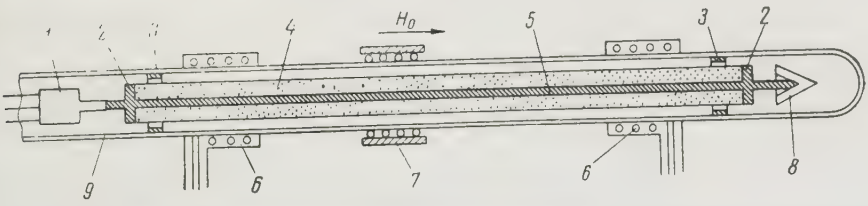


Рис. 7. Схематическое изображение экспериментального устройства для исследования взаимодействия потока электронов с бегущей плазменной волной:

1 — электронный прожектор; *2* — катод разряда; *3* — анод разряда; *4* — плазма; *5* — поток электронов, пронизывающий плазму; *6* — спиральные согласователи; *7* — спиральный поглотитель; *8* — коллектор

ного дрейфа магнитным полем, с другой стороны в прикатодной области они заперты отрицательным потенциалом катода. Вдоль оси разряда пропускался поток электронов. Для ввода и вывода электромагнитной энергии из системы использовались спиральные согласователи.

При зажигании разряда появлялось прохождение сигнала. Методом стоячей волны были измерены замедления волн. Зависимость замедления

от тока разряда изображена на рис. 8. Измерения велись на частоте 1000 *Мгц*. Были получены большие замедления вплоть до $\frac{c}{v_ф} = 24$.

При включении потока электронов было получено усиление проходящего сигнала. Если до включения пучка сигнал проходил с ослаблением порядка 10 — 20 *дб*, то с потоком электронов было получено реальное усиление 25 *дб*. Оптимум электронного взаимодействия был получен

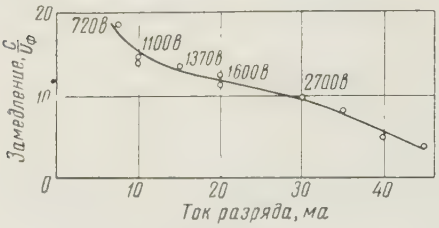


Рис. 8

Рис. 9

Рис. 8. Экспериментальная зависимость замедления $c/v_ф$ от тока разряда ($U_{разр} = 50$ *в*, $H_0 = 300$ *эрс*)

Рис. 9. Экспериментальная зависимость усиления от напряжения пучка ($f = 1000$ *Мгц*, $H = 900$ *эрс*, $I_{разр} = 12{,}5$ *ма*, $U_{разр} = 60$ *в*, $I_п = 1{,}2$ *ма*)

как раз при скорости пучка, равной фазовой скорости замедленной волны. Зависимость усиления от напряжения пучка изображена на рис. 9.

В режиме эффективного усиления параметры имели следующие значения: ток пучка 2 *ма*, напряжение пучка 450 *в*, радиус плазменного стержня 0,4 *см*, длина пространства взаимодействия 8 *см*, $\lambda = 30$ *см*, откуда $k_0a = 0{,}084$, $\gamma a = 2$, $K = 2140\ \Omega$, $C = 0{,}134$, $N = 6{,}4$, $G = 47{,}3$ CN — —20=20 *дб* (потери на поглотитель взяты порядка 10 *дб*). Эти данные хорошо согласуются с экспериментальным значением усиления.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена задача о взаимодействии медленного потока электронов с гиротропной плазмой.

Показано, что медленные E- и H-волны разделяются и при наличии магнитного поля. Получен критерий разделения.

Получено дисперсионное уравнение системы плазма—пучок для волн типа E с учетом конечного магнитного поля.

Показано, что полученное дисперсионное уравнение имеет два типа решений, которые соответствуют двум возможным механизмам взаимодействия.

При первом механизме происходит усиление волн пространственного заряда за счет торможения электронных сгустков в поле наведенных зарядов. При втором механизме происходит взаимодействие бегущей по плазме замедленной волны с потоком электронов.

Показана возможность существования волн двух типов: поверхностных и объемных. Амплитуда поля объемных волн имеет максимум на оси системы. Этот тип медленной волны не имеет аналога в обычных замедляющих структурах. Для обоих типов волн имеются области как с нормальной, так и с аномальной дисперсией.

Проанализированы свойства механизма взаимодействия с бегущей волной. Вычислены значения коэффициентов усиления.

Вычислены полные сопротивления связи для различных волн. Характер зависимости полного сопротивления от γa для поверхностных волн в плазме спирали совпадает, но при больших значениях γa полное сопро-

тивление плазменной волны больше. Полные сопротивления связи объемных волн растут при увеличении γa и на несколько порядков превышают полные сопротивления спирали с тем же радиусом.

При экспериментальной проверке обоих механизмов были получены значительные усиления сигнала. Результаты эксперимента хорошо согласуются с теорией.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Л. Альперт, В. Л. Гинзбург, Е. Л. Фейнберг, Распространение радиоволн, ГИТТЛ, 1953.
2. Я. Б. Файнберг, М. Ф. Горбатенко, ЖТФ, 1959, **29**, 5, 549.
3. Л. М. Пятигорский, Уч. зап. Харьковск. ун-та, 1955, 6, 23.
4. Е. В. Богданов, В. Я. Кислов, З. С. Чернов, Радиотехника и электроника, 1960, 5, 2, 229.
5. С. Д. Гвоздовер, Теория электронных приборов сверхвысоких частот. ГИТТЛ, 1956.
6. A. W. Trivelpiece, R. W. Gould, J. Appl. Phys., 1959, **30**, 11, 1784.

Поступила в редакцию
8 I 1960

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

1960 № 12

ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОТЫ ЛБВ С ЛОКАЛЬНЫМ ЗАТУХАНИЕМ В ЛИНЕЙНОМ РЕЖИМЕ

А. М. Кац

Исследовано влияние положения и величины локального затухания на коэффициент усиления ЛБВ. Полученные зависимости позволяют определить роль взаимодействия в области локального затухания и влияние последнего на усиление ЛБВ для конкретного случая. Рассмотрено также влияние локального затухания на коэффициент шума ЛБВ. Он минимален при определенном положении локального затухания, зависящего от параметров лампы и поглотителя.

ВВЕДЕНИЕ

Исследованию работы ЛБВ с локальным затуханием посвящено сравнительно большое число работ (см., например, [1—5]). Их анализ показывает, что существуют различные предпосылки при исследовании этого вопроса. В работах [1, 2] участок локального затухания заменяли участком дрейфа той же длины, что приводило к пренебрежению взаимодействием потока электронов с бегущей волной на этом участке. В работе [3] авторы рассматривали в качестве локального поглотителя участок замедляющей системы, имеющий большое затухание, и считали, что на этом участке существует только одна волна, возрастающая по экспоненциальному закону, определяемому параметрами этого участка. В работах [4, 5] решалась электродинамическая задача о замедляющей системе, имеющей некоторый участок с неидеальной проводимостью, и показано, что зависимость затухания, обусловленного наличием неидеальной проводимости, от удельного сопротивления имеет вид резонансной кривой. Кроме внесения затухания наличие неидеальной проводимости приводит к увеличению фазовой скорости волны в системе. При увеличении удельного сопротивления фазовая скорость монотонно стремится к фазовой скорости волны в системе с идеально проводящими стенками. Следовательно, как показывают результаты работ [4, 5], можно получить поглотитель с достаточной величиной затухания, но с малым отличием фазовой скорости. Экспериментально этот факт подтвержден в работе [6]. Анализ экспериментальных результатов [6, 7, 8] показывает, что в области локального затухания существенную роль играет взаимодействие между потоком электронов и электромагнитной волной.

В настоящей работе исследовано влияние локального поглотителя на коэффициент усиления и коэффициент шума ЛБВ с учетом взаимодействия между потоком электронов и электромагнитной волной системы в области локального поглотителя. Не очень большой рассинхронизм в области локального затухания не влияет на усиление лампы.

1. ВЫВОД ОСНОВНЫХ СООТНОШЕНИЙ

В работе [9] были получены следующие выражения для переменных составляющих напряжения, скорости и тока пучка электронов при его взаимодействии с волной, распространяющейся в замедляющей линии

ЛБВ:

$$V = \sum_1^3 V_n e^{2\pi CN\delta_n} e^{-j2\pi N},$$

$$j\frac{u_0}{\eta} Cv = \sum_1^3 \frac{V_n \delta_n}{\delta_n^2 + q} e^{2\pi CN\delta_n} e^{-j2\pi N}. \qquad (1)$$

$$-\frac{2U_0}{I_0} C^2 i = \sum_1^3 \frac{V_n}{\delta_n^2 + q} e^{2\pi CN\delta_n} e^{-j2\pi N},$$

де V, v, i — переменные составляющие напряжения, скорости и тока; U_0 — ускоряющее напряжение; I_0 — постоянный ток пучка; C — параметр усиления; q — параметр пространственного заряда; $\eta = e/m$ — отношение заряда электрона к его массе; N — число длин волн вдоль системы; δ_n — корни основного характеристического уравнения ЛБВ [1].

Равенства (1) при $N = 0$ представляют собой общие граничные условия для ЛБВ. Решая систему уравнений (1) при $N = 0$ относительно V_1, V_2 и V_3 — начальных амплитуд трех волн, получаем

$$V_1 = \left[V_0 + (\delta_2\delta_3 - q)\left(-\frac{2U_0}{I_0} C^2 i_0\right) - (\delta_2 + \delta_3)\left(j\frac{u_0}{\eta} C v_0\right)\right] \frac{\delta_1^2 + q}{(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_3)}, \qquad (2)$$

где V_0, i_0, v_0 — переменные составляющие напряжения, тока и скорости на входе в систему. Выражения для V_2 и V_3 получаются из (2) циклической перестановкой индексов при δ.

Наличие общих граничных условий позволяет вывести формулу для выходного напряжения с учетом влияния локального затухания.

Схема замедляющей системы ЛБВ с локальным затуханием следующая: на расстоянии l_1 (плоскость a) от начала системы, имеющей длину l и параметр затухания d, расположен участок системы длиной l_2 (плоскость b), имеющий параметр затухания $d_2 > d$. Этот участок вносит затухание величины L, значение которой определено ниже. Плоскости a и b соответствуют началу и концу поглотителя. Затухание в поглощающем участке может быть распределено любым образом. Ниже для упрощения вывода предполагается, что затухание в плоскостях a и b меняется скачком.

При выводе выражения для выходного напряжения будем рассуждать следующим образом. При переходе через плоскость a меняется величина распределенного затухания и, следовательно, изменяются корни основного кубического уравнения ЛБВ. Происходит некоторое перераспределение между тремя волнами, хотя суммарный эффект всех трех волн в плоскости a остается одинаковым. Поэтому при переходе через плоскость a (аналогично для перехода через плоскость b) переменные составляющие напряжения, тока и скорости пучка электронов должны быть непрерывными. Это означает, что при переходах в плоскостях a и b необходимо рассматривать суперпозицию всех трех волн.

Допустим, что на вход системы подается переменное напряжение V_0, переменные составляющие тока и скорости на входе в систему равны нулю. В этом случае, воспользовавшись (1), получим переменные составляющие напряжения, тока и скорости пучка электронов при подходе слева к плоскости a, на расстоянии CN_1, от начала системы:

$$V_a = \sum_1^3 V_0 a_n e^{2\pi CN_1\delta_n} e^{-j2\pi N_1},$$

$$-\frac{2U_0}{I_0} C^2 i_a = \sum_1^3 V_0 \frac{a_n}{\delta_n^2 + q} e^{2\pi CN_1\delta_n} e^{-j2\pi N_1}, \qquad (3)$$

$$j\frac{u_0}{\eta} C v_a = \sum_1^3 V_0 \frac{a_n \delta_n}{\delta_n^2 + q} e^{2\pi CN_1\delta_n} e^{-j2\pi N_1},$$

где $a_1 = (\delta_1^2 + q)/(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_3)$; a_2 и a_3 получаются из a_1 циклической перестановкой индексов при δ; индекс a обозначает величины в плоскости a.

Применяя граничные условия для начала поглощающего участка, имеем

$$V'_a = \sum_1^3 V'_{na},$$

$$-\frac{2U_0}{I_0} C^2 i'_a = \sum_1^3 \frac{V'_{na}}{\delta_n'^2 + q}, \qquad (4)$$

$$j\frac{u_0}{\eta} C v'_a = \sum_1^3 \frac{V'_{na}\delta'_n}{\delta_n'^2 + q}.$$

Из условий непрерывности следует

$$V_a = \sum_1^3 V'_{na},$$

$$-\frac{2U_0}{I_0} C^2 i_a = \sum_1^3 \frac{V'_{na}}{\delta_n'^2 + q}, \qquad (5)$$

$$j\frac{u_0}{\eta} C v_a = \sum_1^3 \frac{V'_{na}\delta'_n}{\delta_n'^2 + q},$$

где штрихи относятся к величинам в области поглощающего участка. Система уравнений (4) позволяет определить начальные амплитуды напряжения трех волн, возникающих в области поглощающего участка. Подставляя (3) в (2), получаем

$$V'_{1a} = \left[V_a - (\delta'_2 + \delta'_3)\left(j\frac{u_0}{\eta} C v_a\right) + (\delta'_2\delta'_3 - q)\left(-\frac{2U_0}{I_0} C^2 i_a\right)\right] a'_1$$

и аналогичные выражения для V'_{2a} и V'_{3a}.

При рассмотрении перехода в плоскости b, рассуждая аналогичным образом, получим следующие соотношения:

$$V'_b = \sum_1^3 V'_{na} e^{2\pi C N_2 \delta n'} e^{-j2\pi N_2} = \sum_1^3 V_{nb},$$

$$-\frac{2U_0}{I_0} C^2 i'_b = \sum_1^3 \frac{V'_{na}}{\delta_n'^2 + q} e^{2\pi C N_2 \delta'_n} e^{-j2\pi N_2} = \sum_1^3 \frac{V_{nb}}{\delta_n^2 + q}, \qquad (6)$$

$$j\frac{u_0}{\eta} C v'_b = \sum_1^3 \frac{V'_{na}\delta'_n}{\delta_n'^2 + q} e^{2\pi C N_2 \delta'_n} e^{-j2\pi N_2} = \sum_1^3 \frac{V_{nb}\delta_n}{\delta_n^2 + q}.$$

N_2 — число длин волн, укладывающихся на участке поглощения. Решение системы уравнений (6) относительно V_{nb} дает

$$V_{1b} = \left[V'_b + (\delta_2\delta_3 - q)\left(-\frac{2U_0}{I_0} C^2 i'_b\right) - (\delta_2 + \delta_3)\left(j\frac{u_0}{\eta} C v'_b\right)\right] a_1 \cdot (7)$$

и соответствующие выражения для V_{2b} и V_{3b}.

Если известны начальные амплитуды трех волн в третьем участке (после локального затухания), то выходное напряжение ЛБВ определяется по формуле

$$V_{\text{вых}} = \sum_1^3 V_{nb} e^{2\pi C N_3 \delta_n} e^{-j2\pi N_3}. \qquad (8)$$

ыражение (8) является исходным для расчета коэффициента усиления ЛБВ с учетом влияния локального затухания.

Выражение (8), позволяющее определить выходное напряжение ЛБВ учетом локального затухания, неудобно для расчетов, так как требует чень громоздких вычислений. Кроме того, расчет по формуле (8) не дает озможности выяснить все особенности работы ЛБВ с локальным затуха-ием. Поэтому расчеты проводились при помощи методики, изложенной работе [10], в которой получены следующие выражения для переменных оставляющих напряжения, тока и скорости, эквивалентные соотноше-иям (1):

$$V = (E_2 + qE_0)V_0 + [jpE_2 + E_3 + q(jpE_0 + E_1)]\left(j\frac{u_0}{\eta}Cv_0\right) - \\ - \left\{j(qp+1)E_1 + qE_2 + q[j(qp+1)E_{-1} + qE_0]\right\}\left(-\frac{K}{2C}i_0\right), \quad (9)$$

$$\frac{u_0}{\eta}Cv = E_1V_0 + (jpE_1 + E_2)\left(j\frac{u_0}{\eta}Cv_0\right) - [j(qp+1)E_0 + qE_1]\left(-\frac{K}{2C}i_0\right),$$

$$-\frac{K}{2C}i = E_0V_0 + (jpE_0 + E_2)\left(j\frac{u_0}{\eta}Cv_0\right) - [j(qp+1)E_{-1} + qE_0]\left(-\frac{K}{2C}i_0\right),$$

де $p = b - jd$ и E_i определяются через параметры лампы (b — параметр есинхронности). Пользуясь соотношениями (9), можно легко опреде-ить ВЧ-напряжения в любой точке системы при любом распределении атухания вдоль системы.

2. КОЭФФИЦИЕНТ УСИЛЕНИЯ ЛБВ С ЛОКАЛЬНЫМ ПОГЛОТИТЕЛЕМ В ЛИНЕЙНОМ РЕЖИМЕ

Интересно выяснить зависимость коэффициента усиления ЛБВ от еличины затухания, вносимого поглотителем, и от положения поглоти-еля. Величина затухания, вносимого поглотителем, определяется сле-ующим образом [1]:

$$L = 54{,}5CN_2d_2\,(дб), \quad (10)$$

де CN_2 соответствует длине, занимаемой локальным затуханием, и d_2 — араметр затухания поглощающего участка.

Положение локального затухания будем определять расстоянием, ко-орому соответствует CN_1, от входного конца системы до начала локаль-ого затухания. При расчетах пренебрегаем отражениями от концов ло-ального затухания и согласующих стройств, а также предполагаем, ито параметр несинхронности остает-я постоянным при переходе в область оглотителя, т.е. не учитывается из-енение фазовой скорости волны на

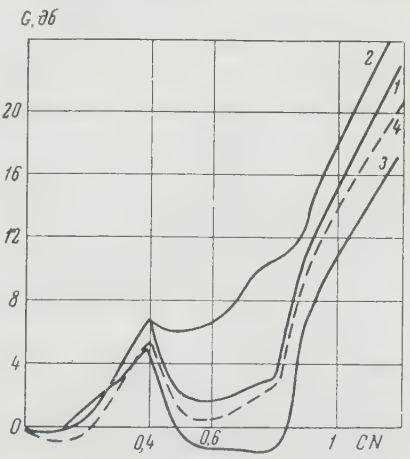


Рис. 1. Зависимость усиления ЛБВ от дли-ы лампы для различных параметров ло-ального затухания (кривые *1* и *2*) и для азличных параметров лампы (кривые *2*, *3* и *4*).

том участке. Ниже вопрос о влиянии рассинхронизма в области локаль-ого затухания на работу ЛБВ рассмотрен подробнее.

На рис. 1 представлены типичные кривые зависимости коэффициента

усиления от длины системы при наличии локального затухания. Кривые 1 и 2 относятся к лампе с одинаковыми значениями параметров $q = 1$, $d = 0{,}1$ и различными значениями параметров поглощающего участка. Кривая 1 соответствует поглотителю с параметром затухания $d_2 = 2$ и длине $CN_2 = 0{,}4$, а кривая 2 — $d_2 = 1$ и $CN_2 = 0{,}5$. Расстояние от входа в систему до начала поглощающего участка для обоих случаев одинаково.

Анализ этих кривых показывает, что в участке поглощения электромагнитная волна сначала затухает, а затем остается постоянной или даже начинает возрастать. Это означает, что взаимодействие потока электронов с электромагнитной волной в области локального затухания играет существенную роль и пренебрегать этим взаимодействием нельзя. Если рассматривать только одну возрастающую волну, то в участке поглощения имеет место с самого начала возрастание электромагнитной волны со скоростью, много меньшей скорости возрастания этой волны вне поглощающего участка [4].

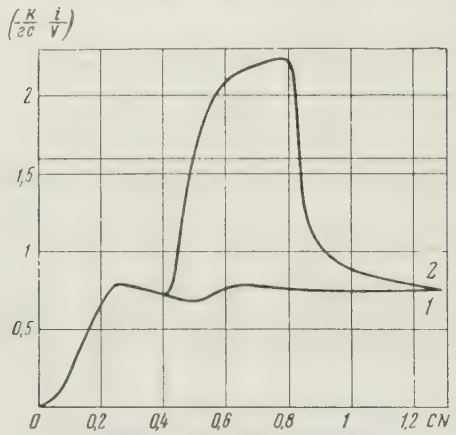


Рис. 2. Зависимость отношения переменной составляющей тока к ВЧ-напряжению от длины системы для лампы без локального затухания (кривая 1) и для лампы с локальным затуханием (кривая 2). По оси ординат отложено G, *дб*.

Обычно длина поглощающего участка мала и возрастающая волна не успевает выделиться; поэтому в области поглотителя необходимо учитывать все три волны. Исследование этих и аналогичных зависимостей при других положениях поглощающего участка показывает, что возрастание волны в области после локального затухания не зависит от его положения, а скорость возрастания волны не зависит от параметров локального поглотителя. Эти выводы вполне понятны, так как на достаточном расстоянии после поглощающего участка преобладает возрастающая волна, поведение которой определяется параметрами этого участка. Но сразу после локального затухания скорость возрастания ВЧ-напряжения больше, чем в лампе с такими же параметрами. Это явление можно объяснить суперпозицией трех волн в начале третьего участка лампы.

Из первого соотношения (9) можно найти производную ВЧ-напряжения по расстоянию вдоль системы в точке $CN = CN_0$

$$\frac{d\left(\frac{V}{V_0}\right)}{d\,(CN)_{CN=CN_0}} = f_1(p, q, CN_0) + f_2(p, q, CN_0)\left(j\frac{u_0}{\eta}C\frac{v_0}{V_0}\right) + \\ + f_3(p, q, CN_0)\left(-\frac{K}{2C}\frac{i_0}{V_0}\right), \qquad (11)$$

где V_0, v_0, i_0 — переменные составляющие напряжения, скорости и тока на расстоянии CN_0 от начала системы, а f_i — известные функции, зависящие от CN_0 и параметров лампы.

Из соотношения (11) видно, что скорость изменения ВЧ-напряжения вдоль системы зависит как от параметров лампы и расстояния от начала системы, так и от отношений переменных составляющих скорости и тока к переменной составляющей напряжения. При чисто экспоненциальном возрастании ВЧ-напряжения, т. е. при преобладании возрастающей вол-

ы, эти отношения постоянны для заданных параметров лампы [1]. Как оказывают расчеты, результаты которых представлены на рис. 2, при аличии локального затухания отношения i/V и v/V возрастают при пере-оде в поглощающий участок. После участка поглощения эти отношения инимают постоянные значения не сразу, а на некотором расстоянии от онца поглощающего участка, величина которого зависит от свойств этого астка. Следовательно, скорость возрастания ВЧ-напряжения сразу осле локального затухания больше скорости возрастания, определяемой араметрами лампы.

На рис. 1 представлены также кривые *3* и *4*, для которых значения па-аметров поглощающего участка такие же, как и для кривой *1*, а значения араметров лампы другие. Кривая *3* соответствует большему значению

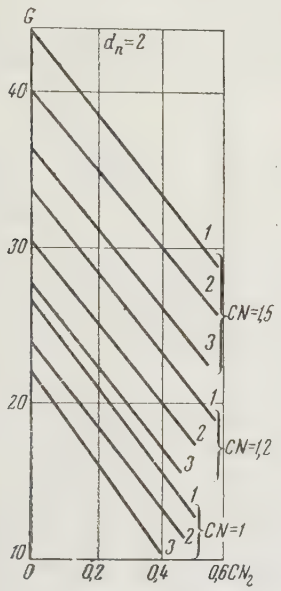


Рис. 3

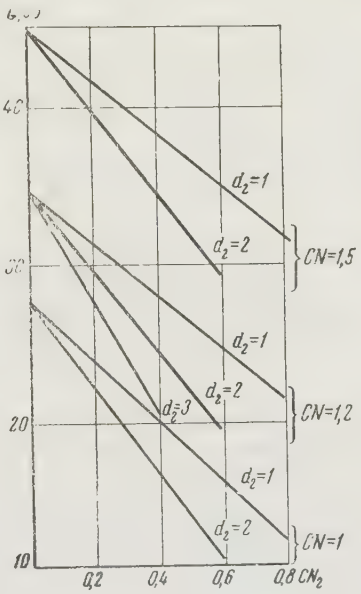


Рис. 4

Рис. 3. Зависимость усиления ЛБВ от длины локального затухания для различных значений длины и параметров лампы

Рис. 4. Зависимость усиления ЛБВ от длины локального затухания для различных значений параметра затухания поглощающего участка и различных значений длины лампы.

араметра пространственного заряда, а кривая *4* — большему значению араметра распределенных потерь. Из сравнения этих кривых с кривой *1* дно, что на характер взаимодействия в области локального затухания ияет только величина параметра пространственного заряда. Характер да этих кривых после поглощающего участка еще раз подтверждает зависимость поведения ВЧ-напряжения в этой области от свойств ло-ального затухания; таким образом, поведение ВЧ-напряжения в области осле локального поглотителя полностью определяется параметрами самой мпы.

На рис. 3 представлены зависимости коэффициента усиления ЛБВ от ины участка поглощения с параметром затухания $d_2 = 2$ для различных араметров лампы. Каждые три кривые относятся к одной длине лампы. ривые *1* соответствуют значениям $q = 1$, $d = 0{,}1$, кривые *2* — $q = 1$, $= 0{,}2$ и кривые *3* — $q = 2$, $d = 0{,}1$. Зависимость усиления от длины окального затухания линейна; наклон прямых не зависит от параметров мпы и определяется параметром затухания поглощающего участка, что но видно из рис. 4. Это позволяет перенести результаты расчета влияния

локального затухания на коэффициент усиления при одних значениях параметров лампы на лампы с другими параметрами, конечно если параметры изменяются в небольшом интервале.

На рис. 5 представлены типичные кривые зависимости коэффициента усиления ЛБВ от положения локального поглотителя. Кривая *1* соответствует длине лампы $CN = 1$ и длине поглощающего участка $CN_2 = 0{,}4$. Кривые *2* и *3* соответствуют общей длине лампы $CN = 1{,}2$ и длинам поглощающего участка $CN_2 =$

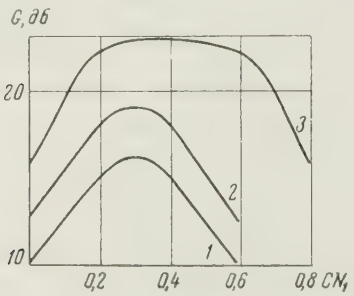


Рис. 5

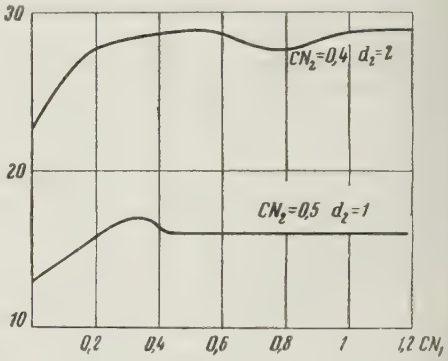


Рис. 6

Рис. 5. Зависимость усиления ЛБВ от положения локального затухания для различных значений длины поглощающего участка

Рис. 6. Зависимость разности холодного и горячего затуханий поглощающего участка от положения поглотителя для различных параметров этого участка. По оси ординат отложена величина $L - L'$, *дб*

$= 0{,}6$ и $CN_2 = 0{,}4$, соответственно. Как видно из рисунка, кривые зависимости коэффициента усиления ЛБВ от положения локального затухания имеют «столообразный» участок, ширина которого сильно зависит от относительной длины поглощающего участка. Так, например, для кривой *3* коэффициент усиления слабо зависит от положения локального затухания при $0{,}2 \leqslant CN_1 \leqslant 0{,}6$, а для кривых *1* и *2* максимальное усиление имеет место при $CN_1 \simeq 0{,}3$. Важно отметить, что при малых относительных длинах локального затухания, обычных в реальных приборах, усиление слабо зависит от положения локального затухания.

Рассмотрим теперь более подробно поведение прямой волны в участке локального затухания. Как уже отмечалось выше, в поглощающей области, несмотря на большое затухание, наблюдается возрастание волны. Это объясняется тем, что на входе в поглощающий участок поток электронов имеет переменные составляющие тока и скорости, которые обусловливают быстрый переход от затухания к возрастанию амплитуды волны. Анализ кривых, аналогичных кривым рис. 1, показывает, что «горячее» затухание прямой волны меньше «холодного» затухания, определяемого формулой (2). Горячее затухание определяется как отношение ВЧ-напряжений на расстоянии, соответствующем концу поглощающего участка, в лампе без поглотителя к ВЧ-напряжению на этом же расстоянии при наличии поглотителя.

На рис. 6 представлены кривые зависимости разности холодного и горячего затуханий от положения поглотителя. Из кривых следует, что эта разность зависит от параметров поглощающего участка и может достигать 25 *дб*. Как показывают расчеты, разность между усилением ЛБВ без локального затухания и усилением при наличии локального затухания меньше разности между холодным и горячим затуханиями. Это объясняется тем, что на некотором участке после локального затухания скорость возрастания волны несколько больше той, которая имеет место в лампе с такими же параметрами, но без локального затухания.

На рис. 7 представлена зависимость уменьшения коэффициента усиления от длины поглощающего участка при постоянном вносимом им холодном затухании. Пунктиром представлена часть кривой, полученная экстраполяцией. Из кривой видно, что наилучшим является тот поглотитель, который имеет наименьшую длину.

Как показывают результаты работ [4, 5], участок локального поглотителя характеризуется не только большим затуханием, но и отличием фазовой скорости волны от скорости волны вне этого участка. Поэтому в участке поглотителя существует некоторый рассинхронизм между потоком электронов и волной системы (при условии синхронизма вне этого участка). Для выяснения влияния этого рассинхронизма на работу ЛБВ с ло-

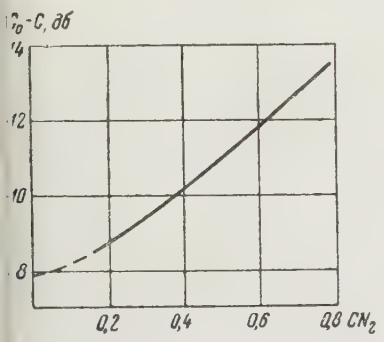


Рис. 7

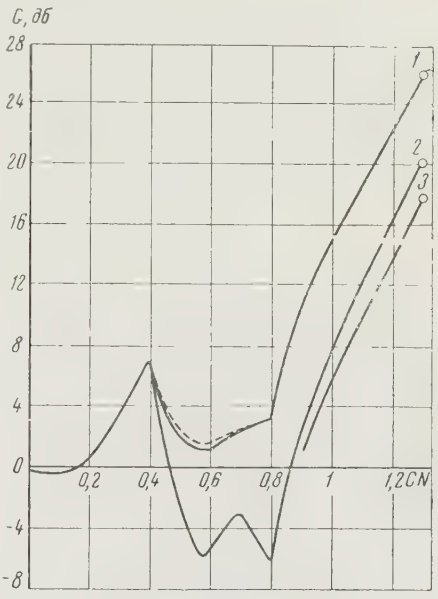


Рис. 8

Рис. 7. Зависимость уменьшения усиления от длины локального затухания при постоянном значении холодного затухания поглощающего участка

Рис. 8. Зависимость усиления от длины лампы для различных значений параметра несинхронности в области локального затухания

кальным поглотителем был проведен расчет, результаты которого для двух значений параметра несинхронности представлены на рис. 8. Кривая *1* соответствует $b = 0$ и кривая *2* — $b = -3$. Остальные параметры соответствуют кривой *1* рис. 1, которая нанесена пунктиром. Из сравнения этих кривых следует, что малый рассинхронизм очень слабо влияет на взаимодействие в участке локального поглотителя. На этом же рисунке нанесена кривая *3*, полученная при замене локального затухания участком дрейфа. Видно, что кривая *2* близка к кривой *3* и, следовательно, при большом рассинхронизме можно не учитывать взаимодействие в области затухания.

Для значения параметра $C = 0{,}1$ кривые *1* и *2* соответствуют фазовой скорости в области поглотителя, отличающейся от фазовой скорости спицы на 8 и 35%. Это отличие фазовых скоростей примерно соответствует работе с поглотителем при одном затухании, но с разными значениями удельного сопротивления [4, 5]. Поэтому при выборе параметров поглотителя необходимо добиваться такого удельного сопротивления, которое обеспечивает необходимое затухание и минимальную разницу в фазовых скоростях. Возможность получения таких поглотителей показана в [6]. На рис. 11 этой работы представлены две кривые зависимости выходной мощности ЛБВ от входной мощности для двух поглотителей с одинаковым затуханием, но с разными значениями удельного сопротивления.

Из сравнения кривых следует, что при большем поверхностном сопротив
лении выходная мощность в несколько раз превышает выходную мощ
ность, полученную на той же лампе, но при меньшем поверхностном со
противлении.

3. ВЛИЯНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ЛОКАЛЬНОГО ЗАТУХАНИЯ НА КОЭФФИЦИЕНТ ШУМА ЛБВ

Коэффициент шума ЛБВ определяется как отношение полной выход
ной мощности шумов к мощности шумов на выходе, создаваемой одними
тепловыми шумами. Полная выходная мощность шумов определяется сум
мой выходной мощности тепловых шумов и выходной мощности флуктуа
ционных шумов, которая обусловлена наличием в потоке электронов на
входе системы флуктуационных составляющих тока и скорости. Следова
тельно, коэффициент шума можно определить следующим образом [1]

$$F = 1 + \frac{P_{\text{вых ф}}}{P_{\text{вых т}}} = 1 + \frac{P_{\text{вых ф}}}{P_{\text{вх т}} K_{\text{у}}}, \qquad (12$$

где $K_{\text{у}}$ — коэффициент усиления ЛБВ.

Выходную мощность флуктуационных шумов можно подсчитать по
формулам (9) при условии, что на входе в систему напряжение флуктуа
ционных шумов равно нулю, а значения флуктуационных составляющих
тока и скорости равны величинам, которые определяются свойствами ка
тода и электронного прожектора. Анализ формулы (12) показывает, что
коэффициент шума должен зависеть от положения локального затухания.
Действительно, так как величины $P_{\text{вых ф}}$ и $K_{\text{у}}$ обусловлены различными
условиями на входе системы, то локальное затухание будет по-разному
влиять на них. Отметим, что ниже все величины без индексов относятся
ся к лампе без локального затухания, а величины с индексом 1 — к
лампе с локальным затуханием.

Записывая выражение, аналогичное (12), для лампы с локальным за
туханием и проводя несложные преобразования, получим соотношение,
удобное для расчетов:

$$\frac{F_1 - 1}{F - 1} = \frac{P_{\text{вых ф1}}}{P_{\text{вых ф}}} \frac{K_{\text{у}}}{K_{\text{у1}}}. \qquad (1$$

В этой формуле слева стоит интересующая нас величина, а справа
величина, которая легко подсчитывается, если известны значения флук
туационных составляющих тока и скорости на входе в систему. Как было
указано выше, значения флуктуационных составляющих тока и скорости
определяются свойствами катода и электронного прожектора, причем при
изменении режимов работы электронного прожектора эти величины ме
няются так, что выполняется условие:

$$|i_{\text{ф}} v_{\text{ф}}| = \text{const}. \qquad (1$$

В работе [11] показано, что коэффициент шума минимален при опре
деленных значениях флуктуационных составляющих тока и скорости при
выполнении условия (14). Расчеты выполнялись для тех условий, при
которых коэффициент шума минимален.

Определение флуктуационных составляющих тока и скорости потока
электронов связано со значительными трудностями. Поэтому, чтобы не
усложнять расчеты, была поставлена более общая задача — определение
влияния локального затухания на выходное напряжение ЛБВ при усло
вии, что на вход системы подается модулированный поток электронов.
Зная в этом случае зависимость напряжения на выходе системы от поло
жения локального затухания, можно по формуле (13) определить качест
венную зависимость коэффициента шума ЛБВ от положения локального
затухания.

Такие зависимости были получены для лампы со значениями параметров $q = 1$, $d = 0{,}2$ и для разных значений параметров локального поглотителя. Расчеты показали, что значения флуктуационных составляющих тока и скорости на входе системы, при которых выходное напряжение минимально, не меняются при наличии локального затухания.

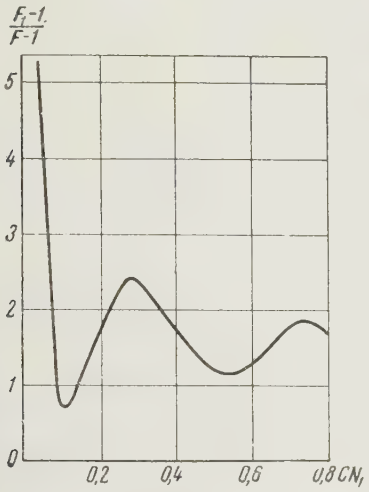


Рис. 9

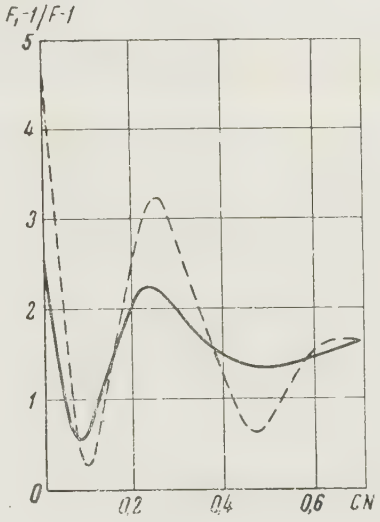


Рис. 10

Рис. 9. Зависимость коэффициента шума ЛБВ от положения локального затухания

Рис. 10. Зависимость коэффициента шума ЛБВ от положения локального затухания для различных значений параметра несинхронности в области локального затухания

Типичная кривая зависимости коэффициента шума ЛБВ от положения локального затухания представлена на рис. 9. Параметры поглощающего участка следующие: $L = 33$ *дб*, $CN_2 = 0{,}2$. Из кривой видно, что при определенном положении локального затухания коэффициент шума ЛБВ минимален. А так как минимальное значение отношения $(F_1-1)/(F-1)<1$, то коэффициент шума ЛБВ при определенном положении локального затухания меньше коэффициента шума ЛБВ без локального затухания. Для иллюстрации влияния синхронизма в области локального затухания на зависимость коэффициента шума ЛБВ от положения локального

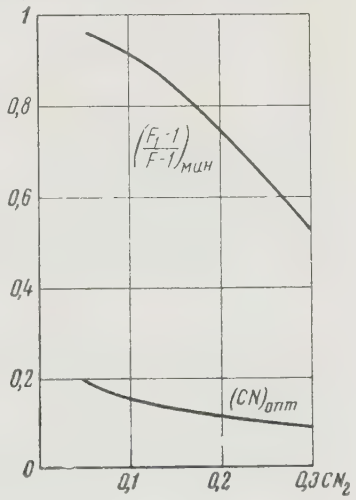


Рис. 11. Зависимость оптимального положения локального затухания $(CN)_{опт}$ и минимального отношения $(F_1-1/F-1)_{мин}$ от длины локального затухания

затухания на рис. 10 представлены кривые этой зависимости при следующих параметрах поглощающего участка: $L=33$ *дб*, $CN_2 = 0{,}3$, $b = 0{,}8$ (сплошная кривая) и $b = -3$ (пунктирная кривая). Из сравнения этих кри-

вых следует, что наличие сильного рассинхронизма в области локального затухания очень мало изменяет оптимальное положение, но значительно уменьшает коэффициент шума.

Анализ кривых, аналогичных кривой рис. 9, показывает, что для получения минимального коэффициента шума необходимо помещать локальный поглотитель примерно на таком расстоянии от входа лампы, которое соответствует $CN_1 = 0{,}15$. При этом коэффициент усиления ЛБВ будет уменьшаться незначительно, так как длина поглощающего участка для малошумящих ЛБВ редко превышает длину, соответствующую $CN_2 = 0{,}2$.

Вопрос о влиянии локального затухания на коэффициент шума ЛБВ исследован в работе [12]. Авторы этой работы заменили локальное затухание участком дрейфа и ограничились рассмотрением влияния усиления участка после поглотителя, что привело к нахождению оптимального положения, отличающегося от полученного в настоящей работе.

На рис. 11 представлена зависимость оптимального положения локального затухания и отношения $(F_1 - 1/F - 1)_{\text{мин}}$ от длины поглощающего участка при $L = 33$ *дб*. Из кривых следует, что с уменьшением длины поглотителя оптимальное положение удаляется от входного конца лампы, а коэффициент шума ЛБВ с поглотителем стремится к коэффициенту шума ЛБВ без поглотителя. Поэтому необходимо выбирать такую длину поглощающего участка, которая обеспечит достаточное усиление и позволит уменьшить коэффициент шума. Для данных параметров лампы и затухания поглотителя такая длина последнего соответствует $CN_2 = 0{,}2$. При этом $G = 16$ *дб* при общей длине лампы, соответствующей $CN = 1$, и $(F_1 - 1/F - 1)_{\text{мин}} = 0{,}75$.

Из приведенных выше графиков и рассуждений следует, что для малошумящих ЛБВ подбор длины и положения локального затухания имеют большое значение.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные в настоящей работе результаты можно использовать для определения влияния локального затухания на коэффициент усиления ЛБВ и определения оптимального положения и длины локального затухания для малошумящих ЛБВ.

Автор выражает глубокую благодарность М. Б. Цейтлину за дискуссию по работе и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Пирс, Лампа бегущей волны, перев. с англ. под ред. В. Т. Овчарова, Изд. Советское радио, 1952.
2. W. Kleen, K. Pöschl, Fernmeldetechn. Z., 1953, H. 11, 509.
3. C. Birdsall, G. Johnson, IRE Trans., 1959, **ED-6**, 1, 6.
4. S. Webber, IRE Trans., 1954, **ED-2**, 3, 35.
5. W. Eichin, G. Landauer, Nachrichtentechn. Z., 1958, H.3, 131.
6. В. В. Слуцкая, С. И. Угорская, Радиотехника и электроника, 1959, **4**, 6, 988.
7. C. Cutler, D. Brangaccio, IRE Trans, 1953, **ED-3**, 2, 9.
8. J. Caldwell, IRE Trans., 1953, **ED-3**, 4, 28.
9. W. Kleen, Einführung in die Mikrowellen Elektronik, S. Hierzel Verlag, Stuttgart, 1952.
10. А. М. Кац, Радиотехника и электроника, 1960, **5**, 2, 333.
11. S. Bloom, R. Peter, RCA Rev., 1954, **15**, 2, 252.
12. H. Haus, F. Robinson, Proc. I. R. E., 1955, **43**, 8, 961.

Поступила в редакцию
15 I 1960

1960 № 12

ТРЕХМЕРНЫЕ КВАДРУПОЛЬНЫЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИЕ ЛИНЗЫ

А. М. Страшкевич

Исследованы не обладающие антисимметрией квадрупольные линзы, образуемые малыми сферическими электродами. Электронно-оптические свойства сравнены со свойствами антисимметричных квадрупольных линз.

Теоретические расчеты (вычисление полей и исследование их электронно-оптических свойств) производились обычно (см., например, [1]) для двумерных квадрупольных линз. Это значит, что размеры электродов в направлении полета частиц (оси z) предполагались настолько большими, что можно было пренебречь зависимостью потенциала от z и считать поле плоским. В этом случае нахождение потенциала значительно упрощается; удобно применять хорошо известные методы теории функций комплексного переменного, в частности метод Кристофеля — Шварца. Затем для нахождения электронно-оптических параметров обычно пренебрегают краевым эффектом, неизбежным в реальных системах, электроды которых имеют конечную длину в направлении оси z. Практически интересно исследовать и трехмерные системы, в которых потенциал зависит от всех трех декартовых координат. Такие трехмерные квадрупольные линзы, образуемые малыми сферическими электродами, рассмотрены нами в [2, 3, 4], но лишь для того простейшего случая, когда поле обладает двумя плоскостями антисимметрии. Это условие имеет место, если выполняются определенные соотношения между электродами: все четыре электрода должны быть тождественными, а расстояния между противоположными парами одинаковыми. Для системы, представленной на рис. 1, это требование удовлетворяется при $a_1 = a_2$ и $b_1 = b_2$; плоскости $y = \pm x$ будут плоскостями антисимметрии. Тогда справедливы известные соотношения теории квадрупольных линз [2, 3, 4]. Однако желательно расширить эту теорию, рассмотрев и более общий случай, когда антисимметрия трехмерного поля отсутствует, например, вследствие неточности в расположении электродов. Кроме того, такие системы могут представлять и самостоятельный интерес, так как изменение расстояний между электродами дает еще одну возможность регулировки и подбора электронно-оптических свойств.

Общим свойством полей квадрупольных линз, обладающих антисимметрией, является то, что в центральной области справедливо равенство [2, 3, 4]

$$\frac{E_x}{x} : \frac{E_y}{y} = -1. \qquad (1)$$

Сохранится ли это соотношение, если расстояния между скрещенными парами электродов неодинаковы? Оказывается, что соотношение (1) тогда уже несправедливо, но за одним исключением: оно сохраняется, если электроды так вытянуты в направлении оси z, что поле можно считать двумерным (например, если электроды на рис. 1 имеют цилиндрическую форму). Для трехмерных же квадрупольных линз отсутствие описанной выше антисимметрии всегда связано с отступлением от условия (1). Казалось бы, что невыполнение общего условия (1) обязательно должно

повлечь за собой нарушение присущей всем антисимметричным квадрупольным линзам закономерности [1—4]

$$f_x = -f_y. \tag{2}$$

Но, как показано ниже, эта закономерность сохраняется для центральных (рабочих) областей поля рассматриваемых в данной работе одиночных квадрупольных линз, не обладающих антисимметрией*. Однако, как также показано ниже, величины оптических сил в антисимметричной и неантисимметричной квадрупольных линзах будут различными. Кроме того, при переходе к неантисимметричным системам меняется и действие поля на более удаленные от оси z корпускулярные лучи.

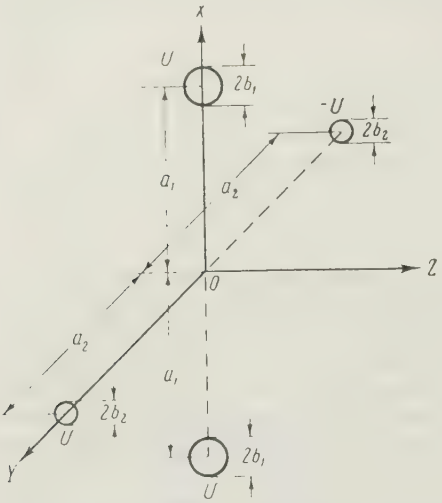


Рис. 1. Квадрупольная линза с электродами сферической формы

Электронно-оптические параметры для центральной области поля неантисимметричной системы, изображенной на рис. 1, можно (при $b_1 = b_2 = b$) получить, исходя из приближенных формул для распределения потенциала [5], которые имеют вид

$$\Phi = \Phi_z + (x^2 + y^2)V(z) + (x^2 - y^2)W(z), \tag{3}$$

$$\Phi_z = \Phi_0 + 2Ub\left[(a_1^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}} - (a_2^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}}\right], \tag{3а}$$

$$V(z) = -\frac{1}{4}\Phi_z'' = -\frac{1}{2}Ub\left\{-(a_1^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}} + (a_2^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}} + 3z^2\left[(a_1^2 + z^2)^{-\frac{5}{2}} - (a_2^2 + z^2)^{-\frac{5}{2}}\right]\right\}, \tag{3б}$$

$$W(z) = \frac{3}{2}Ub\left[a_1^2(a_1^2 + z^2)^{-\frac{5}{2}} + a_2^2(a_2^2 + z^2)^{-\frac{5}{2}}\right]. \tag{3в}$$

В формуле (3а) Φ_0 обозначает ускоряющий потенциал; предполагается, что $b \ll a_1$ и $b \ll a_2$. В работе [5] формулы (3а), (3б), (3в) даны без теоретического обоснования. Они могут быть выведены методом, аналогичным примененному в [2, 3] для антисимметричных квадрупольных линз, образуемых системой малых сферических электродов. Ниже получены более общие формулы (15а) — (15в), из которых как частный случай следуют (3а) — (3в). Соотношение (3) справедливо для любого двояко-симметричного поля.

Из (3), (3а) — (3в) можно получить

$$\frac{E_x}{x} : \frac{E_y}{y} = -\frac{(2a_1^2 - z^2)(a_2^2 + z^2)^{-\frac{5}{2}} + (a_2^2 + z^2)(a_1^2 + z^2)^{-\frac{5}{2}}}{(2a_2^2 - z^2)(a_1^2 + z^2)^{-\frac{5}{2}} + (a_1^2 + z^2)(a_2^2 + z^2)^{-\frac{5}{2}}}. \tag{4}$$

* Одиночной квадрупольной линзой называем такую, при удалении от которой в обе стороны получаем постоянные и одинаковые значения потенциала (ср. рис. 1).

При $a_1 = a_2$ выражение (4) совпадает с (1). При $a_1 \neq a_2$ это выражение может быть как положительным, так и отрицательным; при изменении z оно может менять знак; так, при $a_1 = \infty$ оно равно $-(a_2^2 + z^2)/(2a_2^2 - z^2)$, тогда знак изменяется при переходе $|z|$ через значение $a_2\sqrt{2}$.

Оптические силы $1/f_x$ и $1/f_y$ для центральной области поля можно получить, используя (3а) — (3в) и формулы (9.3) [3], справедливые для любых двоякосимметричных полей; в рассматриваемом поле плоскости xz и yz являются плоскостями симметрии. Получим

$$\frac{1}{f_x} = -\frac{A_c}{\Phi_c}\int_{-l}^{l}(V+W)\,dz = -\frac{2lUbA_c}{\Phi_c}\left[\frac{2a_1^2+l^2}{a_1^2(a_1^2+l^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{a_2^2\sqrt{a_2^2+l^2}}\right], \quad (5)$$

$$\frac{1}{f_y} = -\frac{A_c}{\Phi_c}\int_{-l}^{l}(V-W)\,dz = \frac{2lUbA_c}{\Phi_c}\left[\frac{2a_2^2+l^2}{a_2^2(a_2^2+l^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{a_1^2\sqrt{a_1^2+l^2}}\right]. \quad (5а)$$

Здесь $\pm l$ — некоторые достаточно большие расстояния от линзы в направлении оси z, на которых можно считать $V \simeq W \simeq 0$; Φ_c — потенциал в центре линзы; A_c — соответствующее этому потенциалу значение релятивистского поправочного множителя:

$$\Phi_c = \Phi_0 + 2Ub\left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2}\right), \quad (6)$$

$$A_c = \frac{1 + \frac{|e\Phi_c|}{m_0c^2}}{1 + \frac{|e\Phi_c|}{2m_0c^2}}. \quad (6а)$$

Взяв $l \to \infty$, получаем из (5) и (5а)

$$\frac{1}{f_x} = -\frac{2UbA_c}{\Phi_c}\left(\frac{1}{a_1^2} + \frac{a}{a_2^2}\right) = -\frac{1}{f_y}, \quad (7)$$

т. е. равенство (2) оказывается справедливым.

Теперь рассмотрим более общий случай, когда $b_1 \neq b_2$; на электродах потенциал U заменим на U_1, $-U$ на U_2. Тогда Φ_z, V и W будут иметь следующие значения:

$$\Phi_z = \Phi_0 + 2\left[U_1b_1(a_1^2+z^2)^{-\frac{1}{2}} + U_2b_2(a_2^2+z^2)^{-\frac{1}{2}}\right], \quad (7а)$$

$$V(z) = -\frac{1}{4}\Phi_z'' = U_1b_1(a_1^2+z^2)^{-\frac{5}{2}}\left(\frac{a_1^2}{2} - z^2\right) + U_2b_2(a_2^2+z^2)^{-\frac{5}{2}}\left(\frac{a_2^2}{2} - z^2\right), \quad (7б)$$

$$W(z) = \frac{3}{2}\left[U_1b_1a_1^2(a_1^2+z^2)^{-\frac{5}{2}} - U_2b_2a_2^2(a_2^2+z^2)^{-\frac{5}{2}}\right]. \quad (7в)$$

Формулы (5), (5а) превратятся в

$$\frac{1}{f_x} = -\frac{2lA_c}{\Phi_c}\left[\frac{U_1b_1(2a_1^2+l^2)}{a_1^2(a_1^2+l^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{U_2b_2}{a_2^2\sqrt{a_2^2+l^2}}\right], \quad (8)$$

$$\frac{1}{f_y} = -\frac{2lA_c}{\Phi_c}\left[\frac{U_2b_2(2a_2^2+l_2^2)}{a_2^2(a_2^2+l^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{U_1b_1}{a_1^2\sqrt{a_1^2+l^2}}\right], \quad (8а)$$

причем Φ_c задается уже не формулой (6), а таким соотношением:

$$\Phi_c = \Phi_0 + 2\left(\frac{U_1 b_1}{a_1} + \frac{U_2 b_2}{a_2}\right). \tag{6б}$$

Взяв $l \to \infty$, получаем из формул (8) и (8а) вместо (7)

$$\frac{1}{f_x} = \frac{2A_c}{\Phi_c}\left(\frac{U_2 b_2}{a_2^2} - \frac{U_1 b_1}{a_1^2}\right) = -\frac{1}{f_y}. \tag{9}$$

По формулам (9.23) [3] можно рассчитать положение главных точек. Входящие в эти формулы функции σ_x, σ_y имеют следующий вид:

$$\sigma_x = \frac{1}{2}\left(\frac{\Phi_z'}{\Phi_z}\right)^2 \frac{1+\frac{1}{2}\alpha^2}{(1+\alpha)^2} - \frac{2W}{\Phi_z}\frac{\alpha}{1+\alpha},$$

$$\sigma_y = -\frac{1}{2}\left(\frac{\Phi_z'}{\Phi_z}\right)^2 \frac{1+\frac{1}{2}\alpha^2}{(1+\alpha)^2} + \frac{2W}{\Phi_z}\frac{\alpha}{1+\alpha},$$

где $\alpha = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = 1 - \frac{e\Phi_z}{m_0 c^2}$. Так как Φ_z, Φ_z', W и α не изменяются при изменении знака z, то σ_x и σ_y тоже при этом не изменяются; поэтому из названных выше формул получаем, что координаты всех главных точек совпадают с центром квадрупольной линзы:

$$z_{hx1} = z_{hx2} = z_{hy1} = z_{hy2} = 0. \tag{10}$$

Исследуем, как изменяются отклоняющие силы eE_x и eE_y при изменении величины z. Находим

$$E_x = -2X(V+W) =$$

$$= -2x\left[U_1 b_1 (a_1^2 + z^2)^{-\frac{5}{2}}(2a_1^2 - z^2) - U_2 b_2 (a_2^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}}\right], \tag{11}$$

$$E_y = -2y(V - W) =$$

$$= -2y\left[U_2 b_2 (a_2^2 + z^2)^{-\frac{5}{2}}(2a_2^2 - z^2) - U_1 b_1 (a_1^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}}\right]. \tag{11а}$$

В частном случае, когда $a_1 = a_2 = a$, $U_1 b_1 = U_2 b_2 = Ub$, получаем

$$\frac{E_x}{x} = \frac{E_y}{y} = -2Ub(a^2 + z^2)^{-\frac{5}{2}}(a^2 - 2z^2). \tag{12}$$

Это выражение меняет знак при $z = \pm a/\sqrt{2}$. Если $a_1 = a_2 = a$, $b_1 = b_2 = b$, $U_1 = -U_2 = U$, имеем случай антисимметричного поля; тогда

$$\frac{E_x}{x} = -\frac{E_y}{y} = -6Uba^2(a^2 + z^2)^{-\frac{5}{2}}. \tag{12а}$$

При изменении z это выражение знака не меняет.

Для системы, состоящей из двух электродов (например, если $a_2 = \infty$),

$$E_x = -2xU_1 b_1 (a_1^2 + z^2)^{-\frac{5}{2}}(2a_1^2 - z^2), \tag{13}$$

$$E_y = 2yU_1 b_1 (a_1^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}}, \tag{13а}$$

$$\frac{E_x}{x} : \frac{E_y}{y} = -\frac{2a_1^2 - z^2}{a_1^2 + z^2}. \tag{13б}$$

В этом случае E_x изменяет знак при $|z| = a_1\sqrt{2}$, но E_y при изменении z знака не меняет.

Из (9) следует, что для двухэлектродной системы оптические силы будут иметь вид

$$\frac{1}{f_x} = -\frac{1}{f_y} = -\frac{2A_c U_1 b_1}{\Phi_c a_1^2}, \tag{14}$$

следовательно, и в этом случае соотношение (2) будет справедливым.

До сих пор мы рассматривали свойства систем, обладающих симметрией относительно некоторой плоскости $z = \text{const}$ (для изображенной на рис. 1 одиночной квадрупольной линзы поле симметрично относительно плоскости $z = 0$). Однако условия применения квадрупольных линз обычно таковы, что поле такого рода симметрией не обладает. Поэтому интересно рассмотреть поле квадрупольной линзы, расположенной возле эквипотенциальной плоскости (рис. 2). Эта плоскость может быть, например, плоскостью катода, экрана, диафрагмы. Часто квадрупольные линзы применяют, комбинируя их попарно (рис. 3). Тогда посредине между ними (при антисимметричном задании потенциала на электродах) образуется эквипотенциальная плоскость (являющаяся плоскостью антисимметрии поля). Взяв расстояние L (см. рис. 2) равным бесконечности, получаем рассмотренный выше случай одиночной неантисимметричной квадрупольной линзы.

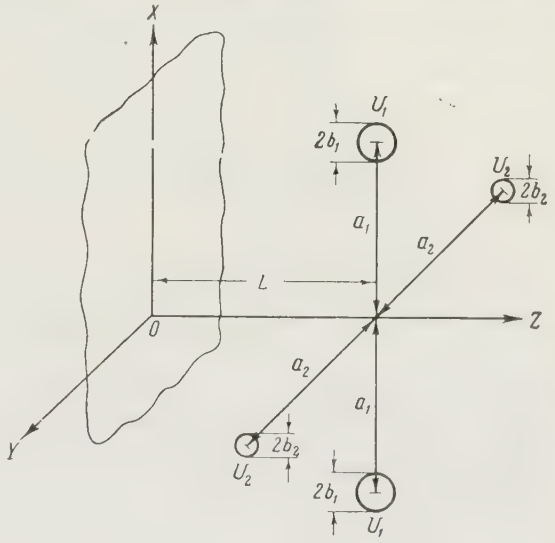


Рис. 2. Квадрупольная линза возле эквипотенциальной плоскости

Пусть плоскость $z = 0$ будет эквипотенциальной плоскостью. Поскольку поле системы, представленной на рис. 3, для $z \geqslant 0$ тождественно полем системы интересующего нас типа (рис. 2), будем искать распределение потенциала для системы, изображенной на рис. 3, считая сначала электроды восьмью точечными зарядами (равными $\pm q_1$ и $\pm q_2$). Если принять потенциал бесконечно удаленных точек за нуль, получаем, складывая потенциалы точечных зарядов:

$$\Phi = q_1\{[(x-a_1)^2 + y^2 + (z-L)^2]^{-\frac{1}{2}} +$$
$$+ [(x+a_1)^2 + y^2 + (z-L)^2]^{-\frac{1}{2}} - [(x-a_1)^2 + y^2 + (z+L)^2]^{-\frac{1}{2}} -$$
$$- [(x+a_1)^2 + y^2 + (z+L)^2]^{-\frac{1}{2}}\} + q_2\{[x^2 + (y-a_2)^2 + (z-L)^2]^{-\frac{1}{2}} +$$
$$+ [x^2 + (y+a_2)^2 + (z-L)^2]^{-\frac{1}{2}} - [x^2 + (y-a_2)^2 + (z+L)^2]^{-\frac{1}{2}} -$$
$$- [x^2 + (y+a_2)^2 + (z+L)^2]^{-\frac{1}{2}}\}. \tag{15}$$

При $z = 0$ это выражение равно нулю при любых значениях x и y, следовательно плоскость $z = 0$ будет эквипотенциальной и от ее потенциала будут отсчитываться потенциалы всех точек поля.

На малых расстояниях b_1 и b_2 от точечных зарядов (считая b_1 и b_2 много меньшими, чем a_1, a_2, L) можно положить потенциал таким, как будто данный заряд является единственным; поэтому можно заменить точечные заряды малыми сферами, потенциалы которых относительно потенциала плоскости $z = 0$ будут $\pm U_1 = \pm \frac{q_1}{b_1}$, $\pm U_2 = \pm \frac{q_2}{b_2}$. Если же

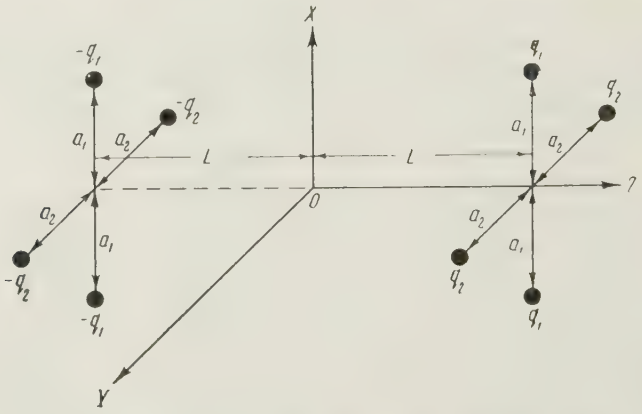


Рис. 3. Попарное сочетание квадрупольных линз

задать на плоскости $z = 0$ потенциал $\Phi_0 \neq 0$, то в правой части (15) добавится как слагаемое Φ_0. Из (15) тогда можно определить функции Φ_z, $V(z)$ и $W(z)$, входящие в выражение (3) для потенциала в центральной области поля; для этого разлагаем правую часть (15) в ряд Тейлора. Получим

$$\Phi_z = \Phi_0 + 2U_1 b_1 \left\{[a_1^2 + (z-L)^2]^{-\frac{1}{2}} - [a_1^2 + (z+L)^2]^{-\frac{1}{2}}\right\} + \\ + 2U_2 b_2 \left\{[a_2^2 + (z-L)^2]^{-\frac{1}{2}} - [a_2^2 + (z+L)^2]^{-\frac{1}{2}}\right\}, \tag{15а}$$

$$V(z) = -\frac{1}{4}\Phi_z'' = \frac{1}{4}\left[\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\right)_{00} + \left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}\right)_{00}\right] = \\ = \frac{1}{2}U_1 b_1 \{3a_1^2 [a_1^2 + (z-L)^2]^{-\frac{5}{2}} - 2[a_1^2 + (z-L)^2]^{-\frac{3}{2}} - \\ - 3a_1^2 [a_1^2 + (z+L)^2]^{-\frac{5}{2}} + 2[a_1^2 + (z+L)^2]^{-\frac{3}{2}}\} + \\ + \frac{1}{2}U_2 b_2 \{3a_2^2 [a_2^2 + (z-L)^2]^{-\frac{5}{2}} - 2[a_2^2 + (z-L)^2]^{-\frac{3}{2}} - \\ - 3a_2^2 [a_2^2 + (z+L)^2]^{-\frac{5}{2}} + 2[a_2^2 + (z+L)^2]^{-\frac{3}{2}}\}, \tag{15б}$$

$$W(z) = \frac{1}{4}\left[\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\right)_{00} - \left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}\right)_{00}\right] = \frac{3}{2}U_1 b_1 a_1^2 \left\{[a_1^2 + (z-L)^2]^{-\frac{5}{2}} - \right. \\ \left. - [a_1^2 + (z+L)^2]^{-\frac{5}{2}}\right\} - \frac{3}{2}U_2 b_2 a_2^2 \left\{3[a_2^2 + (z-L)^2]^{-\frac{5}{2}} - \right. \\ \left. - [a_2^2 + (z+L)^2]^{-\frac{5}{2}}\right\}. \tag{15в}$$

Эти выражения превращаются в (7а) — (7в), если перенести начало координат из точки O в O' (рис. 2) и затем положить $L = \infty$, т. е. удалить эквипотенциальную плоскость на бесконечное расстояние от квадрупольной системы.

Для системы, изображенной на рис. 2, соотношение (2) уже несправедливо. Действительно (ср. (9.3) в [3])

$$\frac{}{x} = -\frac{A_c}{\Phi_c}\int_0^\infty (V+W)\,dz = \frac{2A_cL}{\Phi_c}\left[\frac{U_2b_2}{a_2^3\sqrt{1+\frac{L^2}{a_2^2}}} - \frac{U_1b_1\left(2+\frac{L^2}{a_1^2}\right)}{a_1^3\left(1+\frac{L^2}{a_1^2}\right)^{\frac{3}{2}}}\right], \quad (16)$$

$$\frac{}{y} = -\frac{A_c}{\Phi_c}\int_0^\infty (V-W)\,dz = \frac{2A_cL}{\Phi_c}\left[\frac{U_1b_1}{a_1^3\sqrt{1+\frac{L^2}{a_1^2}}} - \frac{U_2b_2\left(2+\frac{L^2}{a_2^2}\right)}{a_2^3\left(1+\frac{L^2}{a_2^2}\right)^{\frac{3}{2}}}\right]. \quad (16а)$$

Здесь Φ_c обозначает выражение

$$\Phi_c = \Phi_0 + 2U_1b_1\left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{\sqrt{a_1^2+4L^2}}\right) + 2U_2b_2\left(\frac{1}{a_2} - \frac{1}{\sqrt{a_2^2+4L^2}}\right), \quad (16б)$$

которое следует из (15а) при $z = L$; релятивистский коэффициент A_c находится через данное Φ_c по формуле (6а).

При $L \to \infty$ формулы (16) и (16а) превращаются в (9), и соотношение (1) становится справедливым.

Выводы. 1. Исследованы (в релятивистском приближении) электронно-оптические свойства квадрупольных линз, образуемых малыми сферическими электродами.

2. Сравнены оптические силы квадрупольных линз, обладающих и не обладающих антисимметрией.

3. Показано, что для одиночных трехмерных квадрупольных линз рассматриваемого типа соотношение (1) верно только в антисимметричном случае.

4. Соотношение (2) оказывается справедливым для одиночных квадрупольных линз как обладающих, так и не обладающих антисимметрией.

5. Получено распределение потенциала и исследованы оптические силы для более общего случая, когда вблизи квадрупольной линзы имеется эквипотенциальная плоскость (рис. 2). Для этого случая соотношение (2) оказывается несправедливым. Из выведенных формул как частные случаи получены свойства одиночных квадрупольных линз.

ЛИТЕРАТУРА

M. L. Bullock, Amer. J. Phys., 1955, **23**, 5, 264.
А. М. Страшкевич, Доповіді АН УРСР, 1958, 9, 929.
А. М. Страшкевич, Электронная оптика электростатических полей, не обладающих осевой симметрией, Физматгиз, 1959.
А. М. Страшкевич, Изв. АН СССР, Сер. физ., 1959, **23**, 6, 706.
G. D. Archard, Proc. Phys. Soc. B, 1955, 68, 11, 817.

Поступила в редакцию
11 I 1960 г.

ОБ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ХОДА ВОЛЬТАМПЕРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК АВТОЭЛЕКТРОННОЙ ЭМИССИИ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

М. И. Елинсон, А. Г. Ждан, Г. Ф. Васильев

В связи с исследованием вольтамперных характеристик эмиссии из $SiO_2 + C$ и $Al_2O_3 + W$ приведена сводка всех наблюдавшихся экспериментально типов вольтамперных характеристик автоэлектронной эмиссии на различных веществах и их интерпретация. Показано, что для объяснения некоторых полученных характеристик полупроводников необходимо предположить $\theta(y) \simeq 0$ (θ — функция Нордгейма).

1. ТИПЫ ВОЛЬТАМПЕРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК АВТОЭЛЕКТРОННОЙ ЭМИССИИ И ИХ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ

Типичной вольтамперной характеристикой в координатах $\lg j$, $1/E$ (или $\lg i$, $1/u$) для металлов в широком интервале изменения тока i и напряжения u является прямая линия (рис. 1). Однако при плотностях токов $j \gtrsim 7 \cdot 10^6 a/см^2$ наблюдаются заметные отклонения от прямолинейности. Появляется характерный излом в районе точки A, связанный с относительным уменьшением j. Затем, в районе точки B, рост тока снова убыстряется и в ряде случаев j достигает значения, соответствующего прямолинейному ходу характеристики [1].

Как известно, существуют два объяснения факту излома в точке A: а) влияние пространственного заряда эмиттированных электронов; б) отклонение истинной формы потенциального барьера от классического закона сил изображения.

Мы считаем, что нельзя не учитывать, что более правильное выражение для прозрачности потенциального барьера при высоких энергиях электронов, имеющее вид

$$\left\{1 + \exp\left[\frac{4\sqrt{2}}{3}\,\frac{m^{1/2}|E_x|^{3/2}}{\hbar e E}\,\theta(y)\right]\right\}^{-1},$$

также приведет к отклонению характеристики в ту же сторону.

Второй и третий факторы могут действовать совместно.

Причина более быстрого роста j вблизи точки B недостаточно выяснена.

Для полупроводников наиболее типичным видом вольтамперной характеристики при низких температурах в тех же координатах также является прямая линия. Однако часто экспериментальные характеристики отклоняются от прямолинейного хода, причем здесь наблюдается большое разнообразие форм характеристик сравнительно с металлами.

Мы уже сообщали об отклонении вольтамперных характеристик от прямолинейности в сторону более быстрого роста тока для эмиттеров $SiO_2 + C$ и $Al_2O_3 + C$ [2] (см. рис. 2).

Как установлено в [2], возможной причиной такого отклонения является влияние сильного внутреннего поля в полупроводнике, изменяющего функцию распределения по импульсам и концентрацию электронов.

На рис. 3 изображена характеристика $\lg i = f(1/u)$ для SiC [3].

рис. 4 изображена та же характеристика, полученная нами для германия [4], и на рис. 5 — для ZnS [5].

Основной особенностью трех последних характеристик является отход от прямолинейной зависимости в области малых токов в сторону относительного понижения тока (район точек C). Он естественным образом объясняется ролью поверхностных состояний электронов, причем характеристика рис. 5 экспериментально воспроизводит почти полный ход теоретической зависимости $\lg i = f(1/u)$ Стреттона [6].

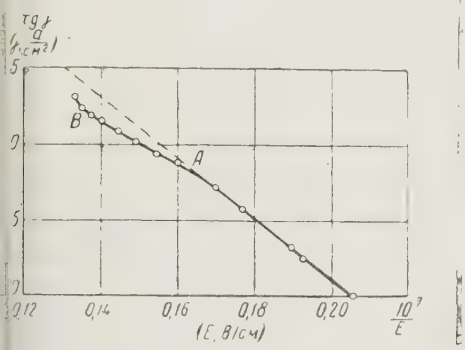


Рис. 1

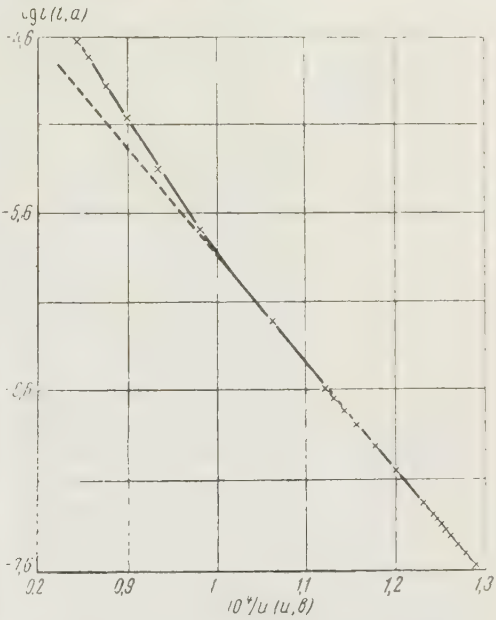


Рис. 2

ис. 1. Типичный вид экспериментальной вольтамперной характеристики автоэлектронной эмиссии металлов [1]:

— область отхода от прямолинейности в сторону относительного замедления роста тока; B — область начала ускоренного роста тока

ис. 2. Пример отхода от прямолинейности в сторону более быстрого роста тока. Эмиттер № 36 (Al_2O_3 + C) (2)

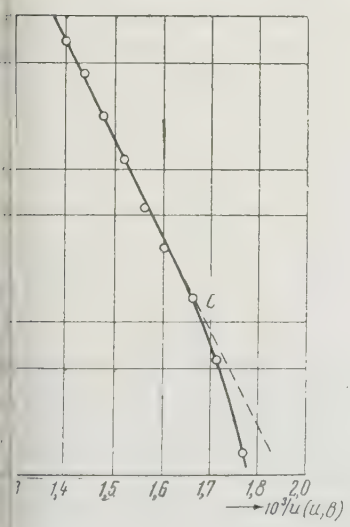


Рис. 3

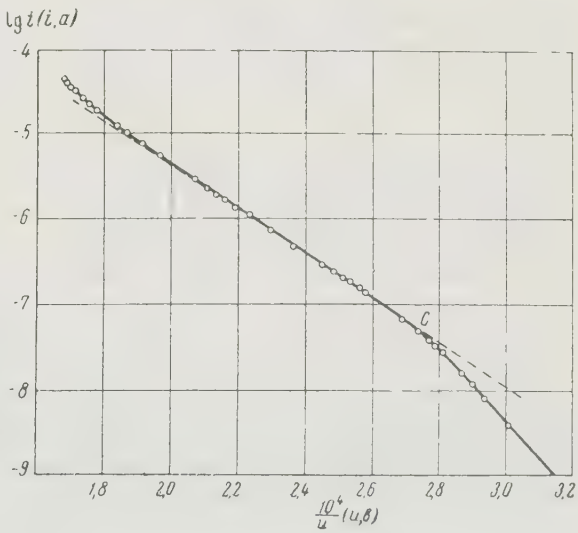


Рис. 4

Рис. 3. Вольтамперная характеристика автоэлектронной эмиссии SiC [3]:

C — область отхода от прямолинейности в сторону понижения тока при малых токах

Рис. 4. Вольтамперная характеристика автоэлектронной эмиссии германия [4]

Очевидно, что роль пространственного заряда для полупроводниковых автоэлектронных эмиттеров пренебрежимо мала.

Можно показать, наконец, что наличие геометрических нерегулярностей на поверхности эмиттера или «пятнистости» по работе выхода практически не может изменить прямолинейного хода характеристик $\lg i = f\ (1/u)$.

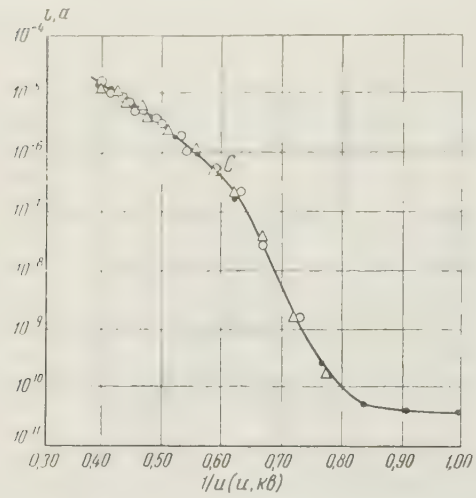


Рис. 5. Вольтамперная характеристика автоэлектронной эмиссии ZnS [5]

2. НОВЫЙ ТИП ВОЛЬТАМПЕРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК АВТОЭЛЕКТРОННОЙ ЭМИССИИ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Мы работали с полупроводниковыми эмиттерами на основе SiO_2 и Al_2O_3. Для создания проводимости эмиттеры из SiO_2 активировались углеродом, а в эмиттеры из Al_2O_3 при их изготовлении вводился вольфрам. Характерной особенностью указанных веществ является малая величина электронного сродства $\chi \simeq 1$ эв [2].

На рис. 6 изображены зависимости $\lg i = f\ (1/u)$ для нескольких эмиттеров из $SiO_2 + C$, на рис. 7 — для эмиттера из $Al_2O_3 + W$. В районе точек G виден ясный отход от прямолинейности в сторону понижения тока.

Мы считаем, что характеристики рис. 6 и 7 являются характеристиками нового не наблюдавшегося ранее типа по следующим соображениям. Во-первых, излом в районе точек G не имеет ничего общего с изломом в районе точек C (рис. 3, 4 и 5), поскольку можно показать, что барьер, вызванный наличием поверхностных состояний, прорван при значительно меньших электрических полях.

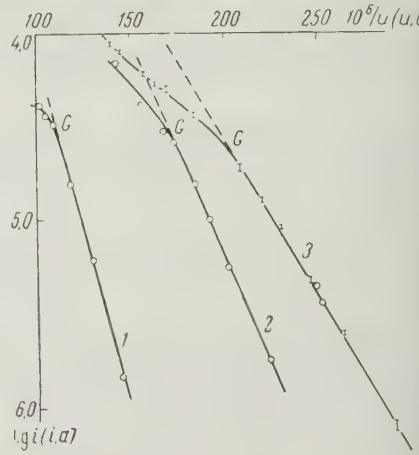


Рис. 6. Вольтамперные характеристики нескольких эмиттеров из $SiO_2 + C$, $T = 700°C$

1 — эмиттер № 95; *2* — эмиттер № 11; *3* — эмиттер № 56. *G* — области отхода от прямолинейности в сторону понижения тока

Это вытекает из того, что эмиттеры обладают очень высоким сопротивлением и во всей исследуемой области токов находятся в предпробивном состоянии, т. е. в них имеются значительные внутренние поля. На эмиттерах из $Al_2O_3 + W$, например, наблюдается сильная электролюминесценция во всей исследованной области токов. Далее, температурная зависимость эмиссии противоречит представлению о наличии поверхностных состояний.

Во-вторых, как уже указывалось, ролью пространственного заряда, ввиду малости эмиттируемых токов, можно пренебречь и, в этом смысле, точки G нельзя сопоставить с точками A на рис. 1.

Важно понять, почему на других образцах эмиттеров из $SiO_2 + C$ эмиттерах из $Al_2O_3 + C$ наблюдаются характеристики типа, представленного на рис. 2, а не типа рис. 6 или 7. Получение того или другого типа характеристик зависит от конкретных условий. Повышенная электропроводность и хорошая очистка поверхности от избыточного углерода способствуют получению характеристик рис. 6. По-видимому, в некоторых случаях нельзя получить перегрев электронного газа при наличии внутреннего поля в полупроводнике.

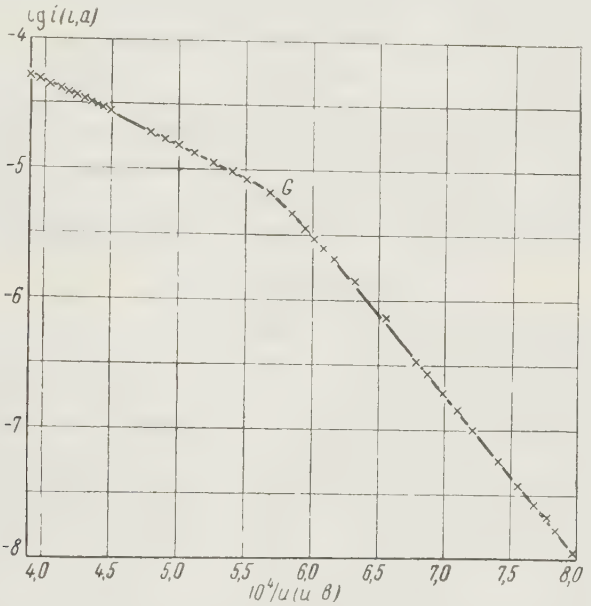


Рис. 7. Вольтамперная характеристика эмиттера № 4 ($Al_2O_3 + W$), $T = 25°C$.

Действительно, характеристики типа рис. 6 получаются, как правило, при повышенных температурах, т. е. при увеличенном рассеянии электронов на фононах. Часто при комнатной температуре характеристики прямолинейны, а при повышении температуры принимают вид, представленный на рис. 6.

Отсутствие неравновесных эффектов позволяет войти в такую область внешних электрических полей E, когда $y = 3{,}68 \cdot 10^{-4} \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}\right)^{\frac{1}{2}} E^{\frac{1}{2}}/\chi$ близок к единице, а $\theta(y) \simeq 0$.

При этом потенциальный барьер на границе полупроводник — вакуум практически снимается и экспоненциальный закон эмиссии переходит в более медленный, например $i \sim E^2$. Этим и объясняется ход характеристик, приведенных на рис. 6 и 7.

Ясно, что между двумя законами имеется переходная область, вызванная теми причинами, которые указывались выше для металлов, т. е. различием истинного барьера от классического и новой зависимостью прозрачности барьера от энергии электрона в полупроводнике.

Повышение температуры эмиттера, препятствуя перегреву электронного газа, одновременно понижает «эффективное электронное сродство» и тем самым облегчает достижение области $\theta(y) \simeq 0$.

Простой подсчет показывает, что при $\chi \lesssim 1$ *эв* и $\varepsilon = 2 - 5$ мы в условиях эксперимента действительно находимся в области критических полей $E_{кр}$, при которых $y \simeq 1$.

Так как $E_{кр} \sim \chi^2$, то ясно, что для большинства полупроводников, на которых производилось исследование автоэлектронной эмиссии (SiC, Ge, W_2C и т. д.), достижение области $0\,(y) \simeq 0$ было невозможно и вольт-амперные характеристики типа рис. 6 и 7 не могли наблюдаться.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. И. Елинсон, В. А. Горьков, А. А. Яснопольская, Г. А. Кудинцева, Радиотехника и электроника, 1960, **5**, 8, 1318.
2. М. И. Елинсон, Г. Ф. Васильев, А. Г. Ждан, Радиотехника и электроника, 1959, **4**, 10 1718.
3. G. Busch, T. Fischer, Brown Boveri Mitt., 1958, **45**, 11/12, 532.
4. М. И. Елинсон, Г. Ф. Васильев, Радиотехника и электроника, 1959, **4**, **4**, 728.
5. W. Bertoldi, C. Kleint, Ann. Physik, 1959, **4**, H. 6—8, 388.
6. R. Stratton, Proc. Phys. Soc. B, 1955, **68**, 430, 746.

Поступила в редакцию
12 III 1960

1960 № 12

РЕЗОНАТОРНЫЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ И ТАНГЕНСА УГЛА ПОТЕРЬ ЖИДКИХ ДИЭЛЕКТРИКОВ

В. К. Ткач, Л. Д. Степин, В. Б. Казанский

Рассмотрена теория варианта резонаторного метода для измерения ε и $\operatorname{tg}\delta$ жидких и твердых веществ на длине волны 3 *см* для случая колебаний типа H_{01n} и коаксиального расположения образца; приведены результаты измерений для ряда веществ. Описанный метод позволяет измерять ε со средней квадратичной ошибкой, не превышающей 3%, и $\operatorname{tg}\delta$ с ошибкой не более 9%.

ВВЕДЕНИЕ

Наиболее точными методами измерения диэлектрической проницаемости и тангенса угла потерь диэлектриков в сантиметровом диапазоне волн являются резонаторные методы. Наибольший интерес представляют случаи применения цилиндрического резонатора, возбуждаемого на волне типа H_{01n}, поскольку в этом случае можно использовать бесконтактный тип поршня, а, кроме того, отсутствие осевой составляющей электрического поля позволяет без особого затруднения обеспечить достаточно высокую добротность резонатора. Опубликован ряд работ, например [1, 2], в которых изложена теория и методика измерений с применением H_{01n}-резонатора. Однако в этих работах рассмотрен только случай, когда исследуемому веществу придана форма диска, однородного по толщине, причем диаметр диска совпадает с внутренним диаметром резонатора (рис. 1, *а*). При работе с жидкими диэлектриками трудно обеспечить однородность измеряемого образца по толщине, нарушаемой вследствие поверхностного натяжения. Эти трудности особенно отчетливы в случае жидкостей, обладающих высокими диэлектрическими потерями (например, ацетон или вода), когда для измерений приходится брать очень малое количество вещества.

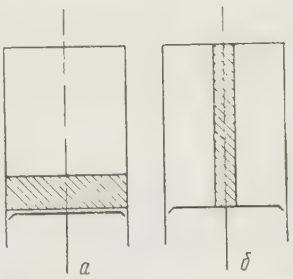


Рис. 1. Два случая частичного заполнения резонатора диэлектриком:

а — образец в виде диска; *б* — образец в виде стержня

Эти затруднения устраняются, если придать образцу форму стержня и располагать его по оси резонатора (рис. 1, *б*). Жидкость в этом случае заливают в тонкостенную стеклянную трубку. Непосредственно измеряемыми величинами по-прежнему [1, 2] остаются собственная частота и добротность полого резонатора и резонатора с образцом. Поскольку в известной нам литературе отсутствует анализ работы резонатора на волне типа H_{01n} с образцом, расположенным по его оси, ниже изложена теория нового варианта резонаторного метода и описаны результаты измерений.

1. ТЕОРИЯ МЕТОДА

А. Определение диэлектрической проницаемости. Решение уравнений Максвелла в цилиндрической системе координат в случае колебаний типа H_{01n} имеет следующий вид:

а) для области, занятой диэлектриком ($0 < r < b$, b — радиус образца),

$$H_{z\text{д}} = -CJ_0(kr)\sin\beta z,$$
$$H_{r\text{д}} = \frac{j\beta}{k}CJ_1(kr)\cos\beta z,$$
$$E_{\varphi\text{д}} = \frac{j\omega}{ck}CJ_1(kr)\sin\beta z,$$

где

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon - \beta^2; \qquad (1)$$

б) для области, занятой воздухом ($b < r < a$, a — внутренний радиус резонатора),

$$H_{z0} = -[AJ_0(k_0r) + BY_0(k_0r)]\sin\beta z,$$
$$H_{r0} = \frac{j\beta}{k_0}[AJ_1(k_0r) + BY_1(k_0r)]\cos\beta z,$$
$$E_{\varphi 0} = \frac{j\omega}{k_0}[AJ_1(k_0r) + BY_1(k_0r)]\sin\beta z,$$

где

$$k_0^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2. \qquad (2)$$

В этих выражениях ω — круговая частота; c — скорость распространения света в пустоте; $\beta = 2\pi/\lambda_{\text{вд}}$ (предполагается, что постоянная распространения $\gamma = j\beta$); $\lambda_{\text{вд}}$ — длина волны в резонаторе с образцом. Из соотношений (1) и (2) получаем формулу для определения диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon = \frac{\beta^2 + k^2}{\beta^2 + k_0^2}.$$

Единственная неизвестная величина k, входящая в эту формулу, определяется из граничных условий при $r = b$ и $r = a$. Использование этих условий приводит к следующему выражению:

$$kb\frac{J_0(kb)}{J_1(kb)} = k_0b\frac{J_0(k_0b)}{J_1(k_0b)}\cdot\frac{1 - \dfrac{J_1(k_0a)}{Y_1(k_0a)}\dfrac{Y_0(k_0b)}{J_0(k_0b)}}{1 - \dfrac{J_1(k_0a)}{Y_1(k_0a)}\dfrac{Y_1(k_0b)}{J_1(k_0b)}}. \qquad (3)$$

Вычислив правую часть уравнения (3), можно определить величину kb. Для этой цели составлена таблица функции (табл. 1)

$$Y = x\frac{J_0(x)}{J_1(x)}.$$

Б. Определение тангенса угла потерь. Определение $\operatorname{tg}\delta$ производится по общепринятой схеме, исходя из выражения для добротности резонатора с образцом:

$$Q = \omega\frac{W_\text{д} + W_0}{P_\text{д} + P_\text{м}}, \qquad (4)$$

где W_0 — энергия, запасенная в области $b < r < a$; $W_\text{д}$ — энергия, запасенная в области $0 < r < b$; $P_\text{д} = \omega\operatorname{tg}\delta W_\text{д}$ — средняя мощность потерь в диэлектрике; $P_\text{м}$ — средняя мощность потерь в стенках резонатора. Из соотношения (4) можно получить формулу для определения $\operatorname{tg}\delta$:

$$\operatorname{tg}\delta = 1 + \left(\frac{W_0}{W_\text{д}}\right)\left(\frac{1}{Q} - \frac{1}{Q'}\right), \qquad (5)$$

Таблица 1

Значения функции $Y = x\dfrac{J_0(x)}{J_1(x)}$

x	Y	x	Y	x	Y	x	Y
0,50	1,9368	0,88	1,7998	1,26	1,5739	1,64	1,2368
0,52	1,9316	0,90	1,7903	1,28	1,5593	1,66	1,2153
0,54	1,9262	0,92	1,7805	1,30	1,5442	1,68	1,1934
0,56	1,9205	0,94	1,7705	1,32	1,5288	1,70	1,1710
0,58	1,9147	0,96	1,7602	1,34	1,5132	1,72	1,1482
0,60	1,9086	0,98	1,7497	1,36	1,4973	1,74	1,1250
0,62	1,9023	1,00	1,7399	1,38	1,4810	1,76	1,1013
0,64	1,8958	1,02	1,7279	1,40	1,4644	1,78	1,0770
0,66	1,8891	1,04	1,7165	1,42	1,4474	1,80	1,0524
0,68	1,8821	1,06	1,7050	1,44	1,4301	1,82	1,0279
0,70	1,8749	1,08	1,6931	1,46	1,4124	1,84	1,0016
0,72	1,8675	1,10	1,6810	1,48	1,3944	1,86	0,97535
0,74	1,8599	1,12	1,6686	1,50	1,3760	1,88	0,94864
0,76	1,8520	1,14	1,6560	1,52	1,3573	1,90	0,92134
0,78	1,8438	1,16	1,6430	1,54	1,3382	1,92	0,89356
0,80	1,8356	1,18	1,6298	1,56	1,3187	1,94	0,86512
0,82	1,8270	1,20	1,6163	1,58	1,2988	1,96	0,83622
0,84	1,8182	1,22	1,6025	1,60	1,2785	1,98	0,80664
0,86	1,8078	1,24	1,5883	1,62	1,2579	2,00	0,77640

где

$$Q' = \omega \frac{W_д + W_0}{P_м}.$$

Формула для определения tg δ принимает наиболее простой вид в случае

$$\frac{W_0}{W_д} \gg 1. \tag{6}$$

Тогда $Q' \simeq Q_0$, где Q_0 — добротность резонатора без образца, и соотношение (5) принимает вид

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{W_0}{W_д}\left(\frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0}\right). \tag{7}$$

Поэтому прежде всего вычислим величины W_0 и $W_д$ и оценим величину отношения (6). Энергия, запасенная в диэлектрике, равна

$$W_д = \frac{1}{2}\varepsilon \int_0^b \int_0^{2\pi} \int_0^l |E_{φд}|^2 r dr d\varphi dz = \frac{1}{2}\pi\varepsilon L \frac{\omega^2}{k^2} C^2 b^2 F_1(kb), \tag{8}$$

где

$$L = \frac{1}{2}l - \frac{1}{4\beta}\sin 2\beta l$$

(l — расстояние между торцовыми стенками резонатора);

$$F_1(x) = J_0^2(x) + J_1^2(x) - \frac{2}{x}J_0(x)J_1(x);$$

$$C^2 = A^2 \frac{J_0^2(k_0 b)}{J_0^2(kb)}\left[1 - \sigma\frac{Y_0(k_0 b)}{J_0(k_0 b)}\right]^2;$$

$$\sigma = \frac{J_1(k_0 a)}{Y_1(k_0 a)}.$$

Энергия, запасенная в области $b < r < a$, равна

$$W_0 = \frac{1}{2}\int_b^a\int_0^{2\pi}\int_0^l |E_{\varphi 0}|^2 r dr d\varphi dz =$$

$$= \frac{1}{2}\pi L\frac{\omega^2}{k_0^2}A^2\{[a^2F_1(k_0a) - b^2F_1(k_0b)] - 2\sigma[a^2\Phi(k_0a) - b^2\Phi(k_0b)] +$$

$$+ \sigma^2[a^2F_2(k_0a) - b^2F_2(k_0b)]\}, \qquad (9)$$

где $\Phi(x) = [J_0(x)Y_0(x) + J_1(x)Y_1(x)] - \frac{1}{x}[J_0(x)Y_1(x) + J_1(x)Y_0(x)]$;

$$F_2(x) = Y_0^2(x) + Y_1^2(x) - \frac{2}{x}Y_0(x)Y_1(x).$$

При достаточно малых диаметрах образцов (когда $b \ll a$, $k_0 b \ll 1$, $k_0 a \simeq$ $\simeq 3{,}8317$) выражение (9) принимает вид

$$W_0 = \frac{1}{2}\pi L\frac{\omega^2}{k_0^2}A^2a^2F_1(k_0a).$$

В этом случае отношение энергий W_0 и $W_д$ будет равно

$$\frac{W_0}{W_д} = \frac{k^2}{k_0^2\varepsilon}\frac{a^2}{b^2}\frac{J_0^2(kb)}{J_0^2(k_0b)}\frac{F_1(k_0a)}{F_1(kb)}. \qquad (10)$$

Так как $k > k_0$, $a \gg b$, а множитель, состоящий из функций Бесселя, по величине не больше нескольких единиц, то соотношение (6) будет выполняться с достаточной степенью точности. В этом случае формула для определения тангенса угла потерь принимает вид

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{k^2}{k_0^2\varepsilon}\frac{a^2}{b^2}\frac{J_0^2(kb)}{J_0^2(k_0b)}\frac{F_1(k_0a)}{F_1(kb)}\left[\frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0}\right]. \qquad (11)$$

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Для экспериментальной проверки предлагаемого метода была собрана установка, блок-схема которой изображена на рис. 2. Генератором СВЧ служил генератор стандартных сигналов 43И. Измерение частоты производилось волномером высокой точности типа 44И, при помощи которого и градуировался по частоте измерительный резонатор. Резонатор был изготовлен из латуни, внутренний диаметр $2a = 5{,}908$ *см*, полная длина резонатора составляла 14,90 *см*, добротность полого резонатора при колебаниях H_{011} равнялась 3790, положение поршня в резонаторе отмечалось по показаниям микрометрического винта, позволявшего вести измерения с точностью $\pm$ 0,002 *мм*.

Измерение диэлектрической проницаемости и тангенса угла потерь заключается в определении резонансной длины волны и величин добротностей полого резонатора и резонатора с образцом. Измерения проводились как с твердыми, так и с жидкими веществами. В последнем случае исполь-

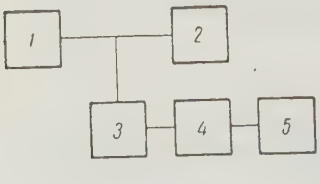


Рис. 2. Блок-схема измерительной установки:

1 — генератор СВЧ; *2* — волномер; *3* — измерительный резонатор; *4* — детекторная секция; *5* — индикаторный прибор

зовались тонкостенные стеклянные трубки (толщина стенок не более 0,02 *см*). Влияние стеклянной трубки на величину добротности и резонансное положение поршня в резонаторе было незначительным; изменения

ротности и $\lambda_в$, обусловленные стенками трубки, лежали в пределах ибок измерений. Размеры диаметров образцов выбирались в пределах 0,120 *см* (дистиллированная вода) до 0,650 *см* (органическое стекло). ультаты измерений диэлектрической проницаемости и тангенса угла ерь для семи веществ приведены в табл. 2.

Наименьшая точность измерений получается при измерении диэлектеских констант воды. Обясняется это тем, что вода обладает значиьными потерями и приходится применять трубки наименьшего диа-ра, из-за чего относительная ошибка в измерении диаметра в этом чае наибольшая. Для этого наиболее неблагоприятного случая была еделена средняя квадратичная ошибка [3] из девяти независимых

Таблица 2

Результаты измерений

Диэлектрик	$\varepsilon_{изм}$	$\varepsilon_{лит}$	$tg\delta_{изм}$	$tg\delta_{лит}$ *
Гетинакс	3,56	3,57 [4]	0,076	0,060 [9]
Органическое стекло	2,40	2,45 [5]	0,0070	0,0067 [6]
Эбонит	2,46	2,67 [9]	0,0080	0,0087 [7]
Этиловый спирт 1-й ректификации	2,86	—	0,090	—
Бензол (технический)	2,50	—	0,020	—
Ацетон (технический)	22,1	20,5 [8]	0,120	0,136 [8]
Вода дистиллированная	55,7	55,0 [4]	0,559	0,540 [7]

* $\varepsilon_{изм}$ и $tg_{изм}$ — измеренные значения; $\varepsilon_{лит}$ и $tg\delta_{лит}$ — результаты измерений других авторов.

ерений при трубках разного диаметра ($2b = 0{,}120 - 0{,}136$ *см*). исленная средняя квадратичная ошибка измерения диэлектрической ицаемости воды составляла 2,8%, а тангенса угла потерь — 7,0%. ибка в определении tgδ не включает в себя методической ошибобусловленной использованием приближенной формулы (11). Предлки для вычисления этой ошибки следующие.

Для всех измеренных веществ выполнялись условия: $k_0 b < 0{,}4$, a, $|k_0 a - 3{,}8317| < 0{,}015$. При этом $W_0/W_д$ вычисленное по приблиной формуле (10), отличается от точно вычисленного значения $W_0/W_д$, ченного из соотношений (8) и (9), не более чем на 1,7%. Такая оценка произведена для воды и органического стекла. Численная величина шения $W_0/W_д$ лежала в пределах от 270 до 350. Приведенные оценки вдывают сделанные допущения (6) и (10) и свидетельствуют о примеости формулы (11). Таким образом, при вычислении тангенса угла рь суммарная ошибка не превышает 9,0%.

табл. 2 наряду с измеренными нами значениями приведены результаты измерений электрических свойств этих же веществ другими авторами. Некоторое расхождение полученных нами значений ε и tgδ с литературными данными объясняется, по-видимому, тем, что вещества не были химически чистыми или отличались по своему составу от веществ, используемых другими авторами. Это предположение подтверждается фактом, что результаты измерений ε и tgδ дистиллированной воды, за чистоту которой можно поручиться, не отличались от данных других авторов.

ВЫВОДЫ

Рассмотрен новый вариант резонаторного метода измерения ε и tgδ дких и твердых веществ на волне $\lambda = 3$ *см*.

Описанный метод позволяет измерять ε со средней квадратичной кой не более 3%, а tg δ — с ошибкой не выше 9%.

ЛИТЕРАТУРА

1. F. Horner, T. Taylor, R. Dunsmuir, Proc. I. E. E., 1946, 93, p III, 21, 53.
2. В. И. Сарафанов, К вопросу об измерении комплексных диэлектрическ и магнитной проницаемостей магнитодиэлектриков на сантиметровых волн Радиотехника и электроника, 1956, **1**, 3, 320.
3. К. П. Яковлев, Математическая обработка результатов измерений, ГТ 1950.
4. А. Р. Хиппель, Диэлектрики и их применение, ГЭИ, 1956.
5. П. Ф. Веселовский, Об измерении ε и $tg\delta$ твердого диэлектрика сантиметровых радиоволнах в интервале температур —100—+100° С, ЖТФ, 19 25, 4, 601.
6. Справочник по волноводам, под ред. Я. Н. Фельда, Изд. Советское радио, 19 стр. 25.
7. П. П. Одынец, Оптический метод измерения диэлектрической проницаемо и диэлектрических потерь, ЖТФ, 1949, **19**, 1, 120.
8. Ю. П. Радин, Об одном методе измерения диэлектрической проницаемо в сантиметровом диапазоне, Изв. вузов МВО СССР (Радиофизика), 1958, **1**, 5– 177.
9. Г. Д. Бурдун, Измерение ε и $tg\ \delta$ твердых диэлектриков в сантиметров диапазоне с помощью волноводов, ЖТФ, 1950, **20**, 7, 821.

Поступила в редакцию
16 I 1960

1960 № 12

КРАЕВОЕ УСЛОВИЕ ДЛЯ КОНЦЕНТРАЦИЙ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДОВ В ПЛАЗМЕ, ПОМЕЩЕННОЙ В МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

И. А. Василъева

Методом свободных пробегов получено и проанализировано краевое условие типа де-Гроота в магнитном поле. При помощи этого краевого условия рассчитано распределение заряженных частиц вдоль радиуса цилиндрической трубки с учетом и без учета объемной рекомбинации частиц. Расчетные кривые сравнены с экспериментальными данными.

ВВЕДЕНИЕ

При расчете поперечного распределения носителей зарядов в положительном столбе при помощи уравнения баланса частиц в плазме необходимо задать краевое условие на границах плазмы, наложенное на концентрацию носителей зарядов $n(z)$.

В 1939 г. Тонкс [1], рассматривая влияние магнитного поля B на это распределение, принял в качестве граничного условия у стенок условие оттки

$$n(a) = 0, \tag{1}$$

где a — радиус трубки. Такое краевое условие привело Тонкса к выводу том, что продольное однородное B-поле не может вызвать контракции положительного столба.

Значительно точнее условие типа де-Гроота: частицы не отражаются от стенок, или поток частиц, идущих от стенок, равен нулю. Такое условие было применено к положительным ионам в отсутствие B-поля Грановским [2]. Для вывода граничного соотношения между концентрацией и градиентом концентраций составлялось уравнение баланса частиц в слое у стенок, ширина слоя определялась средней длиной свободного пробега частиц. Соотношение, полученное в [2], легко приводится к следующему виду:

$$n(a) = -\frac{2}{\bar{c}_p}\left[D_a - \frac{1}{3}\bar{c}_p^2\tau_p\right]\frac{dn(a)}{dz} = -\frac{2}{\bar{c}_p}[D_a - D_p]\frac{dn(a)}{dz}. \tag{2}$$

Здесь $dn(a)/dz$ — производная концентрации по направлению, перпендикулярному стенке; $\bar{c}_p$ — средняя скорость ионов; τ_p — среднее время их пролета; D_p — коэффициент диффузии ионов; D_a — коэффициент амбиполярной диффузии.

Фабрикант [3] и позднее Фаталиев [13] показали, что условие (2), при выводе которого не предполагалось наличия B-поля, может все же объяснить контракцию положительного столба при наложении однородного B-поля. Действительно, при этом уменьшается по абсолютной величине множитель в квадратных скобках (2), так как B-поле резко уменьшает коэффициент амбиполярной диффузии D_a, меньше влияя в то же время на коэффициент диффузии ионов D_p. Это приводит к росту крутизны спада концентраций к стенкам трубки.

Для численных расчетов поперечного распределения концентраций ионов в B-поле краевое условие (2) оказывается недостаточно точным. Необходимо такое условие, при выводе которого явно учитывается влия-

ние электрического E и магнитного B полей на движение заряженных частиц у стенок трубки. Даже сравнительно небольшие B-поля до 1000 *гс* оказывают существенное влияние на движение ионов при давлениях $\simeq 0{,}1$ *мм* рт. ст.

КРАЕВОЕ УСЛОВИЕ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Для вывода краевого условия получим выражение потока заряженных частиц к границе плазмы, предполагая отсутствие отражения их от стенки. Чтобы это сделать, воспользуемся методом свободных пробегов, изложенным в книге Чэпмана и Каулинга [4]. Другое выражение этого же потока дает диффузионная теория Шоттки. Из сопоставления двух выражений потока частиц получается соотношение между $n(a)$ и $dn(a)/dz$, которому должна удовлетворять функция $n(z)$ на границе.

1. Поток частиц на стенку трубки

У стенки трубки имеется слой пространственного заряда. При достаточно малых B-полях это — слой положительных зарядов, в котором нейтрализуется действие на плазму отрицательно заряженной стенки.

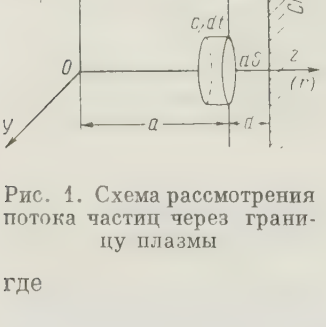


Рис. 1. Схема рассмотрения потока частиц через границу плазмы

Рассчитаем число частиц, проходящих через границу между плазмой и пристеночным слоем, в следующих простейших предположениях:

а) Функция распределения частиц по скоростям близка к максвелловской, а концентрация $n(z)$ зависит лишь от одной координаты z. Тогда функция распределения частиц в фазовом пространстве имеет вид

$$f(z,\ c) = n(z)\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{mc^2}{2kT}} = n(z)\,F(c), \qquad (3$$

где

$$F(c) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{mc^2}{2kT}};$$

m — масса частицы; c — модуль ее скорости и T — температура частиц.

б) Среднее время пролета частиц τ не зависит от их скорости. Тогда $e^{-\frac{t}{\tau}}$ есть вероятность того, что по крайней мере в течение времени t частица не испытывает соударений.

в) Ионизацию и объемную рекомбинацию вблизи стенок можно не учитывать.

Будем вести расчет в прямоугольной системе координат (это можно делать и в случае цилиндрической трубки, если ее радиус много больше длины свободного пробега частиц). Поместим начало координат в середине трубки, ось x направим вдоль трубки, ось z — к боковой стенке (рис. 1). На условной границе плазмы ($z = a$) расположим элементарную площадку dS.

В течение бесконечно малого промежутка времени $t' \div t' + dt'$ через dS пройдет столько частиц, сколько их находится в момент t' в цилиндре высотой $c_z dt'$, где c_z — z-составляющая скорости частицы. В предыдущий момент времени $t' - t$ эти частицы занимают объем $d\vec{r}'$ и их скорости лежат в интервале $d\vec{c}'$. Если в течение t не было соударений, то $d\vec{r}' = c_z dt' dS$.

За время dt в объеме $d\vec{r}'$ в интервал скоростей $d\vec{c}'$ попадает в результате соударений следующее число частиц: $\frac{1}{\tau} f(z', c')\, d\vec{r}' d\vec{c}' dt$. Из них

S дойдет без соударений $\frac{1}{\tau} f(z', c') e^{-\frac{t}{\tau}} d\vec{r}' d\vec{c}' dt$. Чтобы найти общее число частиц, которые попадут на dS в течение dt', надо проинтегрировать это выражение по всему интервалу времени t и области возможных скоростей $\vec{c}'$:

$$\int\limits_{\vec{c}'} \int\limits_{t=0}^{\infty} \frac{1}{\tau} f(z', c')\, d\vec{r}' d\vec{c}' dt e^{-\frac{t}{\tau}} = dS dt' \int\limits_{\vec{c}'} \int\limits_{t=0}^{\infty} \frac{dt}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} f(z', c')\, c_z d\vec{c}'. \tag{4}$$

Здесь c_z подчинено условию отсутствия отражения частиц от стенок, а именно $c_z \geqslant 0$. Кроме того, z, c_z и t связаны между собой уравнениями, описывающими движение частиц в E- и B-полях. Положим, что отличны от нуля лишь две составляющие E-поля (E_x и E_z), а третья $E_y = 0$. В цилиндрической трубке это соответствует наличию продольной и радиальной составляющих поля и отсутствию Θ-составляющей. B-поле направим вдоль оси x.

Выпишем те из уравнений, которые понадобятся в дальнейшем:

$$c_z = c_z' \cos \omega t - \left(c_y' - \frac{eE_z}{m\omega} \right) \sin \omega t,$$

$$z = z' + \frac{1}{\omega} \left\{ c_z' \sin \omega t - \left(c_y' - \frac{eE_z}{m\omega} \right) (1 - \cos \omega t) \right\}, \tag{5}$$

где $\omega = eB/mc_0$ — ларморова частота вращения частицы; e — ее заряд; c_0 — скорость света в пустоте. В нашем случае $z = a$.

Так как надо получить выражение потока через характеристики плазмы на границе, разложим функцию $f(z', c')$ в ряд в окрестности $z = a$:

$$f(z', c') = f(a, c') + (z' - a) \frac{\partial f(a, c')}{\partial z} + \frac{(z' - a)^2}{2!} \frac{\partial^2 f(a, c')}{\partial z^2} + \ldots =$$

$$= F(c') \left[n(a) + (z' - a) \frac{dn(a)}{dz} + \frac{(z' - a)^2}{2!} \frac{d^2 n}{dz^2} + \ldots \right]. \tag{6}$$

Такое разложение можно производить, если $|z' - a|$ значительно больше среднего расстояния между частицами δ. Лишь в этом случае сохраняет смысл понятие концентрации; $|z' - a|$ характеризует длину свободного пути частицы λ, поэтому можно записать условие возможности разложения так:

$$\bar{\lambda} \gg \delta, \tag{7}$$

где $\bar{\lambda}$ — средний свободный путь частицы.

В разложении (6) ограничимся первыми двумя членами, что имеет смысл делать, если

$$\frac{\bar{\lambda}}{a} \ll 1 \tag{8}$$

(третий член мал по сравнению со вторым). Подставляя (6) в (4), получим, что в единицу времени через единичную площадку на границе плазмы пройдет поток

$$j = \int\limits_{\vec{c}'} \int\limits_{t=0}^{\infty} \frac{dt}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} F(c') \left[n(a) + (z' - a) \frac{dn(a)}{dz} \right] c_z d\vec{c}'. \tag{9}$$

В подынтегральном выражении z' и c_z надо выразить через c_z' и c_y' при помощи уравнений (5) и учесть, что $d\vec{c}' = dc_x' dc_y' dc_z'$.

Выясним пределы интегрирования в пространстве скоростей $\vec{c}'$. Условие отсутствия отражения частиц от стенки не накладывает никаких

ограничений на составляющие скоростей c'_x и c'_y; поэтому они меняются от $-\infty$ до $+\infty$. С другой стороны, согласно тому же условию, $c_z \geqslant 0$. Мы будем считать, что c'_z тоже меняется в пределах от 0 до ∞. При $B \neq 0$ это безусловно верно, а в отсутствие B-поля требуется небольшое расширение области изменения c'_z в сторону $c'_z < 0$. Частицы, получившие в соударении небольшую скорость $c'_z < 0$, могут быть направлены к стенке E-полем. Легко показать, что таких частиц мало, и их вклад в поток незначителен.

Подставляя в (9) c_z и $(z' - a)$ из (5) при $z = a$ и производя указанные в (9) операции, получаем окончательное выражение потока через границу плазмы:

$$j = \frac{\left(\frac{kT}{2\pi m}\right)^{1/2} + \frac{eE_z\tau}{2m}}{1+\omega^2\tau^2}\, n(a) - \frac{dn(a)}{dz}\left\{\frac{kT}{2m}\tau\frac{1}{1+\omega^2\tau^2} + \frac{3\tau^2\frac{eE_z}{m}\left[\left(\frac{kT}{2\pi m}\right)^{1/2} + \frac{eE_z\tau}{2m}\right]}{(1+\omega^2\tau^2)(1+4\omega^2\tau^2)}\right\}. \tag{10}$$

Здесь $(kT/2\pi m)^{1/2}$ — средняя хаотическая скорость частиц, летящих в положительном направлении оси z; $eE_z\tau/2m$ — средняя скорость, приобретаемая частицей в поле E_z на одном свободном пробеге, тогда $(kT/2\pi m)^{1/2} + eE_z\tau/2m$ — средняя скорость частиц на границе плазмы в направлении оси z; $\frac{kT}{2m}\tau \simeq 0{,}6D_a(0)$, где $D(0)$ — коэффициент униполярной диффузии частиц при $B = 0$.

Если учесть смысл этих величин, то видно, что первое слагаемое в правой части выражения (10) есть поток частиц, обладающих средней направленной скоростью, отличной от нуля; этот поток уменьшен B-полем в $(1+\omega^2\tau^2)$ раз. Второе слагаемое пропорционально $dn(a)/dz$; оно представляет диффузионный поток, также уменьшенный B-полем. Второе слагаемое в фигурных скобках обусловлено наличием поля E_z.

2. Область применения выражения (10)

а) При выводе (10) использованы некоторые предположения, накладывающие ограничения на давления нейтрального газа и концентрации заряженных частиц. Во-первых, чтобы через границу плазмы не проходили частицы из пристеночного слоя (это необходимо, если мы не учитываем отражения), частицы не должны испытывать соударений внутри слоя, а должны попадать из плазмы непосредственно на стенку. Это может иметь место при условии

$$\bar{\lambda} \gg d, \tag{11}$$

где d — ширина слоя, которую можно принять равной радиусу Дебая

$$d = \left(\frac{kT}{8\pi ne^2}\right)^{1/2}.$$

Если рассматриваемые частицы — положительные ионы, то температуру можно положить равной $\simeq 1000°$ K и

$$d \simeq \frac{150}{\sqrt{n}}.$$

Тогда условие (11) можно записать в виде

$$\bar{\lambda} \gg \frac{150}{\sqrt{n}}. \tag{11'}$$

Во-вторых, описанный метод можно применять лишь при условиях (7) и (8). Условие (8) ограничивает давление снизу — режим должен быть диффузионным. Условия же (7) и (11) ограничивают давление сверху, причем это ограничение связано с концентрациями носителей.

Если считать, что газ слабо ионизован и надо учитывать лишь соуда-ния заряженных частиц с нейтральными молекулами газа, то $\bar{\lambda}$ зависит ько от сорта частиц и давления, причем

$$\bar{\lambda} \sim \frac{1}{p}.$$

Ar, например, при давлении 0,1 *мм* рт. ст. длина свободного пробега ов Ar^+ $\bar{\lambda} \simeq 6 \cdot 10^{-2}$ *см*. Для выполнения условий (11) и (7) необхо-о, чтобы $n(a) \geqslant 10^8$ *см*$^{-3}$. При меньших давлениях газа концентрации ут быть соответственно меньше, но в силу условия (8) давление не жет быть в Ar ниже 0,01 *мм* рт. ст.

Если B-поле столь велико, что радиус ларморовского вращения ча-цы r_B меньше длины свободного пробега, то в (7), (8), (11) надо сто $\bar{\lambda}$ подставить r_B, тогда B-поле будет ограничивать снизу концен-цию носителей при заданном давлении, давая возможность продви-ться в сторону меньших давлений.

б) Выражение (10), вообще говоря, может относиться как к электро-м, так и к положительным ионам, в зависимости от того, какие частицы отражаются от стенки. Если B-поле отсутствует или оно невелико, оффициент поперечной диффузии электронов больше коэффициента перечной диффузии положительных ионов, стенка трубки заряжается ицательно, ускоряются к ней положительные ионы, и выражение) должно относиться к ионам. В достаточно сильных B-полях электроны оны могут поменяться ролями, хотя это и не обязательно (см., напри-, [5]).

Опыт показал, с другой стороны, что в достаточно больших B-ях существенную роль в диффузии начинают играть колебательные оцессы в плазме [5, 6, 7]; тогда уравнения (5) уже не описывают дви-ния частиц. В уравнения движения во всяком случае должно войти поле, меняющееся во времени и имеющее составляющую $E_y \neq 0$. Оцен-показывают, что диффузия перестает быть стационарной при меньших полях, чем те, в которых коэффициент диффузии ионов мог бы превы-ть коэффициент диффузии электронов. В Ar, например, при $p = 1$ *мм* т. ст. коэффициент диффузии ионов должен стать равным коэффициен-диффузии электронов при $B \simeq 15000$ *гс*, а диффузия перестает быть ционарной уже при полях меньше 4000 *гс*.

Отсюда следует, что выражение (10) можно применять в таких B-по-х, когда плазма носит стационарный характер. При этом выражение) должно относиться к положительным ионам.

3. Вывод краевого условия

Если плазма стационарна и к ней применима теория Шоттки, то по-ионов на стенку (10) должен равняться потоку амбиполярной диффу-

$$j = -D_a(B)\frac{dn(a)}{dz}. \tag{12}$$

равнивая правые части выражений (12) и (10) (последнее относится положительным ионам), получим следующее соотношение, которому жна удовлетворять концентрация ионов на границе плазмы:

$$n(a)\left\{\frac{\left(\frac{kT_p}{2\pi m_p}\right)^{1/2} + \frac{eE_z\tau_p}{2m_p}}{1+\omega_p^2\tau_p^2} + \frac{dn(a)}{dz}\left[D_a(B) - \frac{\frac{kT_p}{2m_p}\tau_p}{1+\omega_p^2\tau_p^2} - \right.\right.$$
$$\left.\left. - \frac{3\tau_p^2\frac{eE_z}{m_p}\left[\left(\frac{kT_p}{2\pi m_p}\right)^{1/2} + \frac{eE_z\tau_p}{2m_p}\right]}{(1+\omega_p^2\tau_p^2)(1+4\omega_p^2\tau_p^2)}\right]\right\} = 0. \tag{13}$$

Чтобы использовать (13) при численном расчете, необходимо подставит в него явное выражение E_z через концентрацию и ее производную; с дает диффузионная теория Шоттки:

$$E_z = -\frac{1}{n}\frac{dn}{dz}\frac{D_e(B) - D_p(B)}{b_e(B) + b_p(B)}. \qquad (1$$

Здесь $b(B)$ — подвижности частиц; индекс e относится к электрона $p-k$ ионам. Из той же теории имеем

$$D_a = \frac{D_e b_p + D_p b_e}{b_e + b_p}.$$

Если считать, что $D_e(B)$, $D_p(B)$, $b_e(B)$, $b_p(B)$ зависят от B-поля по закону Таунсенда [16], то (13) преобразуется к виду

$$sn^3(a) + q(B,p)\frac{dn(a)}{dz}n^2(a) + l(B,p)\left[\frac{dn(a)}{dz}\right]^2 n(a) + m(B,p)\left[\frac{dn(a)}{dz}\right]^3 = 0 \qquad (15)$$

где коэффициенты s, q, l, m выражаются через характеристики плазмы следующим образом:

$$s = \left(\frac{kT_p}{2\pi m_p}\right)^{1/2},$$

$$q = D_a(0)\frac{1+\omega_p^2\tau_p^2}{1+\omega_p\tau_p\,\omega_e\tau_e} - \frac{kT_e}{2m_p}\tau_p A(B) - \frac{kT_p}{2m_p}\tau_p =$$

$$= \frac{kT_e}{m_p}\tau_p\left\{0{,}85\,\frac{1+\omega_p^2\tau_p^2}{1+\omega_e\tau_e\,\omega_p\tau_p} - 0{,}5\,A(B)\right\} - \frac{kT_p}{2m_p}\tau_p,$$

$$l = \left(\frac{kT_p}{2\pi m_p}\right)^{1/2}\frac{3\tau_p^2}{1+4\omega_p^2\tau_p^2}\frac{kT_e}{m_p}A(B),$$

$$m = -\left(\frac{kT_e}{m_p}\right)^2\frac{3}{2}\tau_p^3\frac{A^2(B)}{1+4\omega_p^2\tau_p^2},$$

$$A(B) = \frac{1+\omega_p^2\tau_p^2 - \dfrac{D_p(0)}{D_e(0)}\omega_e^2\tau_e^2}{1+\omega_e\tau_e\,\omega_p\tau_p}.$$

Здесь $D_e(0)$, $D_p(0)$, $D_a(0)$ — коэффициенты диффузии в отсутствии B-поля.

Рассмотрим два следствия из (13) или (15).

Если положить в (13) $B = E_z = 0$, то

$$n(a) = \frac{1}{\left(\dfrac{kT_p}{2\pi m_p}\right)^{1/2}}\left[\frac{kT_p}{2m_p}\tau_p - D_a(0)\right]\frac{dn(a)}{dz}. \qquad (16$$

Это выражение отличается от соотношения Грановского (2) лишь чис ленными значениями коэффициентов. Учтем, что в (2)

$$\bar{c}_p = \left(\frac{8kT_p}{\pi m_p}\right)^{1/2} \text{ и } D_p = 0{,}85\,\frac{kT_p}{m_p}\tau_p;$$

тогда различие в коэффициентах (2) и (16) оказывается не более двой ного.

Кроме того, можно показать, что при достаточно больших давления условие (15) приближается к условию Тонкса (1). Действительно, в вы ражении (15) при $T_e\tau_p \to 0$ все коэффициенты, кроме s, стремятся к нулю, что приводит к $n(a) = 0$, если $dn(a)/dz$ конечно. Уменьшение $T_e\tau$

нуля может быть вызвано ростом давления газа до бесконечности. о физически означает, что при достаточно высоких давлениях можно льзоваться краевым условием Тонкса. На практике эти давления чинаются с нескольких миллиметров ртутного столба.

СПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИЙ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДОВ В НАПРАВЛЕНИИ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОМ МАГНИТНОМУ ПОЛЮ

В качестве примера применения полученного краевого условия рас-итаем распределение концентраций носителей зарядов вдоль радиуса илиндрической трубки.

1. Уравнение баланса частиц

Уравнение баланса частиц в плазме запишем с учетом ионизации пря-м электронным ударом и рекомбинации частиц в объеме. Положим, что газе не образуются отрицательные ионы.

Принимая, что плазма стационарна и концентрации носителей в ней статочны для того, чтобы диффузия носила амбиполярный характер, ем

$$\nabla (D_a(B)\,\nabla n) + z_i(B)\,n - \beta n^2 = 0, \tag{17}$$

$z_i(B)$ — частота ионизации; β — коэффициент рекомбинации.

Обычно при не слишком больших концентрациях $\leqslant 10^{10}$ *см*$^{-3}$ в объе- рекомбинирует малая часть образующихся там частиц и членом ре-мбинации в (17) можно пренебречь. Но B-поле, затрудняя диффузион-й уход частиц к стенкам, способствует объемной рекомбинации. распадающейся плазме такое влияние B-поля исследовано Сыргием и ановским [8].

Если трубка обладает цилиндрической симметрией и температура ектронов одинакова по всему сечению, то (17) принимает вид

$$D_a(B)\,\frac{1}{r}\,\frac{d}{dr}\left(r\,\frac{dn}{dr}\right) + z_i(B)\,n - \beta n^2 = 0. \tag{18}$$

Уравнение такого типа решено Крушке и Зелигером [9] при рас-отрении вопроса об учете рекомбинации в плазме без B-поля. Следуя , представим (18) в виде

$$x\,\frac{d^2\nu}{dx^2} + \frac{d\nu}{dx} + x\nu = \gamma x\nu^2, \tag{19}$$

е введены новые переменные $x = r\sqrt{z_i(B)/D_a(B)}$ и $\nu = n(x)/n(0)$ и означение $\gamma = n(0)\,\beta/z_i(B)$; γ характеризует отношение числа частиц, комбинирующих вблизи оси трубки, к числу образующихся там ча-ц.

Решение уравнения (19) получено в виде степенного ряда

$$\nu = \sum_{k=0}^{\infty} a_k\,x^k, \tag{20}$$

$$a_1 = a_3 = a_5 = \ldots = 0;$$

$$a_0 = 1;$$

$$a_2 = \frac{\gamma - 1}{2^2};$$

$$a_4 = \frac{2\gamma - 1}{4^2}\,a_2;$$

$$a_6 = \frac{1}{6^2}\left[(2\gamma - 1)\,a_4 + \gamma a_2^2\right] \text{ и т. д.}$$

При $\gamma = \beta = 0$ ряд (20) представляет собой функцию Бесселя нулевого порядка

$$\nu(x) = \frac{n(x)}{n(0)} = J_0(x). \qquad (21)$$

Решение (20) или (21) должно на границе плазмы удовлетворять условию (15).

2. Результаты расчетов и сравнение с экспериментом

Был произведен численный расчет распределения концентраций в Ar при давлениях 0,38 и 0,16 *мм* рт. ст.; для этого мы брали значения T_e из зондовых измерений, T_i полагали $\sim 1000°$ K, а $\bar{\lambda}_e$ и $\bar{\lambda}_p$ находили по литературным данным [10, 11].

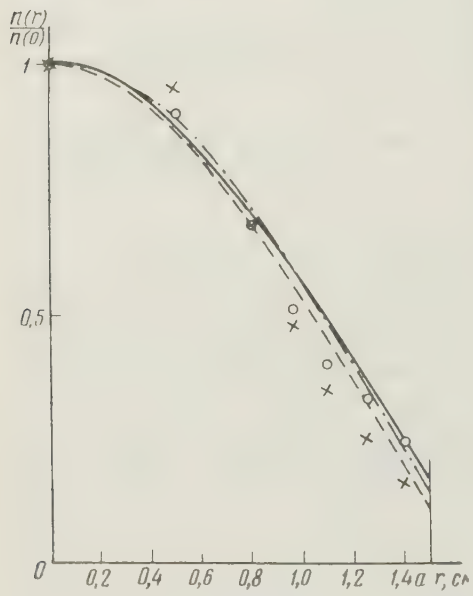


Рис. 2

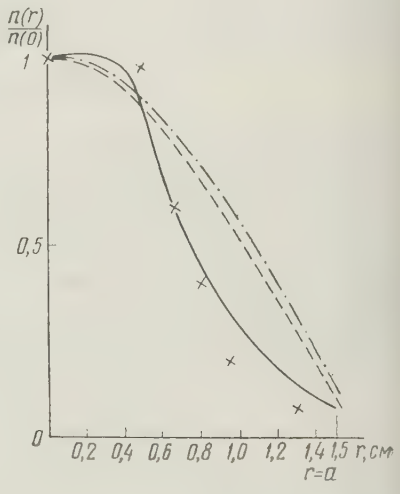


Рис. 3

Рис. 2. Распределение концентраций вдоль радиуса трубки в Ar, $p = 0{,}38$ *мм* рт. ст. Расчетные кривые: сплошная — $B = 0$, $\gamma = 0$; пунктир — $B = 600$ *гс*, $\gamma = 0$; штрих-пунктир — $B = 600$ *гс*, $\gamma = 0{,}4$. Экспериментальные данные при $i_a = 0{,}3$ *а*: ○ — $B = 0$; × — $B = 600$ *гс* (i_a — ток в трубке)

Рис. 3. Распределение концентраций вдоль радиуса трубки в Ar, $p = 0{,}16$ *мм* рт. ст. $B = 600$ *гс*

Расчетные кривые: пунктир — $\gamma = 0$, $T_e = \text{const}$ (r); штрих-пунктир — $\gamma = 0{,}4$, $T_e = \text{const}$ $(r$ сплошная — $\gamma = 0{,}4$, $T_e\,(a) = 0{,}6\ T_e\ (0)$; X—экспериментальные данные при $i_a = 0{,}3$ *а*

Результаты расчетов представлены на рис. 2, 3. Здесь же нанесены экспериментальные точки, отражающие распределение концентраций вдоль радиуса цилиндрической трубки.

Измерения велись в стеклянной цилиндрической трубке радиуса 1,5 *см*. По сечению такой трубки перемещался цилиндрический зонд ($l = 5$ *мм*, $d = 0{,}2$ *мм*) при помощи шлифа [7]. На зонд подавался большой отрицательный потенциал (50—100 *в*) и определялись токи на зонд на разных расстояниях его от оси трубки. Эти токи могут характеризовать распределение концентраций лишь в том случае, если T_p не меняется по сечению трубки. Более точное определение $n(z)$ связано с большими экспериментальными трудностями.

Из рис. 2 видно, что при $p = 0{,}38$ *мм* рт. ст. расчетные кривые при $\gamma = 0$ [формула (21)] довольно близки к экспериментальным точкам

онижение кривой при наложении B-поля происходит в той же мере, го и понижение экспериментальных точек. Учет возможной объемной екомбинации [формула (20)] несколько ухудшает согласие расчета с опы-ом.

Рис. 3, относящийся к меньшему давлению 0,16 *мм* рт. ст. и $B=600$ *гс*, оказывает, что расчетные пунктирные кривые (с учетом рекомбинации без учета ее) и ход экспериментальных точек не совпадают.

3. Обсуждение результатов расчета распределения

Мы видим, что рассчитанное распределение концентраций при дав-ении 0,38 *мм* рт. ст. и B-полях, равных 0 и 600 *гс*, оказывается близким экспериментальному, хотя и имеются существенные отклонения. При еньшем же давлении 0,16 *мм* рт. ст., когда влияние B-поля в 600 *гс* го-аздо более существенно, экспериментальная кривая проходит совсем е так, как расчетная. В то же время концентрации у границы, полу-аемые в эксперименте и расчете, близки между собой. Попытаемся бъяснить это.

Исходное уравнение (18) и краевое условие (15) имеют определенные раницы применимости. Условия, в которых проводились опыты, выбра-ы так, что (15) применять можно.

Имеющееся несоответствие эксперимента и теории можно отнести за чет неприменимости (18). В пользу такого соображения говорит ход кспериментальных кривых, имеющий точку перегиба, особенно замет-ую на рис. 3. Кривые распределения концентраций, полученные Рейх-уделем и Спиваком при помощи секционированного анода [12], тоже бнаруживают аналогичный ход. Ни функция Бесселя (21), ни кривая учетом рекомбинации (20) такого хода иметь не могут независимо от чис-енных значений коэффициентов в краевом условии (15). Не может изме-ить этого результата, например, использование в краевом условии не $T_p = 1000°$ К, а $T_p = T_e/2$, как требует того теория Бома [15].

Для того чтобы функция обладала точкой перегиба, ее вторая произ-одная должна обращаться в нуль при $0 < r < a$. Используя уравнение 7), более общее, чем (18), можно показать, что такая возможность не сключена.

Действительно, допустим, что T_e меняется по сечению трубки. Такое опущение имеет смысл хотя бы потому, что на стенках теряются наиболее ыстрые электроны, и T_e у стенок может быть ниже, чем на оси, особенно, сли обмен энергиями электронов по сечению затруднен B-полем.

Запишем уравнение (17) для простоты в плоском случае:

$$D_a(B, T_e)\frac{d^2n}{dz^2} = -\frac{dD_a(B, T_e)}{dz}\frac{dn}{dz} - z_i(T_e)\, n_e + \beta(T_e)\, n^2. \qquad (22)$$

нак $\frac{d^2n}{dz^2}$ определяется противоположными процессами: ионизацией и екомбинацией; первое слагаемое в правой части уравнения (22), по-идимому, всегда отрицательно. У оси $\frac{d^2n}{dz^2} < 0$, так как ионизация не еньше рекомбинации. На некотором расстоянии от оси рекомбинация ожет превысить ионизацию настолько, что $\frac{d^2n}{dz^2} > 0$. Это может произой-и благодаря тому, что $z_i(T_e)$ является весьма чувствительной функ-ией T_e. При небольшом изменении T_e на 10% z_i уменьшается в не-колько раз, β при этом лишь несколько возрастает. Но превышение екомбинации над ионизацией может иметь место, если и на оси реком-инация сколько-нибудь заметна, а этому, как отмечалось выше, спо-обствует B-поле.

Заметим, что учет ступенчатой ионизации не объясняет наличия перегиба, так как это прибавляет в правой части (22) лишь отрицательное слагаемое.

Чтобы показать, что уменьшение T_e по направлению к стенкам может объяснить имеющееся расхождение между ходом экспериментальных точек и вычисленными кривыми, был произведен упрощенный расчет распределения $n(z)$. Мы положили, что T_e меняется по линейному закону $T_e(r) = T_e(0) - \alpha r$; тогда в цилиндрическом случае ($z = r$) уравнение (17) можно заменить следующей системой двух дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{dn}{dr} = v,$$

$$\frac{dv}{dr} = \frac{n(r)(1 + \omega_e \tau_e \omega_p \tau_p)}{0{,}53 \cdot \bar{\lambda}_p T_e(r) \left(\frac{k}{m_p T_p}\right)^{1/2}} \{\beta n - z_i(T_e)\} - \frac{v}{r} + \frac{\alpha v}{T_e}.$$

Эта система дает возможность строить кусочно-непрерывную кривую $n(r)$ по методу Эйлера. Такое построение произведено в случае Ar, $p = 0{,}16$ *мм* рт. ст., $B = 600$ *гс* в предположении, что на оси $\gamma = 0{,}4$ и $T_e(a) = 0{,}6\ T_e(0)$. Зависимость частоты ионизации от температуры электронов $z_i(T_e)$ принята по Киллиену [14]. Концентрация $n(0)$ и температура электронов $T_e(0)$ на оси получены в зондовых измерениях. Полученная кривая представлена на рис. 3; она удовлетворяет краевому условию (15). Из рис. 3 видно, что эта кривая близко располагается к экспериментальным точкам и, главное, характер кривой тот же, что в эксперименте.

Для точного решения задачи при температуре электронов, переменной по сечению, надо решать совместно два нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнения с переменными коэффициентами: уравнение баланса частиц [типа (22)] и уравнение баланса энергий. Решение этой самостоятельной сложной проблемы, выходящее за пределы данной работы, может привести к полному объяснению контракции плазмы в B-поле.

ВЫВОДЫ

1. В работе получено краевое условие для ионов, учитывающее влияние E- и B-полей на их движение у стенок. Из него при некоторых дополнительных условиях получаются условия Грановского и Тонкса.

2. Краевое условие можно применять лишь при следующих ограничениях: режим должен быть диффузионным (8), ионы из пристеночного слоя не могут отражаться в плазму (11) и плазма должна быть стационарной.

3. Изменение условий на границе в зависимости от B-поля может объяснить лишь отчасти контракцию положительного столба.

Концентрации у стенок, получаемые в эксперименте и расчетах, очень близки между собой. В то же время наблюдаются существенные отклонения хода измеренных кривых распределения концентраций от рассчитанных в предположении постоянства T_e в сечении трубки. Такие отклонения можно устранить при помощи предположения об изменении T по сечению трубки и одновременно существенного влияния объемной рекомбинации.

Автор приносит глубокую благодарность В. Л. Грановскому за постоянное внимание и полезные указания по ходу работы.

ЛИТЕРАТУРА

. L. Tonks, Phys. Rev., 1939, **56**, 4, 360.
. В. Л. Грановский, Докл. АН СССР, 1939, **23**, 9, 880.
. В. А. Фабрикант, Докл. АН СССР, 1940, **29**, 8—9, 557.
. S. Chapman, T. G. Cowling, The mathematical theory of non-uniform gases, Cambridge, 1939.
. Ф. К. Хох, Б. Ленерт, Докл. на 4-й Международной конференции по ионизационным явлениям в газах, 1959; Б. Ленерт, Докл. на 2-й Международной конференции по мирному использованию атомной энергии, 1958.
. А. В. Жаринов, Атомная энергия, 1959, **7**, 3, 215, 220.
. И. А. Васильева, В. Л. Грановский, Радиотехника и электроника, 1959, **4**, 12, 2051; И. А. Васильева, В. Л. Грановский, А. Ф. Черноволенко, Радиотехника и электроника, 1960, **5**, 9, 1508.
. А. С. Сыргий, В. Л. Грановский, Радиотехника и электроника, 1960, **5**, 7, 1129.
. A. Kruschke, R. Seeliger, Z. Phys., 1933, **B34**, 23, 883.
. C. Ramsauer, Ann. Phys., 1921, **64**, 6, 513; 1923, **72**, 345.
. A. Rostagni, Nuovo cimento, 1934, **11**, 34, 99.
. E. Reichrudel, G. Spiwak, J. Phys., 1941, **4**, 3, 211.
. Х. М. Фаталиев, Изв. АН АзербССР, 1944, 9, 8.
. T. I. Killien, Phys. Rev., 1930, **35**, 10, 1238.
. Ed. A. Guthrie, P. K. Wakerling, The characteristics of electrica discharges in magnetic fields, N. Y., 1949 (chapter 3 by D. Bohm).
. T. S. Townsend, Philos. Mag., 1938, **25**, 7, 459

Поступила в редакцию
19 V 1960

1960 № 1

О МЕХАНИЗМЕ ВОЗНИКНОВЕНИЯ КАТОДНОГО ПЯТНА НА ОТРИЦАТЕЛЬНО ЗАРЯЖЕННЫХ ЭЛЕКТРОДАХ В ПЛАЗМЕ ГАЗОВОГО РАЗРЯДА

Я. Я. Удрис

Методами осциллографирования и скоростной съемки исследован процесс возникновения катодного пятна на отрицательно заряженных электродах, погруженных в плазму, при ударе ртутной капли или металлической частицы. Получена физическая картина этого процесса. Дана классификация механизмов возникновения катодного пятна под действием капель ртути в зависимости от диапазона напряжений, роли местного повышения давления, создаваемого каплей, и заряда металлической частицы, подлетающей к электроду.

ВВЕДЕНИЕ

Возникновение катодного пятна на отрицательных электродах различных газоразрядных приборов внезапно нарушает их электрическую прочность. Катодное пятно на аноде ртутного вентиля в отрицательный полупериод (обратное зажигание) легко возникает при попадании капель ртути: брызг с катода или ртутного конденсата. По литературным данным [1, 2, 3, 4] действие капли, приводящее к образованию катодного пятна, двоякое. Во-первых, при соударении капли с нагретым электродом происходит местное повышение давления ртутного пара. Во-вторых, капля, несущая положительный заряд, должна создавать сильное электрическое поле в момент приближения к поверхности отрицательного электрода. В настоящей работе исследована динамика развития катодного пятна, вызываемого ртутной каплей, и выяснено, в каких случаях его возникновение определяется местным повышением давления и в каких — действием заряда.

1. МЕТОДИКА

В работе применялись два метода: 1) осциллографирование тока капельных обратных зажиганий; 2) скоростная съемка капель в момент удара об электрод и световых явлений, сопровождающих возникновение обратных зажиганий *.

Осциллографирование проводилось электронно-лучевой трубкой с послеускорением электронов и послесвечением экрана при непрерывной развертке луча. Специальная схема на входе осциллографа срезала бо́льшую часть пика дугового тока, в то же время усиливая преддуговые стадии обратного зажигания. Этим обеспечивалась возможность одновременной индикации как сильных, так и слабых токов. Затвор фотоаппарата открывался за 2—3 *сек* перед попаданием капли на электрод

* Термины «образование катодного пятна под действием капель ртути» и «капельное обратное зажигание» употребляются в статье как синонимы.

Скоростная съемка велась электронно-оптическим преобразователем разработки М. М. Бутслова. Преобразователь работал как быстродействующий затвор, управляемый прямоугольными импульсами напряжения. Длительность импульсов, т. е. экспозиция, нужная в описываемых опытах, была порядка 10^{-4} *сек*. Падающая капля пересекала узкий пучок света над горизонтальной поверхностью электрода и, отбрасывая тень на фотосопротивление, создавала импульс, который усиливался и с некоторым запаздыванием (вследствие наличия регулируемой задержки) запускал схему отпирания затвора электронно-оптического преобразователя. Капля освещалась сзади специальным осветителем, так что съемка велась против света. На снимках (см., например, рис. 3) получались: а) темное, теневое изображение капли и электрода; б) как фон менее темный светлый фон; в) светлые пятна или точки яркого свечения, вызывае-

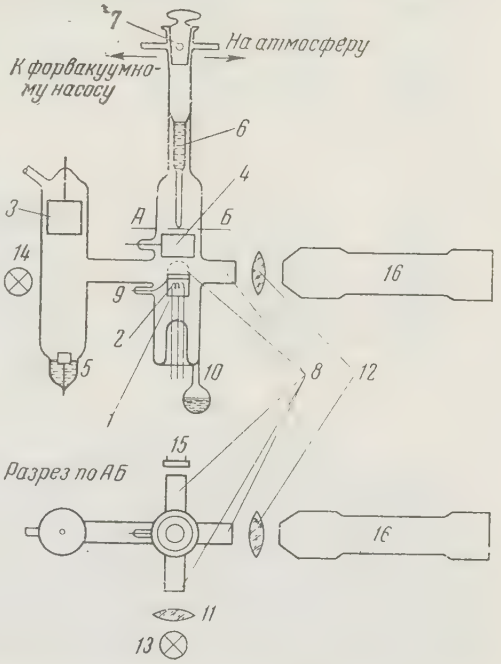


Рис. 1. Схема исследования капельных обратных зажиганий под действием капель ртути диаметром 1—2 *мм*

мые обратным зажиганием. Параллельно со съемкой электронно-оптическим преобразователем фотографировались осциллограммы тока обратного зажигания и импульсов, открывающих затвор преобразователя. Сопоставляя их, можно было определять момент съемки по отношению к началу обратного зажигания. Для этого применялся трехлучевой осциллограф со ждущей разверткой. Полная схема фотографирования капельных обратных зажиганий показана на рис. 1. Здесь *1* — отрицательно заряженный электрод; *2* — подогрев электрода; *3*, *4* — аноды вспомогательного разряда; *5* — ртутный катод с никелевым фиксатором дугового пятна; *6* — ртутная капельница; *7* — вакуумный кран для пуска и остановки капель; *8* — отростки с плоскими смотровыми стеклами; *9* — термопара; *10* — объем для стока ртути; *11*, *12* — объективы; *13* — осветитель, создающий тень капли на фотосопротивлении; *14* — осветитель для получения теневого изображения капли на фотокатоде электронно-оптического преобразователя; *15* — фотосопротивление; *16* — электронно-оптический преобразователь.

Обратные зажигания вызывались ртутными каплями диаметром —2 *мм*, капавшими через равные промежутки времени на отрицательный электрод, снабженный подогревом. Электрод находился в плазме вспомогательного разряда постоянного тока, регулируя который, можно было изменять ток положительных ионов, текущий на электрод. В других случаях источником капель в виде множества мелких брызг служило нефиксированное катодное пятно ртутной дуги. Ток обратного зажигания прорекал импульсами в момент разряда конденсатора, заряжаемого от кенотронного однополупериодного выпрямителя. Методика получения капельных обратных зажиганий подробно описана в [4].

2. РАЗВИТИЕ КАПЕЛЬНЫХ ОБРАТНЫХ ЗАЖИГАНИЙ ПРИ НАПРЯЖЕНИЯХ ОТ 300 ДО 5000 *в*

На рис. 2, *а* схематически изображена осциллограмма тока капельного обратного зажигания, типичная для диапазона напряжений 300—5000 *в* *. Ее дополняет рис. 3, показывающий развитие свечения капельного обратного зажигания и различные стадии отражения капли **. Анализ большого количества подобных фотографий и осциллограмм при разных

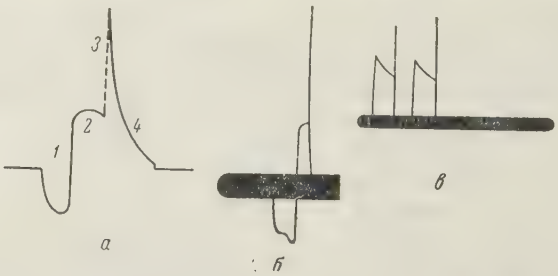


Рис. 2. Осциллограммы тока капельных обратных зажиганий с выделением преддуговых стадий:

а — схематическое изображение; *б* — осциллограмма тока обратного зажигания, вызванного на стальном электроде крупной каплей ртути: $\varnothing \simeq 1$ *мм*, $U = 470$ *в*, $t = 350°C$, $j_+ = 1$ *ма/см²*; *в* — осциллограмма тока двух последовательных обратных зажиганий на стальном электроде под действием мелких капель ртути: $\varnothing$ не более нескольких десятых долей миллиметра, $U = 2000$ *в*, $t = 320°C$, $j_+ = 0{,}65$ *ма/см²*

напряжениях, величине ионного тока и температурах электрода привел к представлению о четырех этапах развития капельного обратного зажигания.

На первом этапе капля ударяется о поверхность отрицательного электрода, проходит, деформируясь, через полусферическую форму и превращается в плоскую лепешку. В течение нескольких долей миллисекунды расплющенная капля находится в контакте с нагретым электродом, причем ее температура и испарение постепенно нарастают. Катодное пятно на первом этапе еще отсутствует. Соответствующий участок осциллограммы тока (рис. 2,*а*) имеет вид импульса обратной полярности ***. Током обратного направления в данном случае принимается уменьшение величины ионного тока, непрерывно текущего на электрод из плазмы постоянного вспомогательного разряда. При небольшом ионном токе или при малых диаметрах капель импульс «обратного» тока на осциллограммах не обнаруживается. Амплитуда импульса сильно увеличивается с ростом местного повышения давления, создаваемого испаряющейся каплей, а также с ростом ионного тока, и почти не зависит от напряжения на электроде. Такой характер изменения амплитуды импульса приводит к выводу, что уменьшение ионного тока есть результат образования плотного слоя ртутного пара, кратковременно экранирующего электрод от попадания положительных ионов.

---

* Выше 5 *кв* наблюдения преддуговых стадий капельного обратного зажигания нами не производились.

** Благодаря хорошей воспроизводимости отдельных стадий процессов отражения капли и развития обратного зажигания удалось, не прибегая к многокадровой съемке, составить короткие «кинофильмы» (примером которых является рис. 3) из кадров для разных капель.

*** Для количественной характеристики импульса можно указать, например, что его амплитуда составляла приблизительно 2—3 *ма* при токе положительных ионов около 5 *ма* и температуре электрода около 350° С.

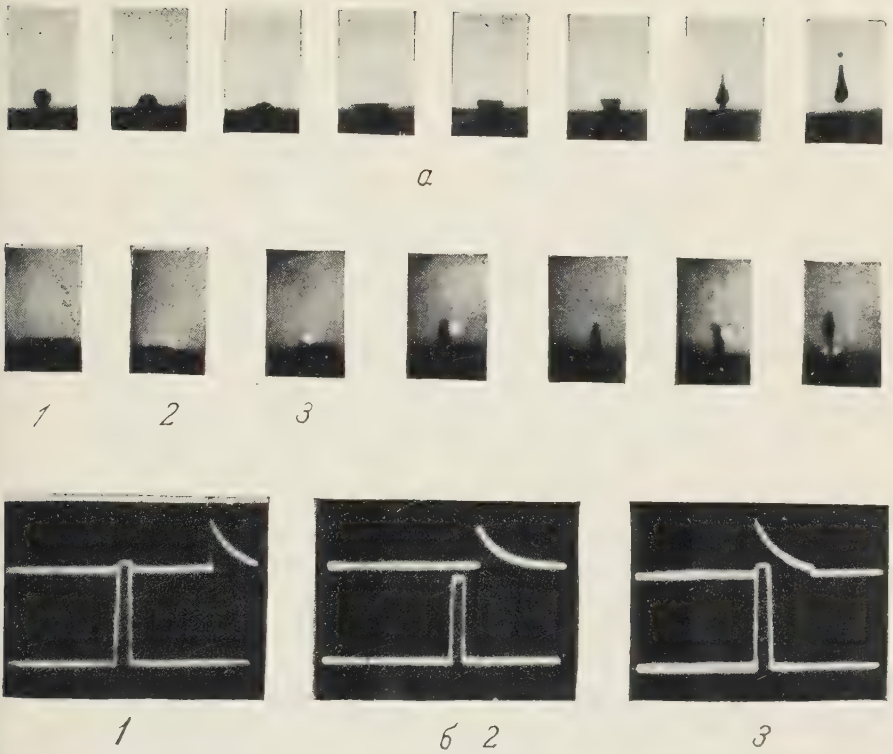


Рис. 3

а — различные стадии отражения капли от стального электрода в отсутствие напряжения и ионного тока, $t = 350°C$; *б*—развитие свечения капельного обратного зажигания, $\varnothing \simeq 1$ *мм*, $U = 2000$ *в*, $j_+ = 1$ *ма/см²*, $t = 350°C$. Осциллограммы для снимков *1*, *2*, *3* показывают момент съемки по отношению к процессу обратного зажигания: *1* — капля расплющена, но катодное пятно еще не возникло, *2* — свечение тлеющего разряда, *3* и далее — катодное пятно на поверхности ртутной капли

Рис. 4. Снимок обратного зажигания в зазоре между свинцовым шариком и стальным электродом. Диаметр шарика около 2 *мм*, $U = 15$ *кв*, $j_+ \simeq 2$—3 *ма/см²*, *t* электрода около 20° С. Давление паров ртути 10^{-3} — 10^{-2} *мм* рт. ст.

После того как создалось достаточно высокое местное давление ртутного пара, наступает второй этап развития капельного обратного зажигания. Капля продолжает сохранять расплюснутую форму, но теперь она окружена ярким свечением, распределенным по всей наружной поверхности лепешки. Это свечение, как видно из рис. 3, предшествует року дугового тока и принадлежит слаботочной форме разряда, характеризуемой величиной тока не более нескольких десятков миллиампер. Зная площадь, покрытую свечением (диаметр лепешки, как правило, в 2—3 раза больше диаметра сферической капли), и проходящий через нее ток, легко найти, что средняя плотность тока лежит в пределах от нескольких десятков до тысячи миллиампер на квадратный сантиметр. Падение напряжения на разрядном промежутке до зажигания и во время горения предуговой стадии разряда практически одно и то же, т. е. составляет от нескольких сотен до нескольких тысяч вольт. Разряд с такими параметрами может быть тлеющим или затрудненным и, очевидно, возникает в слое пространственного заряда между поверхностью отрицательного электрода и границей плазмы, играющей роль положительного электрода. Зажигание разряда происходит в сложных условиях: а) неравномерного распределения плотности ртутного пара; б) наличия в межэлектродном промежутке не только нейтральных атомов, но и зарядов обоих знаков; в) существования потока пара, направленного от поверхности расплющенной капли в сторону плазмы, который затрудняет прохождение положительных ионов к поверхности отрицательного электрода.

Было найдено, что стадия слаботочного преддугового разряда существует независимо от того, крупными или мелкими каплями создаются обратные зажигания (рис. 2,*б* и 2,*в* соответственно).

На третьем этапе происходит переход тлеющего (или затрудненного) разряда в дугу. Время, в течение которого завершается этот процесс, должно быть порядка 10^{-7}— 10^{-8} *сек*, и поэтому детали перехода остались неразрешенными и на имеющихся осциллограммах, и на фотографиях свечения развивающегося катодного пятна. Интересно, что при недостаточном нагреве электрода переход в дугу совершиться не может, и капельное обратное зажигание, пройдя стадию тлеющего разряда, далее не развивается [4]. Это показывает, что обязательным условием перехода второй стадии капельного обратного зажигания в дугу является достижение некоторой достаточно высокой величины местного давления ртутного пара при данных напряжении и плотности ионного тока на электроде *. Время после начала преддугового разряда, когда происходит переход, уменьшается как с ростом температуры электрода, так и с увеличением напряжения. Следует подчеркнуть, что в области напряжений 400 — 5000 *в* все зарегистрированные на осциллограммах капельные обратные зажигания совершались в результате перехода тлеющего или затрудненного разряда в дуговой.

Завершающая, четвертая стадия капельного обратного зажигания является обычным дуговым разрядом с ртутным катодом, роль которого играет капля, сначала расплющенная, а затем постепенно восстанавливающая сферическую форму. Соответствующая часть осциллограммы тока представляет кривую разряда конденсатора через омическое сопротивление в цепи обратного зажигания. Пик тока численно равен частному от деления напряжения, до которого заряжен конденсатор, на величину балластного сопротивления. Падение напряжения на разрядном

* Таким образом, для возникновения капельного обратного зажигания вовсе не требуется разрыва контакта капли с электродом, как это предполагали некоторые авторы [1, 2].

промежутке во время разряда конденсатора приблизительно постоянно, составляя несколько десятков вольт.

Полученная картина развития капельного обратного зажигания качественно одинакова и для стальных, и для графитовых электродов. Она объясняет такие параметры, как пороговое напряжение и температурный порог капельных обратных зажиганий [4], связывая их с зажиганием тлеющего (или затрудненного) разряда при достижении некоторого среднего значения pd в пространстве между электродом и границей плазмы вспомогательного разряда.

Механизм образования капельного обратного зажигания в рассмотренном диапазоне напряжений сводится к хорошо известному (хотя и не решенному до сих пор) вопросу об автоэлектронном переходе разряда типа тлеющего в дугу. Решающая роль местного повышения давления проявляется дважды: во-первых, при зажигании предугловой стадии разряда; во-вторых, при переходе этой стадии в дугу. Тот факт, что обратное зажигание возникает значительно позже момента соударения капли с электродом, прямо указывает, что положительный заряд капли, подлетающей к электроду, не имеет никакого принципиального значения для возникновения капельного обратного зажигания в рассмотренной области напряжений.

3. ОБРАЗОВАНИЕ ОБРАТНОГО ЗАЖИГАНИЯ ПРИ НАПРЯЖЕНИИ ВЫШЕ 10—12 *кв*

Потенциал капли, движущейся к отрицательному электроду в прилегающем слое положительного объемного заряда, все время приблизительно * равен потенциалу плазмы вспомогательного разряда. Поэтому разность потенциалов между электродом и подлетающей каплей практически равна напряжению, поданному на электрод, и проявления роли заряда капли в механизме возникновения обратного зажигания следовало ожидать при более высоких напряжениях, чем те, которые использовались в предыдущей части работы.

Чтобы получить четкие данные о величине напряжений, где местное повышение давления уже не обязательно для начала обратного зажигания, возникающего благодаря действию заряда капли, в опыте было заведомо исключено образование повышенной плотности пара за счет испарения частицы при ударе об электрод. Для этого вместо ртутных капель использовались твердые металлические шарики с низкой упругостью пара (стальные и свинцовые) диаметром около 2 *мм*, которые сбрасывались на холодные электроды из стали и графита.

Опыт показал следующее.

1) Обратные зажигания возникали при напряжениях не менее 10—12 *кв* с вероятностью, близкой к 100%.

2) Величина напряжения, при котором шарики приобретали способность вызывать обратные зажигания, практически не зависела ни от материала электрода (сталь, графит), ни от материала шариков (сталь или свинец с окисленной поверхностью).

3) Скоростная съемка показала, что обратное зажигание начинается в зазоре порядка 0,1 *мм* между шариком и электродом (рис. 4).

Из этих фактов вытекает, что при напряжении выше 10—12 *кв* имеет место иной механизм возникновения обратных зажиганий, которые по существу уже не являются капельными, независимо от того, твердые или жидкие частицы их вызывают. Естественно предположить, что началом

* Приблизительно потому, что наряду с подзарядом положительными ионами поддерживающим потенциал капли на уровне потенциала плазмы, на каплю поступают электроны, находящиеся в пределах ионного слоя благодаря γ-процессам на электроде и ионизации в слое. Существование значительного положительного потенциала капли относительно электрода было проверено нами экспериментально измерением напряжения между изолированным шаровым зондом, помещенным в слой объемного положительного заряда, и электродом.

развития катодного пятна под действием заряда приближающейся частицы является автоэлектронная эмиссия с поверхности электрода *. В дальнейшем на электрод разряжается емкость заряженной частицы, и катодное пятно, возникшее на материале электрода, подхватывается внешним источником высокого напряжения.

4. КАПЕЛЬНЫЕ ОБРАТНЫЕ ЗАЖИГАНИЯ ПРИ НАПРЯЖЕНИЯХ НИЖЕ 300 *в*

В области напряжений, расположенной ниже минимума кривой Пашена **, зажигание тлеющего или затрудненного разряда невозможно. Следовательно, здесь капельное обратное зажигание не может развиваться ни путем перехода разряда типа тлеющего в дугу, ни путем пробоя зазора между электродом и подлетающей каплей. Однако в предыдущей работе [6] было найдено, что капельные обратные зажигания могут возникать при напряжениях всего лишь в несколько десятков вольт. Такие «низковольтные» обратные зажигания наблюдались при следующих условиях опыта.

1. При наличии интенсивной плазмы. Напряжение и ток положительных ионов подбирались так, чтобы капли диаметром 1—2 *мм* вызывали обратные зажигания с вероятностью 10% на стальном электроде, нагретом до 350°С. С ростом плотности ионного тока (т.е. интенсивности плазмы вспомогательного разряда) напряжение для данной вероятности обратных зажиганий монотонно убывало. При плотности ионного тока 5—10 *ма/см*^{2} необходимое напряжение не превышало 70 *в* по отношению к плазме (50 *в* относительно катода вспомогательного разряда). Обязательным условием образования катодного пятна был нагрев отрицательного электрода выше 180—200°С.

2. На границе соприкосновения кварца и стали. Разбрызгиваемые катодным пятном ртутной дуги капли ударялись о цилиндрический стальной электрод, на который была насажена кварцевая трубка. При попадании капли на границу стали и кварца требовалось не более 30 *в* по отношению к плазме вспомогательного разряда (13 *в* относительно катода) для возникновения катодного пятна. И в этом случае для образования катодного пятна был необходим нагрев электрода выше 200°С. Интересно, что при тех же условиях опыта на поверхности стали, не соприкасающейся с кварцем, для возникновения капельного обратного зажигания требовалось значительно большее напряжение (около 300 *в*).

Как уже отмечалось, механизм возникновения капельных обратных зажиганий при напряжениях ниже 300 *в* отличается в начальных стадиях от обоих механизмов, уже рассмотренных в данной работе. Сходство обнаруживается в том, что как в области 300—5000 *в*, так и в области напряжений ниже 300 *в*, решающим фактором для образования катодного пятна является местное увеличение давления ртутного пара. Наиболее естественно предположить, что роль увеличения давления заключается в повышении ионизации и концентрации ионного тока, текущего на электрод из плазмы вспомогательного разряда, возле испаряющейся капли. По-видимому, достаточно высокая локальная плотность ионного тока из плазмы на отрицательный электрод имеет тенденцию к самонарастанию вплоть до момента сформирования катодного пятна. Можно предполагать также, что местное усиление ионизации, возникающее при испарении кап-

---

* Следует заметить, что в таком случае автоэлектронная эмиссия возникает при относительно небольшом электрическом поле, поскольку оцениваемая из опыта величина напряженности в зазоре между частицей и электродом не превышает 10^6 *в/см*.

** По данным работ [5] и [8] для ртутных паров и ртутного катода минимум кривой Пашена соответствует напряжению 230—295 *в*.

ли, приводит при низких напряжениях сначала к образованию униполярной дуги, которая в дальнейшем подхватывается внешним источником напряжения, поданного на электрод. Известно, что стационарные униполярные дуги наблюдались в работе [7] на изолированных электродах, погруженных в плазму, если последняя была достаточно интенсивна.

Специфика возникновения капельного обратного зажигания в месте соприкосновения кварца со сталью состоит, вероятно, в действии сильного электрического поля положительного заряда, который накапливается на поверхности кварца *. Сильное поле на границе кварц—электрод способствует интенсивной ионизации ртутного пара при испарении капли, что и приводит, как выше предполагалось, к образованию катодного пятна.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Образование катодного пятна под действием ртутной капли вызывается тремя различными механизмами в зависимости от величины напряжения на электроде.

1. В области напряжений, расположенной ниже минимума кривой Пашена (для ртутного пара ниже 300 *в*), возникновение пятна требует наличия интенсивной плазмы (с плотностью ионного тока на электрод не менее 5—10 *ма/см*^{2}) и одновременного нагрева электрода, обеспечивающего местное повышение давления при ударе капли. Особым случаем является образование катодного пятна при попадании капли ртути на границу нагретого стального электрода и кварцевой трубки, когда присутствие диэлектрика резко понижает напряжение, необходимое для возникновения пятна.

2. В области напряжений, расположенной выше минимума кривой Пашена, приблизительно до 5—10 *кв*, для образования катодного пятна обязателен нагрев электрода, т. е. требуется местное повышение плотности пара. Положительный заряд капли не играет при этом никакой существенной роли. Осциллографирование и скоростная съемка показали, что здесь появлению дугового пятна предшествует зажигание на поверхности расплющенной капли разряда типа тлеющего, характеризующегося относительно низкой плотностью тока (10^{-2} — 10^{0} *а/см*^{2}) и падением напряжения несколько сотен — несколько тысяч вольт. При достаточно высоком местном давлении ртутного пара этот разряд самопроизвольно, с большой скоростью переходит в дугу.

3. При напряжении выше 10—12 *кв* возникновение пятна в условиях опытов не требовало нагрева электрода и вызывалось пробоем зазора порядка 0,1 *мм* между электродом и подлетающей положительно заряженной проводящей частицей (в частности ртутной каплей).

Автор приносит благодарность Б. Н. Клярфельду за интерес, проявленный к результатам работы, и В. Ф. Конаху за помощь в проведении экспериментов.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Slepian, L. Ludwig, Trans. Amer. Inst. Electr. Engrs, 1932, **51**, 92.
2. T. Jurriaanse, M. Druyvesteyn, Physica, 1936, **3**, 825.
3. Г. Н. Голубчин, Л. А. Сена, Электричество, 1956, **6**, 60.
4. Я. Я. Удрис, Тр. ВЭИ, 1958, **63**, 147.
5. R. Grigorovici, Z. Phys., 1939, **111**, 596.
6. Я. Я. Удрис, Диссертация, ВЭИ, 1958.
7. A. Robson, P. Thonemann, Proc. Phys. Soc. B, 1959, **73**, 508.
8. Н. Миндлин, ЖТФ, 1950, **20**, 175.

Поступила в редакцию
9 IV 1960

* Диэлектрическая поверхность, прилегающая к отрицательному электроду и находящаяся в слое объемного положительного заряда, должна заряжаться положительно относительно электрода по тем же причинам, что и металлическая частица, проходящая через слой.

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

1960 № 12

К ТЕОРИИ ТУННЕЛЬНОГО ДИОДА

В. Л. Бонч-Бруевич

Рассмотрен вопрос о влиянии условий легирования на характеристики туннельных диодов. Показано, что параметры последних существенно зависят от фактической структуры непрерывного спектра в реальном кристалле, в частности от расположения границ примесных и дислокационных зон.

1. ВВЕДЕНИЕ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Туннельный диод, рассмотренный в работе [1], открывает весьма заманчивые технические перспективы. По этой причине представляется актуальным исследование основных факторов, определяющих вид его вольтамперной характеристики. Теории туннельного диода в последнее время посвящено несколько работ. Ряд важных вопросов, однако, пока не получил ответа. К числу их относится прежде всего вопрос о зависимости параметров вольтамперной характеристики от условий легирования n- и p-областей. Для ответа на него надо строить теорию на основе зонной схемы не идеального, а реального кристалла. Как известно, в сильно легированных образцах (с которыми мы имеем дело, в частности в случае туннельного диода) локальные уровни элементов 3-й и 5-й групп размываются, образуя примесные зоны. Последние могут и перекрываться с соответствующими «собственными» зонами полупроводника; судя по зависимости энергии ионизации примеси от концентрации ее [2], такое перекрытие (в Ge) фактически наступает при концентрации примеси $\sim 10^{18}$ *см*$^{-3}$. При этом термин «примесная зона» следует понимать только в смысле зависимости ширины «запрещенной зоны» от концентрации примеси.

Наличие примеси, однако, не единственная причина образования разрешенных участков непрерывного спектра в запрещенной зоне. Как можно показать ([3, 4]), помимо примесной зоны, в «запрещенной области» может существовать еще непрерывный спектр, связанный с протяженными структурными дефектами решетки, в частности с дислокациями. Эти участки спектра, которые мы в дальнейшем назовем дислокационными зонами, соответствуют одномерному инфинитному движению носителей вдоль дислокаций; плотность состояний в них, очевидно, пропорциональна концентрации дислокаций N_d и, в зависимости от конкретных значений m_d, эффективной массы в дислокационной зоне и температуры, может составлять от 10^{-6}—10^{-7} до 10^{-3}—10^{-2} «нормальной» плотности состояний в собственных зонах. Энергетическое положение дислокационных зон в настоящее время еще не вполне ясно. Есть основания думать, что в веществах типа Ge и Si они могут перекрываться с валентной зоной.

Из сказанного явствует, что в реальном полупроводнике границы собственных зон, E_c, E_v, отнюдь не совпадают с фактическими границами непрерывного спектра: последние лежат, соответственно, ниже и выше в запрещенной области. Наряду с электронами и дырками из собственных зон кристалла, носители, движущиеся в примесных и дислокационных зонах, также могут принимать участие в переносе тока. Непосредственная связь этих соображений со схемой работы [1] совершенно очевидна. В частности, заранее ясно, что положение минимума туннельного тока, равно как и величина «избыточного» тока (при $T = 0$), опреде-

ляется именно фактическими границами непрерывного спектра и плотностью состояний вблизи них, т. е., в конечном счете, условиями приготовления диода*.

В настоящей статье делается попытка исследовать влияние именно этих статистических факторов на форму вольтамперной характеристики. Для последовательного расчета последней необходимо вычислить вероятность туннельного перехода в неоднородном поле и определить весь ход потенциала на переходе. В силу ряда особенностей туннельного диода последняя задача отнюдь не сводится к стандартной теории n — p-перехода; насколько нам известно, она еще не получила достаточно убедительного решения. Мы будем считать положение уровня Ферми (μ) известным; равным образом и вероятность туннельного перехода (P) считается известной функцией энергии (W). При этом мы предположим, что P зависит от энергии только через плотность конечных состояний (и содержит внешнюю разность потенциалов Φ только в аргументе W). Конечно, единственное «обоснование» этого предположения состоит в его простоте, и, пользуясь им, можно получить лишь грубое приближение к вольтамперной характеристике; из дальнейшего, однако, будет видно, что некоторые особенности системы можно понять уже таким упрощенным путем.

2. МАКСИМУМ И МИНИМУМ ТУННЕЛЬНОГО ТОКА

В соответствии со сказанным ранее энергетический спектр рассматриваемой системы состоит из собственных электронной и дырочной зон, а также из непосредственно примыкающих к ним участков непрерывного спектра, связанных с примесными, дислокационными и прочими зонами. Очевидно, в n-области играют роль зона проводимости и примыкающие к ней донорные и (может быть) дислокационные зоны **. Снабдим их индексом i ($i = 1$ — зона проводимости); положения нижних границ зон в отсутствие внешнего поля суть E_i; $E_1 \equiv E_c > E_2 > \ldots$ $\ldots > E_d$ (E_d — нижней границы непрерывного спектра вблизи зоны проводимости). В p-области играют роль валентная зона и примыкающие к ней акцепторные и дислокационные зоны (нумеруемые индексом j). Верхнюю границу непрерывного спектра обозначим через E_a. По смыслу дела $E_a > E_v$; точное значение E_a (как и $E_2 \ldots$) есть характеристика образца. Формально значения E_a, $E_2 \ldots$ можно вычислить, задаваясь той или иной структурой примесных и дислокационных зон. Такой расчет, однако, неизбежно связан с рядом более или менее грубых и произвольных аппроксимаций. Поэтому более правильно рассматривать E_a, $E_2, \ldots$ как феноменологические параметры диода. Заметим в связи с этим, что фактически существенны лишь два параметра: E_a и E_d.

Обозначим через $P_i(W)$ вероятность туннельного перехода электрона из i-ой зоны в n-области в какую-нибудь из зон p-области. Очевидно, P_i складывается из вероятностей перехода в каждую из последних зон, (P_{ij}):

$$P_i = \sum_j P_{ij}.$$

Относительно $P_{ij}(W)$ нам достаточно знать лишь, что эта величина пропорциональна плотности конечных состояний с данной энергией; в частности, для дислокационных зон P_{ij} пропорциональна концентрации

* Эти соображения, равно как и последующий расчет, были доложены автором на семинаре в ИРЭ АН СССР в апреле 1960 г.

** Здесь и в дальнейшем имеются в виду зоны, связанные с дислокациями, не параллельными n — p-переходу. Дислокации, параллельные переходу, в силу одномерности дислокационных зон прямого вклада в туннельный ток не дают. Заметим, что речь может идти не только о линейных, но и о винтовых дислокациях [4].

дислокаций. Плотность туннельного тока дается выражением

$$I(e\Phi) = \sum_i \int dW f(W) P_i(W) \rho_i(W) \equiv \sum_i I_i(e\Phi). \quad (1)$$

Здесь e — алгебраическая величина заряда электрона, $f(W)$ — фермиевская функция распределения электронов по энергиям; $\rho_i(W)$ — функция, характеризующая форму i-й зоны (она не совпадает с плотностью состояний, ибо при вычислении ρ_i нужно учитывать лишь электроны, движущиеся из n- в p-область). Для параболической зоны $\rho_i \sim W - E_i$, $\geqslant 0$, $\frac{d\rho}{dW} \geqslant 0$; в общем случае можно утверждать лишь, что $\rho(W) \geqslant 0$. Пределы интегрирования по W легко устанавливаются, если принять во внимание условие равновесия: $I = 0$ при $e\Phi = 0$. Мы ограничимся здесь случаем полного вырождения электронного и дырочного газов *. Тогда для i-й зоны (μ — уровень Ферми)

$$\text{макс}\{\mu, E_i + e\Phi\} \leqslant W \leqslant \text{мин}\{\mu + e\Phi, E_a\}, \quad (2)$$

причем разность потенциалов должна удовлетворять неравенствам

$$0 \leqslant e\Phi \leqslant E_a - E_i. \quad (3)$$

В зависимости от условий легирования могут представиться два случая:

$$\text{а)}\ \mu - E_i < E_a - \mu,$$
$$\text{б)}\ \mu - E_i > E_a > \mu.$$

В первом случае мы получаем на основании выражений (1), (2) и (3)

$$I_i(e\Phi) = \theta(E_a - E_i - e\Phi)\{\theta(E_a - \mu - e\Phi)\theta(\mu - E_i - e\Phi)\int_{\mu}^{\mu+e\Phi} A_i(W)\,dW +$$
$$+ \theta(e\Phi - \mu + E_i)\theta(E_a - \mu - e\Phi)\int_{E_i+e\Phi}^{\mu+e\Phi} A_i(W)\,dW +$$
$$+ \theta(e\Phi - E_a + \mu)\theta(e\Phi - \mu + E_i)\int_{E_i+e\Phi}^{E_a} A_i(W)\,dW\}. \quad (4a)$$

Здесь θ — известная ступенчатая функция:

$$\theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x < 0, \end{cases}$$

и для краткости введено обозначение

$$A_i(W) = P_i(W)\rho_i(W).$$

Во втором случае мы имеем

$$I_i(e\Phi) = \theta(E_a - E_i - e\Phi)\{\theta(E_a - \mu -$$
$$-e\Phi)\theta(\mu - E_i - e\Phi)\int_{\mu}^{\mu+e\Phi} A_i(W)\,dW +$$

* Заметим, однако, что эта аппроксимация, по-видимому, не столь удовлетворительна, как это обычно полагают (см. § 3).

$$+\theta(e\Phi - E_a + \mu)\,\theta(\mu - E_i - e\Phi)\int_{\mu}^{E_a} A_i(W)\,dW + \theta(e\Phi - E_a + \mu)\times$$

$$\times\,\theta(e\Phi - \mu + E_i)\int_{E_i + e\Phi}^{E_a} A_i(W)\,dW\}. \qquad (4б)$$

Появление плато во втором случае есть, конечно, не более чем следствие приближенности расчета: оно исчезнет при учете как неполного Ферми-вырождения, так и явной зависимости P от Ф. Обращение $I_i(e\Phi)$ в нуль при $e\Phi = E_a - E_i$ связано с пренебрежением обычным (не туннельным) током. Фактически в этой точке имеет место минимум I_i*. Как видно из неравенства (2), полное исчезновение туннельного тока происходит при напряжении

$$e\Phi_1 = E_a - E_d. \qquad (5)$$

Равенство (5) определяет и минимум на вольтамперной характеристике (при не слишком высоких температурах). Видно, что значение Φ_1 зависит лишь от фактических границ непрерывного спектра. В соответствии со сказанным в § 1, под этими границами следует понимать границы либо примесных, либо дислокационных зон (если плотность дислокаций достаточно велика). В последнем случае плотность тока в минимуме, очевидно, должна возрастать пропорционально концентрации дислокации** (ибо ей пропорциональна плотность конечных состояний). Должна наблюдаться также зависимость тока в минимуме от кристаллографической ориентации $n - p$-перехода, ибо от ориентации дислокаций зависит как эффективное число состояний в дислокационной зоне, так и эффективная масса движущихся в ней носителей.

Для вычисления разности потенциалов (Φ_2), соответствующей максимуму туннельного тока, заметим, что здесь, по-видимому, главную роль играют собственные зоны кристалла (плотности состояний в них, как правило, заметно больше, чем в примесных и, тем более, дислокационных зонах). Соответственно в формулах (4а) и (4б) надо положить $i = 1$, а под P понимать вероятность перехода в валентную зону; плотность состояний в последней (в обычно употребляемой параболической аппроксимации) пропорциональна $\sqrt{E_v - E}$.

В случае а) условие максимальности туннельного тока имеет вид

$$A_c(\mu + e\Phi) - A_c(E_c + e\Phi) = 0, \qquad (6)$$

т. е. положение максимума определяется соотношением между $\rho_c(W)$ и плотностью состояний в валентной зоне. В частности, для параболических зон уравнение (6) легко решается, и мы получаем

$$e\Phi_2 = \frac{1}{6}\Big\{2(E_v - \mu) - (\mu - E_c) +$$

$$+\sqrt{[2(E_v - \mu) + \mu - E_c]^2 + 4(E_v - \mu)(\mu - E_c)}\Big\}. \qquad (7)$$

Положение максимума, таким образом, довольно сложно зависит от условий легирования.

В случае б) в рамках наших аппроксимаций можно сказать лишь, что максимум туннельного тока лежит в области

$$E_a^* - \mu \leqslant e\Phi_2 \leqslant \mu - E_c. \qquad (8)$$

* Он может сдвинуться в область меньших напряжений, если при $\Phi = \Phi_1$ уже становится заметным обычный ток из собственной зоны проводимости. В «хорошем» туннельном диоде, однако, это маловероятно.

** Дислокации могут играть и косвенную роль, влияя на состояние примеси.

етим, однако, что при обычных условиях легирования этот случай применении к E_c) маловероятен: разность $E_a - E_v$ может быть по-ка десятых долей электроновольта; в то же время $E_a - E_r < E_a - \mu$. Интервал напряжений, в котором наблюдается отрицательное сопро-ление, определяется разностью $\Phi_1 - \Phi_2$ и ясен из формул (5) и (7). олютное значение отрицательного сопротивления существенно зави- от вероятности туннельного перехода P и его нельзя вычислить помощи одних лишь статистических соображений.

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Формулы (5)—(8) в рамках принятых аппроксимаций решают задачу зависимости положений максимума и минимума туннельного тока от овий приготовления диода. В согласии с общими соображениями § 1 их фигурируют характеристики не только собственных, но и примес- (и, строго говоря, дислокационных) зон. Заметим, что все они входят твет не только явно, но и неявно — через уровень Ферми μ. Поэтому ожение максимума Φ_2 также зависит от структуры примесного спектра. Таким образом, исследование туннельных диодов может быть инте-но не только с технической, но и с чисто физической точки зрения, ому что оно дает новое средство изучения примесных и дислокацион- состояний в полупроводнике. Особый интерес в этом отношении пред-вляет формула (5), определяющая положение минимума туннельного а. Легко убедиться, что она справедлива независимо от принятых выше ьма приближенных аппроксимаций, касающихся вероятности тун-ьного перехода. Соответственно, измерение разности потенциалов Φ_1 не слишком низких температурах непосредственно дает сведения об ргетическом спектре неидеального полупроводника.

Следует заметить, что образование примесных зон весьма осложняет дачу о теоретическом вычислении уровня Ферми. Результат явно за-ит при этом от предположений о структуре зоны (т. е., в конечном те, о расположении примесных атомов); поэтому целесообразно не числять, а измерять параметр μ. В общем виде — независимо от их-либо «структурных» предположений — можно утверждать лишь, образование примесных зон ведет (при заданной концентрации элек-онов) к понижению уровня Ферми по сравнению с моделью дискретных месных уровней, понижению тем большему, чем шире примесная зона. сюда следует, что должна наблюдаться корреляция между положе-ем минимума туннельного тока и «температурной деформацией» вольт-ерной характеристики: при заданной концентрации носителей эта формация тем больше, чем больше $e\Phi_1$ (в качестве меры температурной формации можно было бы взять, например, смещение максимума, или менение его высоты, или же изменение отрицательного сопротивления и заданном изменении температуры).

ЛИТЕРАТУРА

L. Esaki, Phys. Rev., 1958, **109**, 603.
В. Шокли, Теория электронных полупроводников, ИЛ, 1953.
В. Л. Бонч-Бруевич, В. Б. Гласко, Физика твердого тела, 1960, **2**, 11.
В. Л. Бонч-Бруевич, Физика твердого тела, 1960, **2**, 11.

Поступила в редакцию
18 VI 1960

СОВМЕСТНАЯ АКТИВИРОВКА РАЗЛИЧНЫХ ФОТОКАТОДОВ И ЭМИТТЕРОВ В ФОТОЭЛЕКТРОННЫХ УМНОЖИТЕЛЯХ*

Л. Г. Лейтейзен, Б. М. Глуховской, Е. И. Тарасова

На основе анализа большого количества фотоэлектронных умножителей показано, что свойства их фотокатодов в значительной мере зависят от того, с какими эмиттерами они сопряжены. Сопоставлена эффективность различных фотоумножителей, рассмотрены влияние щелочных металлов на коэффициент вторичной эмиссии Al — Mg-эмиттера и влияние предварительной засветки на величину темнового тока фотоэлектронного умножителя.

ВВЕДЕНИЕ

Некоторые характеристики многокаскадных фотоэлектронных умно жителей (ФЭУ) определяются технологическими особенностями их изгото ления и в первую очередь — выбором активных поверхностей: фотокато и вторичных эмиттеров. Требования к спектральным характеристика умножителя определяют тип применяемого фотокатода. Выбор вторичн эмиссионной поверхности является в какой-то степени произвольны Для получения оптимальных параметров ФЭУ необходимо, чтобы фотока тод имел максимальную чувствительность в определенной области спектр при минимальной термоэлектронной эмиссии. Вторично-эмиссионная п верхность должна обеспечивать максимальный и стабильный коэффициен вторичной эмиссии при минимальных напряжениях.

В серийных и экспериментальных образцах промышленных типов мн гокаскадных ФЭУ (как отечественных, так и иностранных) применяютс следующие эффективные фотокатоды: сурьмяно-цезиевый, кислородно цезиевый, висмуто-серебряно-цезиевый, сурьмяно-натриево-калиевы сурьмяно-натриево-калиево-цезиевый. Эмиттерами вторичных электрон служат сурьмяно-цезиевые слои на никелевой подложке или окислы щ лочноземельных металлов (Mg, Be), полученные на сплаве Al — Mg, Cu — Mg, Ag — Mg, Cu — Be (иногда с добавкой третьей составляющей, н меняющей их эмиссионных свойств). Методы получения и свойства эти катодов и эмиттеров широко исследованы и описаны в литературе. Совме щение их в одном вакуумном объеме при обработке многокаскадного ФЭ вносит некоторые особенности в технологию изготовления и определенны образом меняет их свойства. Основным является то обстоятельство, чт обработку фотокатода щелочным металлом приходится проводить в при сутствии поверхностей, адсорбирующих этот металл, что сказывается н свойствах катода. Помимо того, свойства вторично-эмиттирующи поверхностей при обработке щелочным металлом также меняются. Ниж рассмотрены некоторые результаты, полученные при разработке и масс вом выпуске промышленных типов многокаскадных фотоэлектронны умножителей.

---

* Доложено на 9-м Всесоюзном совещании по катодной электронике, Моск октябрь 1959 г.

1. ВЛИЯНИЕ МАТЕРИАЛА ЭМИТТЕРОВ НА СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ФОТОКАТОДОВ

Из всех практически применяемых вторично-эмиссионных катодов наибольший коэффициент вторичной эмиссии при низких напряжениях имеют сурьмяно-цезиевые эмиттеры. Поскольку отношение сигнал/шум (при одинаковой анодной чувствительности) ухудшается при увеличении рабочего напряжения, а большинство рабочих режимов фотоэлектронных умножителей соответствует малым токам на выходе, когда стабильность коэффициента вторичной эмиссии сурьмяно-цезиевого слоя достаточна, естественно стремление применять эти эмиттеры. Этим, по-видимому, объясняется тот факт, что в последние годы умножители с сурьмяно-цезиевыми эмиттерами находят все более широкое применение как у нас, так и за границей. Однако если изготовление сурьмяно-цезиевого фотокатода в сочетании с сурьмяно-цезиевыми эмиттерами не представляет больших затруднений, то при совмещении этих эмиттеров, например, с висмуто-серебряно-цезиевым и кислородно-серебряно-цезиевым фотокатодами спектральные характеристики последних сдвигаются в коротковолновую область.

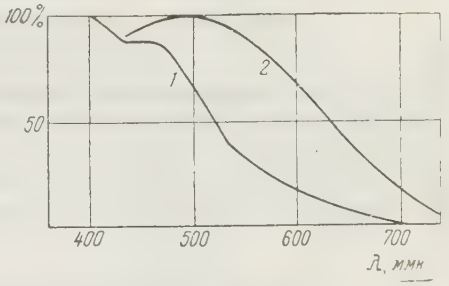
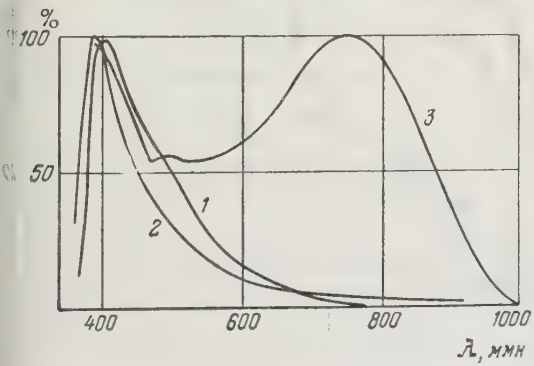


Рис. 1. Спектральные характеристики висмуто-серебряно-цезиевых катодов:
1 — с Sb — Cs-эмиттерами; *2* — с Al — Mg-эмиттерами

На рис. 1 представлены спектральные характеристики экспериментальных образцов многокаскадных ФЭУ с висмуто-серебряно-цезиевыми катодами в сочетании с сурьмяно-цезиевыми эмиттерами и эмиттерами на сплаве алюминий — магний. На рис. 2 приведены спектральные характеристики ФЭУ с кислородно-серебряно-цезиевыми катодами.



ис. 2. Спектральные характеристики кислородно-серебряно-цезиевых катодов:
— полупрозрачный с Sb — Cs-эмиттерами; *2* — массивный с Sb — Cs-эмиттерами; *3* — массивный с Al — Mg-эмиттерами

Вероятной причиной таких характеристик умножителей с сурьмяно-цезиевыми эмиттерами является сильная адсорбция цезия слоем эмиттеров, вследствие чего на фотокатоде не образуется пленка свободного цезия, необходимая для понижения работы выхода, обусловливающей повышенную чувствительность катода в длинноволновой части спектра. Это затруднение, по-видимому, не принципиальное, а чисто технологическое; оно обусловлено тем, что площадь фотокатода многокаскадного умножителя мала по сравнению с суммарной площадью сурьмяно-цезиевых эмиттеров. При ином соотношении площадей катода и эмиттеров можно получить и иные спектральные характеристики.

При сочетании в многокаскадных ФЭУ полупрозрачного сурьмяно-цезиевого катода с сурьмяно-цезиевым и сплавными эмиттерами разницы в спектральных характеристиках не наблюдалось. В этом случае применение сурьмяно-цезиевых эмиттеров ведет к некоторым особенностям в технологии. Поскольку слой сурьмы на эмиттерах сравнительно толст и до-

ступ цезия к нему затруднен, для хорошей обработки его требуется введение в объем умножителя избытков цезия, которые отрицательно действуют на тонкую пленку сурьмы на катоде. Задача получения катода высокой чувствительности в этом случае решается нанесением на боковую стенку колбы около катода толстой сурьмяной манжеты, которая как бы регулирует поступление цезия на катод. Изготовление манжеты из материала, меньше адсорбирующего цезий (Ag, Al), снижает чувствительность катода.

2. СРАВНЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ВТОРИЧНОЙ ЭМИССИИ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ ФЭУ

Величина коэффициента вторичной эмиссии при фиксированном напряжении даже для одного типа эмиттера меняется в широких пределах в зависимости от условий его обработки. Этим, по-видимому, и объясняется большой разброс в данных, приводимых различными авторами. При оценке относительной эффективности различных эмиттирующих по-

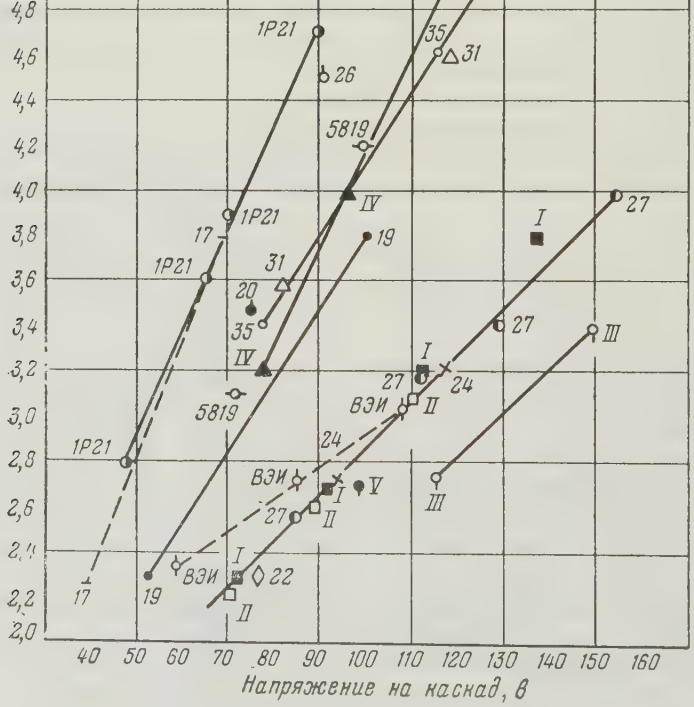


Рис. 3. Средние коэффициенты усиления каскада (σ) различных типов умножителей

верхностей нельзя, следовательно, опираться на результаты измерений отдельных образцов. Кроме того, различные конструкции умножительной системы обладают различной эффективностью вследствие различий в полноте сбора электронов, в величине градиента потенциала у поверхности эмиттера и т. д.

При фиксированных конструкции и технологии ФЭУ разброс величины коэффициента усиления различных экземпляров очень велик и может перекрывать различие между типами ФЭУ.

Для правильной оценки относительной эффективности различных типов эмиттирующих поверхностей необходимо опираться на данные, полученные путем усреднения по большому числу экземпляров умножителей одного типа. Сравнение средних данных для умножителей одинаковой конструкции с различными эмиттерами и фотокатодами позволяет сделать выводы об относительных величинах коэффициента вторичной эмиссии.

Таблица 1

Тип ФЭУ	Кол-во экземпляров	Тип фотокатода	Оптический вход	Эмиттеры		Число каскадов
				конструкция	материал	
17,18	1800	Sb—Cs	боковой	корытообразный	Sb—Cs	13*
22	1460	Ag—O—Cs	»	»	Al—Mg	13*
20	635	Sb—Cs	»	корытообразный мал. габ.	Sb—Cs	8
26	540	»	»	коробчатый с сетками	»	7
19,29	4000	»	торцовый	корытообразный	11Sb—Cs, 2Al—Mg	13**
I	300	»	»	»	Al—Mg	13**
II	22	Sb—Na—K—Cs	»	»	»	13**
IV	270	Sb—Cs	»	»	Sb—Cs	11
31	890	»	»	коробчатый с сетками	»	8
24	1000	»	»	корытообразный	Al—Mg	13
27	815	Ag—O—Bi—Cs	»	корытообразный мал. габ.	»	11***
V	85	Ag—O—Cs	»	»		11***
III	26	Sb—Na—K	»	»		11***

Примечание. Одинаковым количеством звездочек отмечены умножители одной и той же конструкции и габаритов.

За характеристику эффективности вторично-эмиссионной поверхности мы принимаем средний коэффициент усиления каскада умножителя, полученный следующим образом: по данным измерений большого числа экземпляров строится распределение по напряжениям при заданной чувствительности (1, 10, 100 *а/лм* и т. д.) и по чувствительности катодов [1]. Кривые распределения, как правило, имеют форму, близкую к кривой Гаусса. По максимумам этих кривых рассчитывался средний коэффициент усиления на каскад.

На рис. 3 приведены полученные указанным способом средние коэффициенты усиления каскада (σ) для отечественных промышленных типов фотоэлектронных умножителей выпуска 1959 г. с различными эмиттерами и фотокатодами: *I* — конструкции ФЭУ-29, катод Sb — Cs, эмиттеры AMgK; *I* — конструкции ФЭУ-29, катод Sb — Na — K — Cs, эмиттеры AMgK; *II* — конструкции ФЭУ-27, катод Sb — Na — K, эмиттеры AMgK; *V* — 11-каскадный ФЭУ без боковых выводов, катод и диноды Sb — Cs; *7* — конструкции ФЭУ-27, катод Ag — O — Cs, эмиттеры AMgK. Основные особенности каждого типа умножителя и количество экземпляров, взятое при усреднении, приведены в табл. 1.

На том же рис. 3 для сравнения указаны средние данные американских умножителей с сурьмяно-цезиевыми эмиттерами (по каталогу фирмы RCA),

а также данные умножителей ВЭИ с Al — Mg-эмиттерами, вычисленные по кривой, приведенной в работе Тимофеева и Кормаковой [2].

Из рис. 3 видно, что при одинаковых каскадных напряжениях усиление умножителей с сурьмяно-цезиевыми эмиттерами значительно больше, чем умножителей со сплавными эмиттерами, причем наибольшее усиление дают умножители с боковым оптическим входом.

Эффективность различных умножительных систем примерно одинакова, но характер изменения коэффициента вторичной эмиссии с напряжением несколько различен. Для умножителей с эмиттерами на сплавах характерно то, что умножители с катодами, содержащими цезий, имеют примерно одинаковые коэффициенты вторичной эмиссии. Эти коэффициенты несколько ниже лишь в случае кислородно-цезиевого катода, содержащего меньшие количества цезия. При изготовлении катодов без цезия (Sb — Na — K) и применении тех же эмиттеров коэффициент вторичной эмиссии каскада получается значительно меньше.

3. ВЛИЯНИЕ ЩЕЛОЧНЫХ МЕТАЛЛОВ НА КОЭФФИЦИЕНТ ВТОРИЧНОЙ ЭМИССИИ СПЛАВНЫХ ЭМИТТЕРОВ

По данным, приведенным в работах [3—5], во всех случаях обработка цезием увеличивает величину коэффициента вторичной эмиссии, но в разной степени. Шетти [3] приводит кривые $\sigma = f(U_a)$ для сплавов Ag — Mg и Cu — Be до и после цезирования. Для сплава Ag — Mg он получил различное увеличение коэффициента вторичной эмиссии на разных напряжениях: очень малое — на низких и примерно в 2 раза — на высоких. Кривая для сплава Cu — Be перемещается параллельно самой себе, на напряжении 100 *в* коэффициент вторичной эмиссии в результате цезирования увеличивается более чем в 2 раза. Бирман и Крюгер [4] на сплаве Al — Mg в результате цезирования наблюдали для коэффициента вторичной эмиссии 3,5 снижение напряжения с 300 до 150 *в*. Кормакова и Павловская [5] на сплаве Al — Mg получили в результате обработки цезием увеличение коэффициента вторичной эмиссии на 10—15%.

Мы изучали влияние обработки щелочными металлами на коэффициент вторичной эмиссии сплава алюминий — магний на умножителях с термокатодом. Измерялся коэффициент усиления всего умножителя на разных стадиях обработки, а затем вычислялся средний коэффициент усиления каскада. Поскольку электронно-оптические свойства примененной системы не были оптимальными, абсолютные значения коэффициента вторичной эмиссии, полученные при этих измерениях, меньше фактически получающихся в фотоэлектронных умножителях. В данном случае важны относительные изменения коэффициента вторичной эмиссии на разных стадиях обработки. Результаты для нескольких образцов умножителей приведены на рис. 4 и 5.

Количество паров натрия, калия и цезия соответствовало обычным условиям получения соответствующих фотокатодов (Sb — Cs, Sb — Na — —K, Sb — Na — K — Cs). Обработка стандартным образом проактивированного алюминий-магниевого эмиттера в парах калия и натрия увеличивает коэффициент вторичной эмиссии примерно на 15%, а обработка цезием — на 20—30%. Последовательная обработка сначала в парах калия и натрия, затем в парах цезия дает суммарное увеличение коэффициента вторичной эмиссии примерно на 30%. При обработке значительного числа образцов щелочными металлами было обнаружено, что доля увеличения коэффициента вторичной эмиссии, обусловленная обработкой щелочными металлами, различна для различных образцов эмиттеров.

Вопрос об увеличении эффективности сплавных эмиттеров имеет важное значение для улучшения параметров фотоэлектронных умножителей. Одним из полезных технологических приемов является применение тлеющего разряда в кислороде, упоминание о котором есть в [4, 6].

Применение газового разряда для реактивирования эмиттеров после аварки позволило несколько поднять коэффициенты усиления ФЭУ. собенно отчетливо заметно влияние разряда после обработки эмиттеров елочным металлом при изготовлении фотокатода.

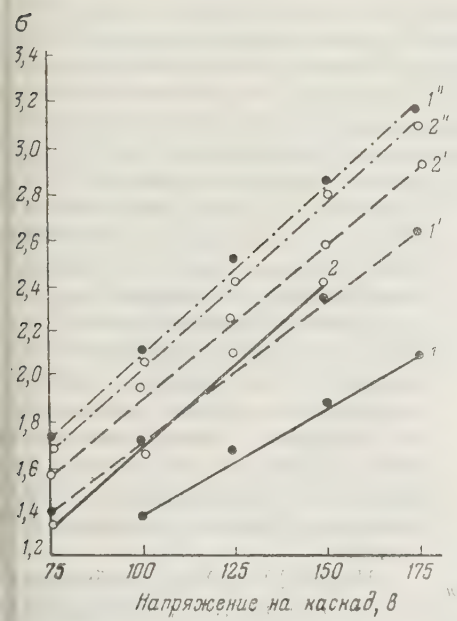


Рис. 4

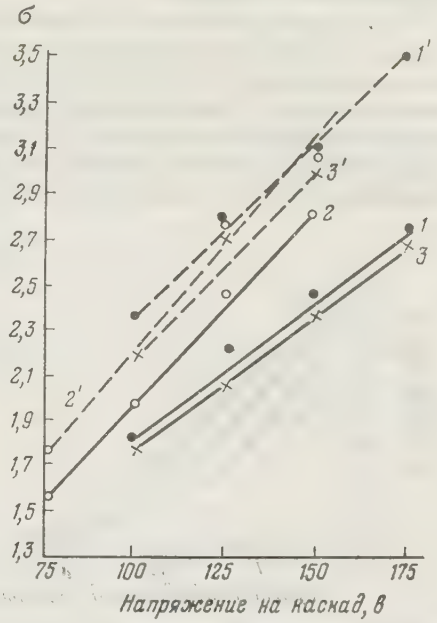


Рис. 5

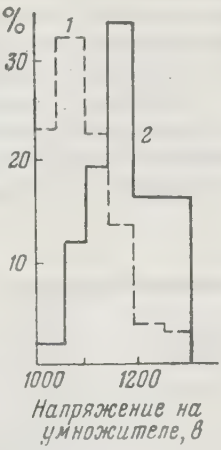
ис. 4. Коэффициент усиления каскада фотоэлектронных умножителей с эмиттерами из сплава Al — Mg:

2 — после термоактивировки; *1'*, *2''* — после обработки K — Na; *1''*, *2''* — после обработки Cs

ис. 5. Коэффициент усиления каскада фотоэлектронных умножителей с эмиттерами из сплава Al — Mg:

1, *2*, *3* — после термоактивировки; *1'*, *2'*, *3'* — после обработки Cs

На рис. 6 приведено распределение по напряжениям, соответствующим анодной чувствительности умножителя 1 *а/лм*, для партий ФЭУ-22 300 штук, эмиттеры которых обрабатывались (*1*) и не обрабатывались (*2*) азовым разрядом. Аналогичный выигрыш по напряжению был получен и на других типах фотоэлектронных умножителей.



ис. 6. Распределение по напряжениям, соответствующим анодной чувствительности 1 *а/лм* для 300 штук ФЭУ-22

4. ТЕМНОВЫЕ ТОКИ ФЭУ

Наилучшее отношение сигнал/шум умножитель меет в той области напряжений, где основной составляющей темнового тока является термоток. Термоток (в основном с катода умножителя) определяет

рог чувствительности умножителя и наряду с чувствительностью и усилением является наиболее существенным параметром умножителя. Данные змерений темнового тока при определенной чувствительности серийно вы-

пускаемых умножителей имели разброс, охватывающий несколько порядков величины, что значительно превышало разброс других параметров. Этот разброс делал практически невозможными усреднение величины темнового тока и сравнительную оценку по этому параметру умножителей с различными катодами.

Было предположено, что одной из причин большого разброса является влияние света на термоэмиссию катода. Наличие такого влияния было обнаружено ранее [7]. Представляло интерес более детальное исследование этого вопроса. Проведенные измерения показали, что предварительное освещение катода по-разному увеличивает темновую эмиссию умножителей с различными типами фотокатодов. Засветка осуществлялась как прямым солнечным светом, так и светом от бактерицидной лампы мощностью 15 *вт* в течение 30 *мин*, после чего измерялось изменение темнового тока умножителя от времени пребывания в темноте при постоянной чувствительности (1—10—100 *а/лм*). Зависимость возросшего в результате освещения темнового тока умножителя от анодной чувствительности была близка к линейной, что позволяет рассматривать этот ток как усиленный темновой ток катода.

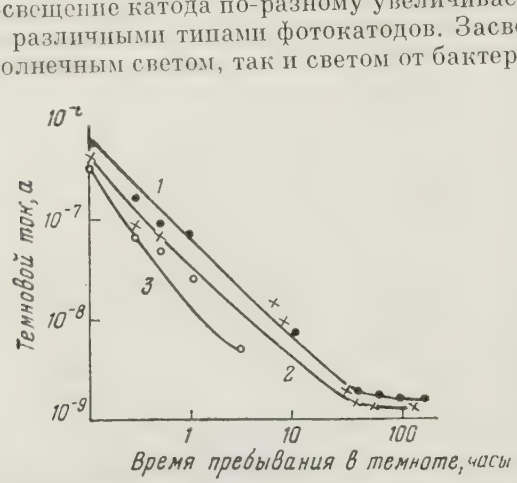


Рис. 7. Изменение темнового тока со временем пребывания в темноте:

1 — фотоумножитель типа IV без боковых выводов, катод и диноды из Sb — Cs; *2* — ФЭУ-32; *3* — то же, что *1*, но находившийся под напряжением

Через 20—30 *час* пребывания в темноте после предварительной сильной засветки дальнейшего уменьшения темнового тока во времени уже не наблюдалось. В образцах, находившихся в темноте под напряжением, процесс уменьшения темнового тока шел быстрее. Изменение величины темнового тока во времени для некоторых экземпляров умножителей при анодной чувствительности 10 *а/лм* представлено на рис. 7.

Для выявления систематической разницы в поведении умножителей с различными фотокатодами и эмиттерами был измерен темновой ток 10 умножителей каждого типа. Средние величины темнового тока сразу после засветки ($I_т$) и после длительного пребывания в темноте ($I_т$) при чувствительности умножителя 10 *а/лм* приведены в табл. 2. Там же указана вычисленная величина средней плотности термотока с катода $j_т$ (в предположении, что весь темновой ток умножителя обусловлен термотоком катода).

Из табл. 2 видна разница в поведении умножителей с различными фотокатодами и эмиттерами. Кислородно-цезиевый катод не увеличивает термотока при засветке, а сурьмяно-цезиевый, сочетающийся с сурьмяно-цезиевыми эмиттерами, имеющий наименьшую плотность термотока

Таблица 2

Тип умножителя	Фотокатод	Эмиттеры	$I'_т$, *а*	$I_т$, *а*	$I'_т/I_т$	$j_т$, *а/см*
V	Ag—O—Cs	Al—Mg	$1{,}7\cdot10^{-7}$	$1\cdot10^{-7}$	1,7	$1\cdot10^{-}$
32	Bi—O—Ag—Cs	»	$2\cdot10^{-6}$	$7\cdot10^{-9}$	$3\cdot10^{2}$	$2{,}6\cdot10^{-}$
I	Sb—Cs	»	$8\cdot10^{-7}$	$5\cdot10^{-9}$	$1{,}6\cdot10^{2}$	$1{,}5\cdot10^{-}$
IV	»	Sb—Cs	$7\cdot10^{-7}$	$8\cdot10^{-10}$	$9\cdot10^{2}$	$3\cdot10^{-}$
II	Sb—Na—K—Cs	Al—Mg	$6\cdot10^{-7}$	$5\cdot10^{-9}$	$1{,}2\cdot10^{2}$	$1{,}5\cdot10^{-}$

дает наибольший сдвиг. Умножители с тремя различными типами катодов (Sb — Cs, Bi — O — Ag — Cs и Sb — Na — K — Cs) в сочетании с Al — Mg-эмиттерами дали практически одинаковые результаты. Можно предположить, что причиной увеличенных темновых токов в умножителях с сурьмяно-цезиевыми катодами и сплавными эмиттерами по сравнению с умножителями с теми же катодами и сурьмяно-цезиевыми эмиттерами является люминесценция сплавных эмиттеров.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. Я. Брейдо, Б. М. Глуховской, Л. Г. Лейтейзен, Радиотехника и электроника, 1956, **1**, 10, 1344.
2. П. В. Тимофеев, Е. Г. Кормакова, Радиотехника и электроника, 1959, **4**, 10, 1678.
3. N. Schaetti, Helv. phys. acta, 1950, **23**, 1—2, 108.
4. M. Biermann, W. Krüger, Nachrichtentechnik, 1955, **5**, H. 10, 470.
5. Е. Г. Кормакова, В. Г. Павловская, Изв. АН СССР, Сер. физ., 1958, **22**, 5, 505.
6. I. Matthes, Z. Techn. Phys., 1941, **22**, 9, 232.
7. N. Schaetti, W. Baumgartner, Helv. phys. acta, 1952, **25**, 605.

Поступила в редакцию
21 XII 1959

1960 № 12

О ВЛИЯНИИ РАЗНОСТИ РАБОТ ВЫХОДА ЭЛЕКТРОДОВ ТЕРМОЭЛЕКТРОННОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ НА ЕГО ВЫХОДНЫЕ ПАРАМЕТРЫ

В. А. Гродко, В. С. Золотаревский, Б. Н. Маркарьян, И. М. Рубанович

Проанализирована зависимость мощности и кпд преобразователя с полной нейтрализацией пространственного заряда от разности работ выхода электродов. Доказано, что при фиксированных значениях температур электродов и работы выхода анода наилучшими выходными параметрами по всей вольтамперной характеристике обладает преобразователь с работой выхода катода, равной работе выхода анода. Таким образом, показано, что сложившееся мнение о принципиальной необходимости иметь существенную разницу в работах выхода электродов преобразователя не соответствует сущности явления.

1. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ СООБРАЖЕНИЯ

В опубликованных работах по вопросам термоэлектронного преобразования тепловой энергии в электрическую (например, [1, 2, 3, 4, 5 и др.]) рассматривалось влияние термоэмиссионных параметров электродов

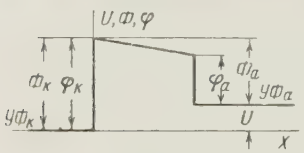


Рис. 1. Потенциальная диаграмма термоэлектронного преобразователя:

$УФ_к$ и $УФ_а$ — соответственно уровни Ферми катода и анода; X — линейная координата

преобразователя (работ выхода катода и анода $\varepsilon\varphi_к$ и $\varepsilon\varphi_а$ при $T_к$ и $T_а$) на его удельную мощность и кпд. Как советские, так и зарубежные исследователи приходят к выводу, что существенная разница в работах выхода катода и анода преобразователя является одним из основных условий его эффективности. В то же время ни в одной из известных авторам работ нет достаточно строгого исследования зависимости максимальной мощности термоэлектронного преобразователя и его кпд от разности работ выхода электродов. В связи с этим представляется целесообразным провести подобное исследование.

В статье рассмотрены зависимости удельной мощности $w = w(\varphi_к - \varphi_а)$ и электронного кпд $\eta_э = \eta(\varphi_к - \varphi_а)$ для вакуумного преобразователя с нейтрализацией пространственного заряда (классификация Л. Н. Добрецова [2]). Этот вариант преобразователя, по-видимому, наиболее перспективен в настоящее время.

2. ЗАВИСИМОСТЬ МАКСИМАЛЬНОЙ МОЩНОСТИ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ОТ РАЗНОСТИ РАБОТ ВЫХОДА ЭЛЕКТРОДОВ

В дальнейших рассуждениях будем полагать $T_а = \text{const}$; $T_к = \text{const}$; $\varphi_а = \text{const}$ и $T_к > T_а$. Исключим из рассмотрения случай, когда плотность тока насыщения катода меньше плотности тока насыщения анода ($i_{sк} \leqslant i_{sа}$). Это обстоятельство накладывает единственное ограничение на выбор температур электродов (если не принимать во внимание ограничений, налагаемых свойствами конкретных материалов).

Вольтамперная характеристика термоэлектронного преобразователя писывается уравнением

$$i = A_к T_к^2 \exp\left(-\frac{\varepsilon\Phi_к}{\varkappa T_к}\right) - A_а T_а^2 \exp\left(-\frac{\varepsilon\Phi_а}{\varkappa T_а}\right)^*, \qquad (1)$$

де Φ — полный потенциальный барьер электрода; ε — заряд электрона; — постоянная Больцмана. Очевидно, что $\Phi_к - \Phi_а = U$ (напряжение о внешней цепи); $\Phi_к \geqslant \varphi_к$; $\Phi_а \geqslant \varphi_а$; $\Phi_к$ и $\Phi_а$ ишь на отдельных участках вольтамперной ха- рактеристики зависят от сопротивления внеш- ней нагрузки, которое определяет напряжение а клеммах преобразователя. На рис. 1 изобра-

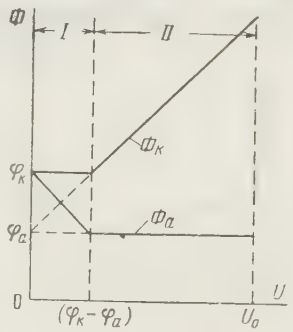


Рис. 2. Зависимость полных потенциальных барьеров лектродов $\Phi_к$ и $\Phi_а$ от напряжения во внешней цепи термоэлектронного преобразователя:

I — область ускоряющего поля; II — область замедляющего поля

кена обычно приводимая в литературе потенциальная диаграмма преоб- азователя, а зависимость $\Phi_к$ и $\Phi_а$ от U представлена на рис. 2, из ко- орого видно, что в области I ($U \leqslant \varphi_к - \varphi_а$) $\Phi_к = \varphi_к = \text{const}$, $\Phi_а = \varphi_к - U$, в области II ($U \geqslant \varphi_к - \varphi_а$) $\Phi_к = \varphi_а + U$ и $\Phi_а = \varphi_а = \text{const}$. Это об- тоятельство позволяет переписать уравнение (1) в виде

$$i = A_к T_к^2 \exp\left[-\frac{\varepsilon(\Phi_а + U)}{\varkappa T_к}\right] - A_а T_а^2 \exp\left[-\frac{\varepsilon(\Phi_к - U)}{\varkappa T_а}\right]. \qquad (2)$$

Вопрос о построении вольтамперной характеристики преобразователя одробно рассмотрен в [2]. Отметим лишь, что анализ уравнения (2) озволяет заключить, что вольтамперная характеристика термоэлектрон- ого преобразователя в общем случае состоит из двух ветвей: выпуклой области I и вогнутой в области II. Эдс преобразователя U_0 зависит т $T_к$, $T_а$ и $\varphi_а$, что легко вывести из (1) или (2) при условии $i = 0$.

$$U_0 = \frac{T_к - T_а}{T_а}\varphi_а + \frac{\varkappa}{\varepsilon} T_к \ln \frac{A_к T_к^2}{A_а T_а^2}$$

см., например, [1]). Таким образом, суммарная ширина областей I и II о U постоянна при выбранном $\varphi_а$ и равна U_0, в то время как ширина аждой области в отдельности зависит от $\varphi_к$. В предельных случаях ши- ина каждой из этих областей может быть равна нулю: так, при $\varphi_к = \varphi_а$ ширина области II равна U_0, а ширина области I равна нулю. При $\varphi_к = U_0 + \varphi_а$ в нуль обращается ширина области II.

Вольтамперная характеристика первого предельного случая ($\varphi_к = \varphi_а$) вляется объемлющей для характеристик всех промежуточных и вто- ого предельного случаев ($\varphi_к = U_0 + \varphi_а$). Последнее обстоятельство при- одит к выводу, что при фиксированных значениях $T_к$, $T_а$ и $\varphi_а$ и раз- ичных значениях $\varphi_к$ ни один преобразователь не может дать удельную ощность, бо́льшую, чем в случае, когда $\varphi_к = \varphi_а$.

Разберем это обстоятельство подробнее. На рис. 3 представлены ольтамперные характеристики трех преобразователей с разными значе-

* Принимается постоянная эмиссия и $A_к \neq A_а$ ввиду зависимости A от темпе- атуры (см., например, [6]).

ниями $\varphi_к$ при фиксированных значениях $\varphi_а$, $T_к$ и $T_а$. Первая характеристика и вогнутые ветви второй и третьей характеристик совпадают, так как они описываются одним и тем же уравнением

$$i = A_к T_к^2 \exp\left[-\frac{\varepsilon(\varphi_а + U)}{\varkappa T_к}\right] - A_а T_а^2 \exp\left(-\frac{\varepsilon\varphi_а}{\varkappa T_а}\right),$$

получающимся при подстановке в (2) значений $\Phi_к$ и $\Phi_а$ для области II. Точки излома каждой характеристики определяются значениями $U = \varphi_к - \varphi_а$. Очевидно, что при $\varphi_к = \varphi_а$ точка излома находится в $U = 0$ и совпадает со значением плотности тока короткого замыкания i_0. Выпуклые ветви остальных характеристик определяются уравнением

$$i = A_к T_к^2 \exp\left(-\frac{\varepsilon\varphi_к}{\varkappa T_к}\right) - A_а T_а^2 \exp\left[-\frac{\varepsilon(\varphi_к - U)}{\varkappa T_а}\right],$$

получающимся при подстановке в (2) значений $\Phi_к$ и $\Phi_а$ для первой области. Существенная зависимость i от $\varphi_к$ определяет

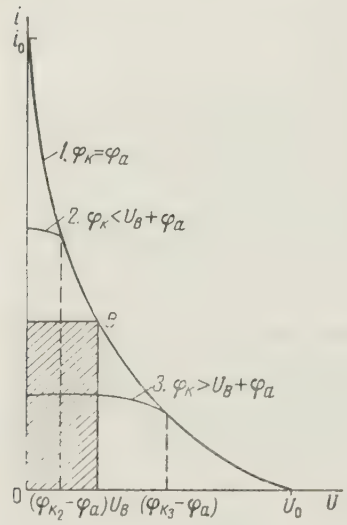


Рис. 3. Вольтамперные характеристики термоэлектронного преобразователя с различными значениями $\varphi_к$ при неизменных $\varphi_а$, $T_а$ и $T_к$

для рассматриваемых преобразователей различные значения плотности тока короткого замыкания:

$$i_0 = A_к T_к^2 \exp\left(-\frac{\varepsilon\varphi_к}{\varkappa T_к}\right) - A_а T_а^2 \exp\left(-\frac{\varepsilon\varphi_к}{\varkappa T_а}\right).$$

Максимальная удельная мощность преобразователя численно равна площади наибольшего прямоугольника, который можно вписать в криволинейную фигуру, ограниченную осями координат и вольтамперной характеристикой этого преобразователя [2]. Из рис. 3 следует, что в характеристику *2* и, тем более, в характеристику *1* всегда можно вписать прямоугольник, равный (или больший) по площади любому прямоугольнику, вписанному в характеристику *3*. Отсюда и следует высказанное выше утверждение о максимальной мощности термоэлектронного преобразователя при $\varphi_к = \varphi_а$. Однако это утверждение еще не решает вопроса о значениях $\varphi_к \neq \varphi_а$ (или $\varphi_к - \varphi_а$), также обеспечивающих максимальную мощность преобразователя. Необходимо определить координату U_B точки B характеристики, в которой достигается $w_{макс}$. Из рис. 3 видно, что все термоэлектронные преобразователи со значениями $\varphi_к > U_B + \varphi_а$ не смогут обеспечить $w_{макс}$, которую может дать преобразователь с $\varphi_к \leqslant U_B + \varphi_а$ при соответствующем сопротивлении внешней цепи. Таким образом, требование $w_{макс}$ накладывает на работу выхода катода следующее условие:

$$\varphi_к \leqslant U_B + \varphi_а.$$

Определим значение U_B. Удельная мощность преобразователя равна $w = iU$; используя уравнение (1) и принимая во внимание, что при

$\varphi_к = \varphi_а$ $U = \Phi_к - \varphi_а$, получим для удельной мощности выражение

$$w = (\Phi_к - \varphi_а)\left[A_к T_к^2 \exp\left(-\frac{\varepsilon\Phi_к}{\varkappa T_к}\right) - A_а T_а^2 \exp\left(-\frac{\varepsilon\varphi_а}{\varkappa T_а}\right)\right]. \qquad (3)$$

Трудность исследования этой функции на максимум, заключающаяся в том, что уравнение $\partial w/\partial\Phi_к = 0$ не разрешается относительно $\Phi_к$, может быть в известном смысле преодолена путем отыскания границ области изменения $\Phi_к - \varphi_а$, на которой определена удельная максимальная мощность преобразователя $w_{макс}$. Соответствующие математические выкладки приводят к следующему двойному неравенству:

$$\frac{\varkappa T_к}{\varepsilon}\left[1 - \frac{A_а T_а^2}{A_к T_к^2}\exp(-\alpha)\right] < (\Phi_к - \varphi)_{w_{макс}} <$$

$$< \frac{\varkappa T_к}{\varepsilon}\left[1 - \frac{A_а T_а^2}{A_к T_к^2}\exp(-\alpha)\exp\left(-\frac{T_к + T_а}{T_к}\right)\right], \qquad (4)$$

где

$$(\Phi_к - \varphi_а)_{w_{макс}} = U_B;$$

$$\alpha = \frac{\varepsilon\varphi_а}{\varkappa}\left(\frac{1}{T_а} - \frac{1}{T_к}\right) - 1.$$

На рис. 4 представлена геометрическая интерпретация неравенства (4). Легко показать, что при $\varphi_а \to \infty$ обе границы полосы нахождения $w_{макс}$ асимптотически приближаются к прямой $\Phi_к = \varphi_а + \frac{\varkappa T_к}{\varepsilon}$, а ширина (по $\Phi_к$) этой полосы в наиболее широкой части (при $\varphi_а = 0$) не превосходит при всех практически возможных $T_к$ и $T_а$ величины $\Delta = 0{,}1$ *в*. Кроме того очевидно, что при возможности пренебречь обратным током с анода на катод $(\Phi_к - \varphi_а)_{w_{макс}} = \frac{\varkappa T_к}{\varepsilon}$. Учитывая незначительную величину Δ, положение

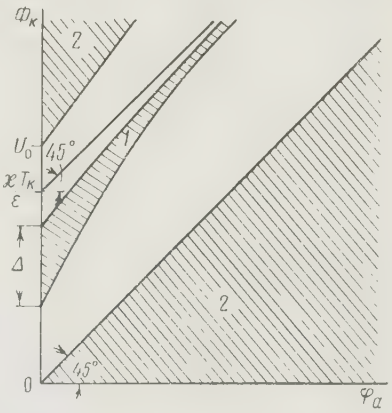


Рис. 4. Область определения мощности термоэлектронного преобразователя:
1 — область $w_{макс}$; *2* — нерабочие области

$w_{макс}$ можно с большой точностью определить как среднее арифметическое между нижней и верхней границами неравенства (4).

Тогда

$$U_B = (\Phi_к - \varphi_а)_{w_{макс}} \simeq \frac{\varkappa T_к}{\varepsilon}\left\{1 - \frac{A_а T_а^2}{2A_к T_к^2}\exp\left[1 - \frac{\varepsilon\varphi_а}{\varkappa}\left(\frac{1}{T_а} - \frac{1}{T_к}\right)\right] \times \right.$$

$$\left. \times\left[1 + \exp\left(-\frac{T_к + T_а}{T_к}\right)\right]\right\}. \qquad (5)$$

Добавим еще, что, используя уравнения (3) и (5), можно показать зависимость величины $w_{макс}$ от $\varphi_а$: значение $w_{макс}$ экспоненциально убывает с увеличением $\varphi_а$.

3. ЗАВИСИМОСТЬ ЭЛЕКТРОННОГО КПД ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ОТ РАЗНОСТИ РАБОТ ВЫХОДА ЭЛЕКТРОДОВ

Под электронным кпд преобразователя $\eta_э$ по [5] будем понимать кпд, учитывающий только потери энергии, связанные с переносом тепла электронами:

$$\eta_э = \frac{iU}{i\Phi_к + \frac{2\varkappa}{\varepsilon}(i_к T_к - i_а T_а)}. \qquad (6)$$

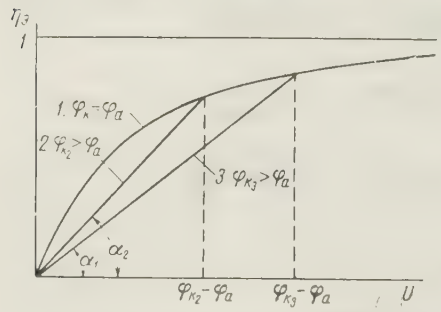


Рис. 5. Зависимость электронного кпд от напряжения во внешней цепи для различных значений $\varphi_к$ при неизменных $T_к$, $T_а$ и $\varphi_а$ для случая $i_а = 0$

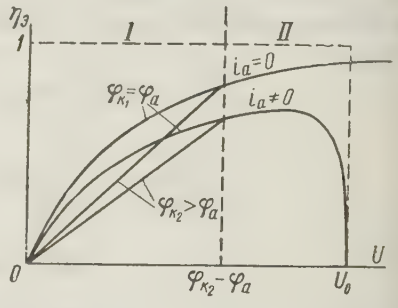


Рис. 6. Зависимость электронного кпд от напряжения во внешней цепи для различных значений $\varphi_к$ при неизменных $T_к$, $T_а$ и $\varphi_а$ для случая $i_а > 0$

Аналогично уравнению (2) эта зависимость в области ускоряющего поля ($U \leqslant \varphi_к - \varphi_а$) принимает вид

$$\eta_э = \frac{U}{\varphi_к + \frac{2\varkappa}{\varepsilon}\left\{\frac{A_к T_к^3 \exp\left(-\frac{\varepsilon\varphi_к}{\varkappa T_к}\right) - A_а T_а^3 \exp\left[-\frac{\varepsilon(\varphi_к - U)}{\varkappa T_а}\right]}{A_к T_к^2 \exp\left(-\frac{\varepsilon\varphi_к}{\varkappa T_к}\right) - A_а T_а^2 \exp\left[-\frac{\varepsilon(\varphi_к - U)}{\varkappa T_а}\right]}\right\}}. \qquad (7)$$

В области замедляющего поля ($U \geqslant \varphi_к - \varphi_а$)

$$\eta_э = \frac{U}{\varphi_а + U + \frac{2\varkappa}{\varepsilon}\left\{\frac{A_к T_к^3 \exp\left[-\frac{\varepsilon(\varphi_а + U)}{\varkappa T_к}\right] - A_а T_а^3 \exp\left(-\frac{\varepsilon\varphi_а}{\varkappa T_а}\right)}{A_а T_а^2 \exp\left[-\frac{\varepsilon(\varphi_а + U)}{\varkappa T_к}\right] - A_а T_а^2 \exp\left(-\frac{\varepsilon\varphi_а}{\varkappa T_а}\right)}\right\}}. \qquad (8)$$

Из уравнения (6) следует, что при $U = 0$ (короткозамкнутый преобразователь) и $U = U_0$ (разомкнутая внешняя цепь, $i = 0$) электронный кпд равен нулю. Так же очевидно, что с увеличением $\varphi_а$ $\eta_э$ в области II уменьшается [уравнение (8)] и не зависит от $\varphi_а$ в области I (7). Характер изменения $\eta_э = \eta(U)$ по уравнениям (7) и (8) непосредственно выявить затруднительно. Для простоты рассмотрения сначала целесообразно провести подобный анализ при упрощающем допущении $i_а = 0$. Тогда (6) принимает вид

$$\eta_э = \frac{U}{\Phi_к + \frac{2\varkappa}{\varepsilon} T_к}. \qquad (9)$$

Из (9) следует, что в первой области ($U \leqslant \varphi_к - \varphi_а$) зависимость электронного кпд от выходного напряжения преобразователя представляет собой линейные функции, изображенные на рис. 5 прямыми линиями с углом наклона $\alpha = \operatorname{arc\,tg} \dfrac{1}{\varphi_к + \dfrac{2\varkappa T_к}{\varepsilon}}$. Во второй области ($U \geqslant \varphi_к - \varphi_а$) эта зависимость выражается выпуклой кривой, асимптотически приближающейся к $\eta_э = 1$. Поскольку при $\varphi_к = \varphi_а$ ширина области I (по U) равна нулю, то кривая $\eta_э = \eta(U)$ для этого случая является объемлющей для всех кривых $\eta_э$ с $\varphi_к \neq \varphi_а$. Последнее обстоятельство приводит к выводу, что при фиксированных значениях $T_к$, $T_а$, $\varphi_а$ и различных значениях $\varphi_к$ ни один преобразователь не может иметь электронный кпд, больший, чем в случае, когда $\varphi_к = \varphi_а$.

Покажем, что принятое допущение ($i_а = 0$), влияя на характер протекания кривой $\eta_э = \eta(U)$, не вносит никаких изменений в высказанное выше утверждение. Как видно из уравнения (8), протекание $\eta_э$ по U области II не зависит от $\varphi_к$. Поэтому кривая $\eta_э$ по U преобразователя с $\varphi_к = \varphi_а$ совпадает с кривой $\eta_э$ любого преобразователя с $\varphi_к \neq \varphi_а$ во второй области. Из уравнений (7) и (8) можно заключить, что пренебрежение током с анода ($i_а$) приводит к завышению кпд во всем диапазоне изменения U, тем большему, чем больше U. Это иллюстрируется рис. 6 для случаев $\varphi_к = \varphi_а$ и $\varphi_к > \varphi_а$. Из рис. 6 видно, что в области I кривая $\eta_э = \eta(U)$ при $\varphi_к > \varphi_а$ проходит ниже аналогичной кривой при $\varphi_к = \varphi_а$ как в случае $i_а = 0$, так и в случае $i_а \neq 0$.

ВЫВОДЫ

1. При прочих равных условиях наибольшие значения удельной мощности и электронного кпд могут быть достигнуты при минимальных работах выхода анода $\varphi_а$.

2. Преобразователь, обладающий равными работами выхода анода и катода при фиксированных значениях $\varphi_а$, $T_к$ и $T_а$, обеспечивает как наибольшую удельную мощность, возможную при этих параметрах, так и наивысший электронный кпд. Кроме того, при $\varphi_к = \varphi_а$ достигается максимальное значение тока короткого замыкания.

3. Преобразователи, у которых $(\varphi_к - \varphi_а) \leqslant \sim \varkappa T_к/\varepsilon$,* могут также обеспечить наибольшую удельную мощность, однако при этом достигается меньшая величина тока короткого замыкания. Все преобразователи с $(\varphi_к - \varphi_а) > \varkappa T_к/\varepsilon$ не обеспечивают максимальной удельной мощности.

4. Сложившееся мнение о принципиальной необходимости иметь существенную разницу в работах выхода электродов преобразователя не соответствует сущности явления и, по-видимому, может быть объяснено отсутствием необходимых катодных материалов с малой работой выхода при больших эксплуатационных температурах.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Ансельм, Термоэлектронный вакуумный термоэлемент, Изд. АН СССР, 1951.
2. Л. Н. Добрецов, ЖТФ, 1960, **30**, 4.
3. H. F. Webster, J. Appl. Phys., 1959, **30**, 4, 488.
4. V. C. Wilson, J. Appl. Phys., 1959, **30**, 4, 475.
5. J. M. Houston, J. Appl. Phys., 1959, **30**, 4, 481.
6. Г. Герман, С. Вагенер, Оксидный катод, ГТИ, 1949.

Поступила в редакцию
21 V 1960

* Расчет показывает, что при всех возможных значениях $T_а$, $T_к$, $\varphi_а$ множитель при $\varkappa T_к/\varepsilon$ в правой части равенства (5) достаточно близок к единице.

ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

К ВОПРОСУ О РОЛИ КОНТАКТНОЙ РАЗНОСТИ ПОТЕНЦИАЛОВ ПРИ ТЕРМОЭЛЕКТРОННОМ ПРЕОБРАЗОВАНИИ ЭНЕРГИИ

В связи с помещенной в настоящем номере журнала(см. стр. 2046) статьей В. Гродко, В. Золотаревского, Б. Маркарьяна и И. Рубановича я хотел бы отметить следующее.

Вопрос, затронутый в статье указанных авторов, не является новым, равно как и полученные при этом результаты; так, например, в нашей статье [1] был также затронут вопрос о влиянии контактной разности потенциалов $U_к = \varphi_к - \varphi_а$ при $\varphi_к \geqslant \varphi_а$ ($\varphi_к$ и $\varphi_а$ — работы выхода электрона из катода и анода соответственно) на выходные параметры термоэлектронного преобразователя энергии. В этой статье было указано, что при непрерывном уменьшении величины $\varphi_к$ в пределах $\varphi_к \geqslant \varphi_а$ при постоянной температуре катода $T_к$, т. е. соответствующем росте короткозамкнутого катодного тока I_0, имеет место: 1) постоянство эдс преобразователя, 2) уменьшение оптимального выходного напряжения преобразователя $U_п \simeq (U_к + U_0)$, где $U_0 = \frac{kT_к}{e}$, 3) увеличение выходной, удельной по катоду, мощности преобразователя $W_к = IU_п$ и 4) прохождение через максимум при $U_к > 0$, т. е. $\varphi_к > \varphi_а$, энергетического кпд преобразователя $\eta = \frac{W_к}{I(\varphi_к + U_0) + W_р}$ (последний вопрос рассмотрен подробно, например, в работе [2]). Кстати, именно энергетическим кпд определяется, естественно, качество преобразователя, а не электронным, который по данным указанных авторов может достигать единицы, т. е. быть даже больше кпд Карно. Таким образом, действительно при $U_к = 0$, т. е. $\varphi_к = \varphi_а$, катодный ток I_0 достигает своего максимального предела, а выделяемая им удельная мощность оказывается равной $W_к = I_0 U_п e^{-\frac{eU_п}{kT_к}}$.

При заданном I_0 эта мощность достигает своего максимума, равного $W_{кm} = \frac{I_0}{2{,}72}\frac{kT_к}{e}$ при весьма малом $U_п = \frac{kT_к}{e} \simeq 0{,}2$ *в*, которое для практического использования является весьма малопригодным. Повышение же величины $U_п$ без снижения $W_к$ требует дальнейшего и резкого увеличения короткозамкнутого катодного тока $I_0 = \frac{W_к}{U_п} e^{\frac{eU_п}{kT_к}}$, т. е. создания катода с исключительно большой (см. ниже)эмиссией и приемлемым сроком службы, сочетающего низкое $\varphi_к$ с высокой рабочей температурой $T_к$. Последнее же, как показывает многолетняя практика разработки катодов для мощных электронных ламп, является очень трудным делом и, вероятно, не очень близкого будущего. Все указанное представлялось настолько очевидным, что никто этого в прошлом не считал необходимым специально подчеркивать. Кстати, требования к катодам преобразователей по условиям режима работы, размеров, взаимозаменяемости и т. д. гораздо более высоки, чем требования к катодам мощных электронных ламп.

Для иллюстрации изложенного приведем следующий пример. В нашей работе [3], используя ThC_2-катод, для которого $U_к \simeq 1{,}6$ *в*, мы без большого труда получили преобразование со следующими данными: $T_к = 2100°$ К, $I_0 = 19$ *а/см*², $W_к = 16$ *вт/см*² и $U_п = 1{,}1$ *в*. С другой стороны, для получения тех же значений $W_к$ и $U_п$ при $U_к = 0$ потребовался бы уже катод с $I_0 = \frac{16}{1{,}1} e^{1{,}1/0{,}18} \simeq 6300$ *а/см*² (!), т. е. с такой огромной эмиссией, о которой в настоящее время можно только мечтать. В силу этой причины в настоящее время и принято считать, как это справедливо указывается в литературе (см. обзоры [4]), что в настоящем и ближайшем бу

ущем реальное создание преобразователей с приемлемыми выходными парамеорами будет связано, в основном, с использованием контактной разности поенциалов $U_к > 0$ (т. е. $\varphi_к \geq \varphi_а$); кроме того, именно этот случай $U_к > 0$ дает сегда гораздо больший энергетический кпд [2]. Все же вопрос о низкотемпературном преобразовании с применением катодов с малыми $\varphi_к$ и, вероятно, отдельым источником ионов (для нейтрализации электронного пространственного заряда) акже заслуживает большого внимания, как это и было отмечено и рассмотрено работе [1].

ЛИТЕРАТУРА

. Н. Моргулис, Ю. Корчевой, Ю. Чутов, ЖТФ (в печати).
K. Hernquist, M. Kanefsky, F. Norman, RCA Rev., 1958, 19, 244.
Н. Моргулис, Ю. Корчевой, Атомная энергия, 1960, 9, 49.
Н. Моргулис, Успехи физ. наук, 1960, 70, 679; Л. Добрецов, ЖТФ, 1960, 30, 365.

Н. Д. Моргулис

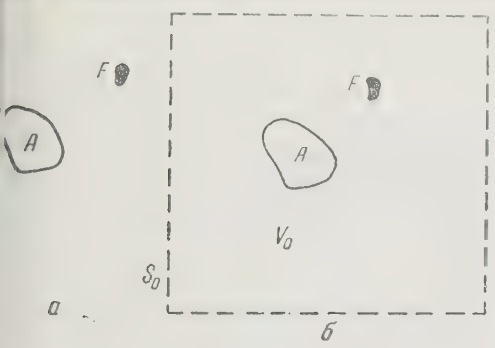
Киевский государственный
университет им. Т. Г. Шевченко

Поступило в редакцию
20 VI 1960

О МЕТОДЕ СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ ВНЕШНЕЙ ЗАДАЧИ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Метод собственных функций, широко применяемый к внутренним задачам прикладной электродинамики, по нашему мнению, в настоящее время практически интересен как ближайшее средство для расчета реальных устройств радиотехники СВЧ на электронных вычислительных машинах. С этой точки зрения автором были рассмотрены [1, 2] полые системы с анизотропными телами. Одним из важных достоинств метода является возможность исходной постановки задачи без какой-либо идеализации формы и размеров исследуемой системы.

Весьма желательно поэтому распространить метод собственных функций на внешние, дифракционные задачи электродинамики. Обычно в этих задачах идеализация формы является необходимым моментом самой их постановки (например, в простейшем случае вместо ограниченного цилиндра берется эллипсоид и т. п.). Естественно, что очень многие практически важные антенные устройства, не допускающие подходящей идеализации, остаются вне обычных методов решения внешней задачи.



Для применения метода собственных функций к дифракционной задаче (рис. 1, *а*; *A*—некоторое тело и *F* — источник) предлагается вводить искусственное ограничение ешнего пространства оболочкой (S_0 на рис. 1,*б*), форма которой мо-ет быть наиболее простой (например, поверхность куба). Возбуждаемое источником оле разлагается по собственным функциям возникшей области V_0. По мере расширеия области уменьшается влияние ее границы на процесс, и, начиная с какого-то омента, решение будет достаточно мало отличаться от истинного (в отсутствие аницы). Сам принцип искусственного ограничения области и, соответственно, пеход к дискретному спектру известен в квантовой механике («нормировка в ящи»).

Вопрос о подходящем выборе качества границы существен, так как чрезмер расширение области V_0 нежелательно по вычислительным мотивам. Применение иде-

ально проводящей границы (с введением малого поглощения в области) и, соответственно, собственных функций E-задачи, видимо, менее благоприятно, чем использование системы, содержащей функции E-и H задач одновременно. Последнее в известной мере аналогично случаю периодических граничных условий квантовой механики.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Никольский, Исследование полых систем с анизотропными областями методом собственных функций. Ч. I. Резонатор, Радиотехника и электроника, 1960, 5, 11, 1802.
2. В. В. Никольский, Исследование полых систем с анизотропными областями методом собственных функций. Ч. II. Волноводный трансформатор, Радиотехника и электроника, 1960, 5, 12, 1960.

В. В. Никольский

Поступило в редакцию
4 IV 1960

1960 № 12

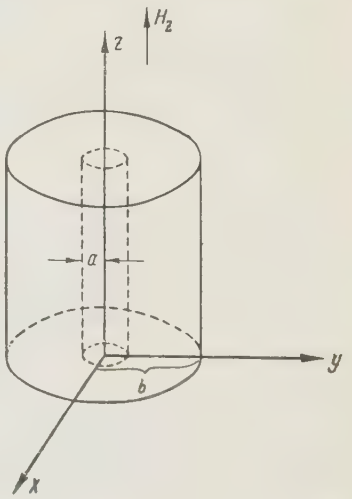
КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

ВЛИЯНИЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ И РАЗМЕРОВ ФЕРРИТА НА ШИРИНУ РЕЗОНАНСНОЙ КРИВОЙ

А. Л. Микаэлян, А. А. Васильев, Ю. Г. Турков

Как известно, полуширина резонансной кривой ΔH (или $\Delta\omega$) является одной из важнейших характеристик феррита. Для небольших образцов, обычно применяемых на практике, величина ΔH определяется в основном магнитными потерями феррита и слабо зависит от его диэлектрических свойств.

Тем не менее исследование влияния диэлектрических потерь и размеров ферритового образца на ширину линии поглощения может представлять определенный интерес, особенно для ферритов с узкой резонансной кривой. Такое исследование, очевидно, нельзя провести квазистатическим путем. В то же время строгое электродинамическое решение задачи наталкивается на значительные математические трудности. В настоящей работе рассмотрена система, состоящая из цилиндрического резонатора с колебаниями типа $E_{n\,10}$ и коаксиального продольно намагниченного ферритового стержня (рисунок). Для такой системы влияние размеров образца на ширину резонансной кривой в феррите может быть учтено строго. Характеристическое уравнение для рассматриваемой системы имеет вид (для равнополяризованных колебаний) [1]



$$ak_\perp \frac{\mu_0}{\mu_\perp} \frac{J_1'(ak_\perp)}{J_1(ak_\perp)} + \frac{k}{\mu}\frac{\mu_0}{\mu_\perp} = ak_0 \frac{C_1'(ak_0)}{C_1(ak_0)}, \qquad (1)$$

где

$$C_1(ak_0) = J_1(ak_0) - \frac{J_1(bk_0)}{N_1(bk_0)} N_1(ak_0);$$

a и b — радиусы ферритового стержня и резонатора, соответственно; μ и κ — составляющие тензора магнитной проницаемости феррита; $\mu_\perp = (\mu^2 - k^2)/\mu$; $k_\perp = \omega\sqrt{\varepsilon\mu_\perp}$; $k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$. Ограничимся рассмотрением случая, когда частота ферромагнитного резонанса далека от собственной частоты резонатора.

В этом случае для тонких ферритовых стержней уравнение (1) преобразуется к следующему виду [1]:

$$\mu - k + \mu_0(1+\beta) = 0, \qquad (2)$$

где

$$\beta = (ak_0)^2\left[0{,}25\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} + \ln\frac{2}{\gamma ak_0} + \frac{\pi}{2}\frac{N_1(bk_0)}{J_1(bk_0)}\right] \quad (\beta \ll 1);$$

γ — постоянная Эйлера, $\ln\gamma = 0{,}577\ldots$.

Подставляя в (2) выражения для μ и k через частоту ω, подмагничивающее поле H_0 и намагниченность насыщения $4\pi M$, получим

$$\omega_M + (2+\beta)(\omega_0 - \omega) = 0. \qquad (3)$$

Здесь, как обычно, $\omega_M = 4\pi\gamma M$, $\omega_0 = \gamma H_0$.

Для того чтобы учесть потери, положим

$$\omega = \omega' - j\omega'', \quad \omega_0 = \omega_0' + j\Delta\omega_0, \quad \Delta\omega_0 = \gamma\Delta H_0, \quad \beta = \beta' - j\beta'', \quad \varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon''. \qquad (4)$$

Отделяя действительную и мнимую части (3), имеем

$$\omega_M + (2+\beta')(\omega_0' - \omega') + \beta''(\Delta\omega_0 + \omega'') = 0,$$

$$(2+\beta')(\Delta\omega_0 + \omega'') - \beta''(\omega_0' - \omega') = 0,$$

$$\beta' \simeq (ak_0')^2 \left[0{,}25\,\frac{\varepsilon'}{\varepsilon_0} + \ln\frac{2}{\gamma ak_0'} + \frac{\pi}{2}\,\frac{N_1(bk_0')}{J_1(bk_0')} \right]$$

$$\beta'' \simeq (ak_0')^2 \left[\frac{\omega''}{\omega'}\,\alpha + 0{,}25\,\frac{\varepsilon''}{\varepsilon_0} \right],$$

$$\alpha = 0{,}5\,\frac{\varepsilon'}{\varepsilon_0} + 2\ln\frac{2}{\gamma ak_0'} - 1 + \pi\,\frac{N_1(bk_0')}{J_1(bk_0')} -$$

$$- \frac{\pi}{2}\,bk_0'\,\frac{N_1(bk_0')}{J_1(bk_0')} \left[\frac{J_0(bk_0')}{J_1(bk_0')} - \frac{N_0(bk_0')}{N_1(bk_0')} \right], \qquad (5)$$

откуда

$$\omega' \simeq \omega_0 + \frac{\omega_M}{2} - \frac{\omega_M}{4}\,\beta',$$

$$\omega'' \simeq - \frac{\Delta\omega_0 + (ak_0')^2\,\dfrac{\varepsilon''}{\varepsilon_0}\,\dfrac{\omega_M}{16}}{1 + \alpha\,\dfrac{\omega_M}{4\omega'}\,(ak_0')^2}, \qquad (6)$$

ω'' представляет собой коэффициент затухания собственных колебаний в феррите. Полуширина резонансной кривой связана с ω'' следующим образом:

$$\Delta H = \frac{\Delta\omega}{\gamma} = -\frac{\omega''}{\gamma} = \frac{\Delta H_0 + (ak_0')^2\,\dfrac{\varepsilon''}{\varepsilon_0}\,\dfrac{4\pi M}{16}}{1 + \alpha\,\dfrac{\omega_M}{4\omega'}\,(ak_0')^2}. \qquad (7)$$

Как видно, ширина резонансной кривой ферритового стержня зависит от его ди электрических свойств, намагниченности насыщения и размеров. Диэлектрически потери увеличивают ширину кривой тем больше, чем толще стержень. Так, например для ферритового стержня с параметрами

$$a = 0{,}1\ см, \quad \frac{\varepsilon''}{\varepsilon_0} = 2\cdot 10^{-2}, \quad 4\pi M = 3000\ гс$$

при длине волны $\lambda = 3\ см$ приращение ширины резонансной кривой, вызванное ди электрическими потерями, составляет 0,165 *эрс*. Такая величина может быть замет для ферритов с узкой резонансной кривой ($\Delta H \simeq 1\ эрс$). В заключение отметим, чт формула (6) для резонансной частоты однородной прецессии отличается от соответ ствующих результатов Артмана [2]. Это объясняется, по-видимому, тем обстоятел ством, что Артман искал точное решение только для области внутри феррита, сч тая внешнее поле статическим.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Л. Микаэлян, А. К. Столяров, А. А. Васильев, Исследовани спектра собственных колебаний резонатора с намагниченным ферритом, Радио техника и электроника, 1960, 5, 1, 27.
2. J. Artman, Effect of size on microwave properties of ferrite rods, disks an spheres, J. Appl. Phys., 1957, 28, 1, 92.

Поступило в редакцию
21 IV 1960

ЩЕЛЕВАЯ АНТЕННА С ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ НА КРУГЛОМ ВОЛНОВОДЕ В РЕЖИМЕ ПРИЕМА

Ю. В. Шубарин, Т. Н. Анищенко

В [1] исследован волноводно-щелевой излучатель с вращающейся поляризацией а круглом волноводе в режиме передачи. В настоящем сообщении этот излучатель ассмотрен в режиме приема волны с линейной поляризацией.

Выведем некоторые приближенные соотношения, характеризующие излучатель режиме приема линейно-поляризованной волны. Пусть направление прихода олны совпадает с нормалью к стенке волновода в точке расположения центра рестообразной щели (рис. 1). Разложим магнитный вектор падающей волны на ртогональные составляющие $H_{\varphi\,\text{пад}}$ и $H_{z\,\text{пад}}$, ориентированные параллельно попе-ечной (*1*) и продольной (*2*) щелям.

Поперечная щель (*1*) возбуждает внутри волновода волну $H_{11}^{(1)}$, плоскость поля-изации которой проходит через центр щелей, а продольная щель (*2*) — волну $r_{11}^{(2)}$ с плоскостью поляризации, перпендикулярной направлению на центр щелей. олны $H_{11}^{(1)}$ и $H_{11}^{(2)}$ сдвинуты по фазе друг относительно друга на 90°, поэтому ре-ультирующая волна эллиптически поляризована, причем направления полуосей оляризационного эллипса лежат в плоскостях поляризации волн $H_{11}^{(1)}$ и $H_{11}^{(2)}$.

Направления вращения волн, движущихся в круглом волноводе влево и вправо г щели, противоположны.

Ориентация плоскости поляризации принимаемой волны определяется углом ε, тсчитываемым от перпендикуляра к продольной оси волновода. При изменении нака этого угла меняется направление вращения поля, возбуждаемого в круглом олноводе. Коэффициент равномерности поля равен

$$r = \frac{H_{\varphi m}^{(1)}}{H_{\varphi m}^{(2)}}. \tag{1}$$

Если размеры щелей настолько малы, что кривизна поверхности волновода еще казывается незначительно, то из граничных условий для магнитного вектора в ще-ях снаружи и внутри волновода имеем

$$H_{\varphi\,\text{пад}} = H_{\varphi m}^{(1)}, \qquad H_{z\,\text{пад}} = H_{zm}^{(2)}.$$

огда

$$\frac{H_{\varphi m}^{(1)}}{H_{zm}^{(2)}} = \frac{H_{\varphi\,\text{пад}}}{H_{z\,\text{пад}}} = \operatorname{tg}\varepsilon \tag{2}$$

де ε — угол между $\bar{E}_{\text{пад}}$ и ортом $\bar{\varphi}^0$.

Отношение максимальных значений амплитуд составляющих магнитного вектора а стенке волновода равно

$$\frac{H_{\varphi m}^{(1)}}{H_{zm}^{(1)}} = \frac{H_{\varphi m}^{(2)}}{H_{zm}^{(2)}} = \frac{1}{\nu}\sqrt{\left(\frac{2\pi a}{\lambda\nu}\right)^2 - 1}, \tag{3}$$

де a — радиус волновода; $\nu = 1{,}841$ — первый корень производной функции Бесселя; — длина волны; φ — полярный угол в поперечном сечении волновода.

Используя (1), (2) и (3), находим приближенное выражение для коэффициента авномерности поля, возбуждаемого в волноводе:

$$r = \frac{H_{\varphi m}^{(1)}}{H_{\varphi m}^{(2)}} = \frac{\operatorname{tg}\varepsilon}{\frac{1}{\nu}\sqrt{\left(\frac{2\pi a}{\lambda\nu}\right)^2 - 1}}. \tag{4}$$

Если возбуждается поле с круговой поляризацией, то положение плоскости оляризации принимаемой волны определяется уравнением

$$\operatorname{tg}\varepsilon_0 = \frac{1}{\nu}\sqrt{\left(\frac{2\pi a}{\lambda\nu}\right)^2 - 1} = \operatorname{ctg}\varphi_0, \tag{5}$$

ледовательно, $\varepsilon_0 = 90° - \varphi_0$, где φ_0 — угол, при котором крестообразная щель излучает оле с круговой поляризацией в режиме передачи.

При $|\varepsilon| < |\varepsilon_0|$ большая полуось эллипса проходит через направление на цен щелей (угол ориентации $\beta = 0$), а при $|\varepsilon| > |\varepsilon_0|$ — перпендикулярна этому направл нию ($\beta = 90°$).

При приеме кругополяризованного поля со стороны открытого конца круглого во новода крестообразная щель излучает линейно-поляризованное поле, плоскость пол ризации которого составляет угол $\pm \varepsilon_0$ с перпендикуляром к продольной оси волн вода в зависимости от направления вращения поля.

Рис. 1. Разложение падающей волны на составляющие

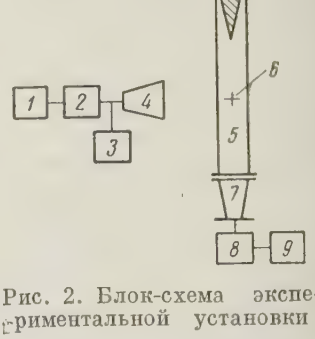


Рис. 2. Блок-схема экспериментальной установки

Если принимаемое поле эллиптически поляризовано, причем одна из полуосей э липса совпадает с направлением на середину щели, то излучаемое поле линейно пол ризовано. Величина угла в этом случае определяется коэффициентом равномерности, а знак — направлением вращения поля.

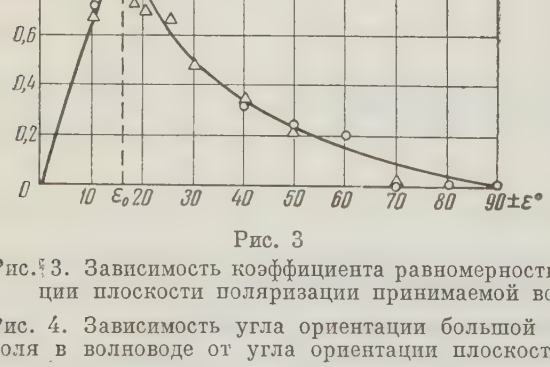


Рис. 3

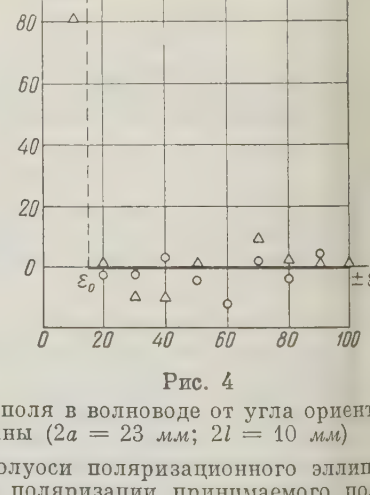


Рис. 4

Рис. 3. Зависимость коэффициента равномерности поля в волноводе от угла ориент ции плоскости поляризации принимаемой волны ($2a = 23$ *мм*; $2l = 10$ *мм*)

Рис. 4. Зависимость угла ориентации большой полуоси поляризационного эллип поля в волноводе от угла ориентации плоскости поляризации принимаемого по

Для исследования излучателя в режиме приема использовалась установка (рис. состоящая из генератора *1*, модулированного импульсами прямоугольн формы, аттенюатора *2*, волномера *3*, линейно-поляризованной рупорной антенны отрезка круглого волновода *5* с крестообразной щелью *6*, нагруженного на согл сованную нагрузку, перехода с круглого волновода к прямоугольному стандартно волноводу *7*, детекторной секции *8* и измерительного усилителя *9*. Крестообразн щель была прорезана в секции круглого волновода диаметром 23 *мм*. Длина щели с ставляла 10 *мм*, ширина 1,5 *мм*.

Методика эксперимента состояла в следующем.

Угол ориентации ε плоскости поляризации принимаемого поля задавался повор том рупора *4*. Поляризация поля, возбуждаемого в круглом волноводе, анализиро лась вращением перехода *7* вместе с детекторной секцией *8* вокруг продольной о волновода *5*.

Экспериментально полученные зависимости коэффициента равномерности поля и угла ориентации большой полуоси β от угла ε между плоскостью поляризац принимаемого поля и ортом $\bar{\varphi}^0$ показывают достаточно хорошее совпадение с теор тическими кривыми, рассчитанными по формулам (4) и (5). В качестве примера на рис.

4 приведены результаты, полученные на частоте $f = 8670$ *Мгц*. Из рис. 3 видно, что и повороте плоскости поляризации принимаемого поля как по часовой стрелке ($+\varepsilon$, ужки), так и против нее ($-\varepsilon$, треугольники) относительно перпендикуляра к прольной оси волновода максимальный коэффициент равномерности порядка 0,9 дотигается при угле, близком к расчетному $\varepsilon_0 = 17°$.

Угол ориентации β большой полуоси эллипса, отсчитываемый от плоскости, продящей через ось волновода и центр щелей, скачком изменяется на 90° также при ле, близком к $\varepsilon_0 = 17°$, что хорошо видно из рис. 4.

Отличие экспериментальных данных от теоретических объясняется главным разом отражениями от нагрузки.

Из приведенных выше результатов можно сделать вывод о возможности использования рассмотренного излучателя как в качестве поляризатора, позволяющего преобразывать в диапазоне частот линейно-поляризованное поле в поле любой поляризации, к и в качестве поляриметра.

ЛИТЕРАТУРА

Ю. В. Шубарин, Т. Н. Анищенко, Радиотехника и электроника, 1960, 5, 3, 518.

Поступило в редакцию
3 V 1960

ВЛИЯНИЕ ОТРАЖЕНИЙ НА РАБОТУ ЛАМПЫ ОБРАТНОЙ ВОЛНЫ

В. Н. Шевчик, Ю. Д. Жарков

В ряде работ [1, 2, 3, 4] проведен анализ лампы обратной волны в приближении данного поля. Метод заданного поля, отличаясь значительной простотой и наглядностью, легко позволяет провести расчет стартовых условий и кпд лампы обратной олны с учетом пространственного заряда и распределенного затухания. Кроме того, этот тод позволяет учесть ряд новых эффектов (например, влияние несинхронных гармик на стартовые условия ЛОВ), обычно не рассматриваемых ввиду сложности задачи.

В настоящем сообщении на основе метода заданного поля приведено рассмотрение жного в практических условиях вопроса о влиянии отражений от концов замедляюей системы на работу лампы.

Наличие отражений от обоих концов замедляющей системы аналогично введению ложительной или отрицательной обратной связи. С учетом отражений условие генеции лампы обратной волны можно записать в виде

$$\rho G = 1, \tag{1}$$

де

$$\rho = r_к r_п e^{j(\psi_к + \psi_п + 2\beta L)} = re^{j\psi};$$

r, $r_п$, $\psi_к$, $\psi_п$ — соответственно модули и фазы коэффициентов отражений от коллекрного и катодного концов лампы; L — длина замедляющей системы; β — постоянная распространения; G — коэффициент усиления ЛОВ.

В приближении заданного поля коэффициент усиления лампы обратной волны писывается следующим образом:

$$G = \frac{E_1}{E_1 + E_2},$$

де E_1 — амплитуда поля на выходе лампы; E_2 — амплитуда «вторичного» поля, язанного с взаимодействием электронного потока с «первичной волной». Для велины E_2 имеем выражение [5]

$$E_2 = -jE_1(\beta CL)^3 \frac{v_\Phi}{v_0}\left[\frac{4\sin\frac{\Phi_0}{2} - 2\Phi_0\cos\frac{\Phi_0}{2}}{\Phi_0^3}\right] e^{-j\frac{\Phi_0}{2}};$$

$$1/G = 1 - j(\beta CL)^3 \frac{v_\Phi}{v_0}\left[\frac{4\sin\frac{\Phi_0}{2} - 2\Phi_0\cos\frac{\Phi_0}{2}}{\Phi_0^3}\right] e^{-j\frac{\Phi_0}{2}}.$$

Тогда из соотношения (1) стартовые условия ЛОВ с учетом отражений определятся в виде

$$\Phi_0 = 2 \operatorname{arc\,tg} \frac{r\cos\psi - 1}{r\sin\psi}, \tag{2}$$

$$I_{ст} = I_{ст0}\sqrt{1 - 2r\cos\psi + r^2}, \tag{3}$$

$I_{ст0}$ — стартовый ток без учета отражений. Анализ соотношений (2) и (3) приводит к тем же результатам для стартового тока и частоты, которые получены в рамках строгой линейной теории лампы обратной волны с учетом отражений на основе численных расчетов [6].

Формулы (2) и (3) совпадают с подобными соотношениями, полученными в работе [7] на основе метода Гундлаха [8].

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Н. Шевчик, Радиотехника и электроника, 1958, 3, 6, 847.
2. В. Н. Шевчик, В. С. Стальмахов, Радиотехника и электроника, 1957, 2, 2, 230.
3. В. Н. Шевчик, Ю. Д. Жарков, Радиотехника и электроника, 1957, 2, 2, 237.
4. В. Н. Шевчик, Основы электроники СВЧ, Изд. Советское радио, 1959.
5. В. Н. Шевчик, Радиотехника и электроника, 1959, 4, 1, 147.
6. P. Palluel, A. Goldberger, Proc. I. R. E., 1956, 44, 3, 333.
7. G. Bolz, Nachrichtentechn. Z., 1959, 3, 120.
8. F. Gundlach, Nachrichtentechn. Z., 1957, 10, 265.

Поступило в редакцию
25 VI 1960

ТЕНЗОР ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ПЛАЗМЫ С ПУЧКОМ

М. А. Гинцбург

В настоящем сообщении вычислены по формуле Шафранова [1, 2] составляющие электрической проницаемости плазмы с пучком (в магнитном поле), причем были сделаны следующие предположения.

1. Плазма описывается максвелловской функцией распределения скоростей.

2. Сквозь плазму пролетает пучок заряженных частиц (ионов и электронов). Пучок предполагается безграничным, распределение скоростей в нем также максвелловское:

$$f_{0,n}(V) = C\exp\left\{-\frac{\left[(v_z - u)^2 + v_x^2 + v_y^2\right]}{s^2}\right\},$$

где u — направленная скорость пучка; $s = \sqrt{\frac{2\varkappa T}{m}}$ — тепловая скорость ионов (электронов) пучка.

3. Внешнее магнитное поле H_0 — однородное, $H_0 \parallel 0z$, $u \parallel H_0$.

Введем следующие обозначения: $\omega_{H,\,l} = \frac{eH_0}{m_l c}$ — ларморова частота, ω_1 — комплексная частота волны ($\omega = \omega_1 + i\gamma$, ω_1 — частота, γ — инкремент), N_l — концентрация частиц l-сорта, T_l — их кинетическая температура, u_l — скорость направленного движения, k — волновой вектор ($E,\ H \sim e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$, $\vec{k}\{k_x, 0, k_z\}$). Индексы $l = 1$ и $l = 2$ относятся, соответственно, к электронам и ионам пучка, индексы $l = 3$ и $l = 4$ — к электронам и ионам плазмы, $\omega_{0,\,l} = \sqrt{\frac{4\pi e^2 N_l}{m_l}}$ — плазменная частота, $\lambda = \frac{k_x s_l}{\omega_{H,\,l}}$, $W(z) = e^{-z^2}\left(1 + \frac{2i}{\sqrt{\pi}}\int_0^z e^{t^2}dt\right)$ — интеграл вероятности (таблицы $W(z)$ см. [3]). Обозначим через $F_n(\lambda)$, $\Phi_n(\lambda)$ и $\Psi_n(\lambda)$ следующие три функции веще-

ственного аргумента λ:

$$F_n(\lambda) = 2e^{-\lambda^2/2} I_n(\lambda^2/2), \quad \Phi_n(\lambda) = 4\int_0^\infty t^2 e^{-t^2} J_n(\lambda t) J_n'(\lambda t)\, dt = 2\frac{dF_n}{d\lambda},$$

$$\Psi_n(\lambda) = 4\int_0^\infty t^3 e^{-t^2} J_n'^2(\lambda t)\, dt. \tag{1}$$

Используя разложение $e^{-i\alpha\sin\psi} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\alpha) e^{-in\psi}$, находим из формулы (5) работы [2] следующие выражения для $\varepsilon_{\alpha\beta}$:

$$\varepsilon_{xx} = 1 + i\sqrt{\pi}\,\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\,\frac{\omega - uk_z}{sk_z}\sum_n \frac{F_n(\lambda)}{\lambda^2} W(z_n) n^2, \tag{2}$$

$$\varepsilon_{xy} = -\varepsilon_{yx} = \sqrt{\pi}\,\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\,\frac{\omega - uk_z}{sk_z}\sum \frac{\Phi_n(\lambda)}{\lambda} W(z_n) n, \tag{3}$$

$$\varepsilon_{xz} = \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\,\frac{\omega}{sk_z}\sum \frac{n}{\lambda} F_n(\lambda)\left[1 + i\sqrt{\pi}\,\frac{\omega - uk_z}{\omega sk_z}(\omega - n\omega_H) W(z_n)\right], \tag{4}$$

$$\varepsilon_{yy} = 1 + i\sqrt{\pi}\,\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\,\frac{\omega - uk_z}{sk_z}\sum \Psi_n(\lambda) W(z_n), \tag{5}$$

$$\varepsilon_{zx} = \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\,\frac{\omega - uk_z}{sk_z}\sum \frac{n}{\lambda} F_n(\lambda)\left[1 + i\sqrt{\pi}\,\frac{\omega - n\omega_H}{sk_z} W(z_n)\right], \tag{6}$$

$$\varepsilon_{zy} = -\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\,\frac{\omega - uk_z}{sk_z}\sum \Phi_n(\lambda)\left[1 + i\sqrt{\pi}\,\frac{\omega - n\omega_H}{sk_z} W(z_n)\right], \tag{7}$$

$$\varepsilon_{yz} = i\,\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\,\frac{\omega}{sk_z}\sum \Phi_n(\lambda)\left[1 + i\sqrt{\pi}\,\frac{\omega - uk_z}{\omega sk_z}(\omega - n\omega_H) W(z_n)\right], \tag{8}$$

$$\varepsilon_{zz} = 1 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\,\frac{\omega}{sk_z}\sum F_n(\lambda)\left\{\frac{\omega - n\omega_H\left(\dfrac{\omega - uk_z}{\omega}\right)}{sk^z} + i\sqrt{\pi}\,\frac{(\omega - n\omega_H)^2}{(sk_z)^2}\,\frac{(\omega - uk_z)}{\omega} W(z_n)\right\}. \tag{9}$$

Суммирование по n производится от $-\infty$ до $+\infty$. Знак суммирования по $l\left(\sum_{l=1}^{l=4}\right)$ опущен. Очевидно, что формулы (1) — (9) справедливы для плазмы с любым числом пучков (летящих, однако, вдоль магнитного поля H_0). Общие формулы (1)—(9) могут быть использованы при решении ряда таких радиофизических и радиотехнических задач, как расчет плазменных усилителей, расчет поглощения волн в плазме вблизи гиромагнитного резонанса, решение задачи об устойчивости плазмы с пучком, расчет возбуждения волн в ионосфере ионным реактивным двигателем и т. д., в которых элементарная теория недостаточна и необходимо учитывать тепловое движение частиц плазмы. При $T \to 0$ формулы (1) — (9) переходят в формулы элементарной теории (ε_{yz}, ε_{zy}, ε_{xz}, $\varepsilon_{zx} \to 0$, $\varepsilon_{yy} \to \varepsilon_{xx}$), при $u \to 0$ — в выражения для $\varepsilon_{\alpha\beta}$, полученные Степановым и Ситенко [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Д. Шафранов, Физика плазмы, 1958, 4, 416.
2. Р. З. Сагдеев, В. Д. Шафранов, Тр. 2-й Женевской конференции, I, 1959, стр. 202.

3. В. И. Фадеева, Н. М. Терентьев, Таблицы значений интеграла вероятностей от комплексного аргумента, под. ред. акад. Фока, 1954.
4. А. Г. Ситенко, К. Н. Степанов, ЖЭТФ, 1956, **31**, 642.

Поступило в редакцию
1 VI 1960

ИССЛЕДОВАНИЕ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ШУМОВ СПЛАВНЫХ И ДИФФУЗИОННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ТРИОДОВ

Л. Н. Капцов, В. А. Курочкин, К. Я. Сенаторов

В лаборатории импульсных процессов кафедры теории колебаний МГУ была экспериментально исследована зависимость коэффициента шума F полупроводниковых триодов типов П1, П5, П6, П401, П402 и П403 от частоты в диапазоне 0,4 — 47 *кгц*, режима работы и величины внутреннего сопротивления источника сигналов.

Измерение проводилось методом замещения. Шум полупроводникового триода сравнивался и оценивался по уровню шума в омическом сопротивлении известной величины. Установка позволяла измерять F в пределах 1—70 *дб* с абсолютной погрешностью в области дробового шума $\pm$ 0,5 *дб*.

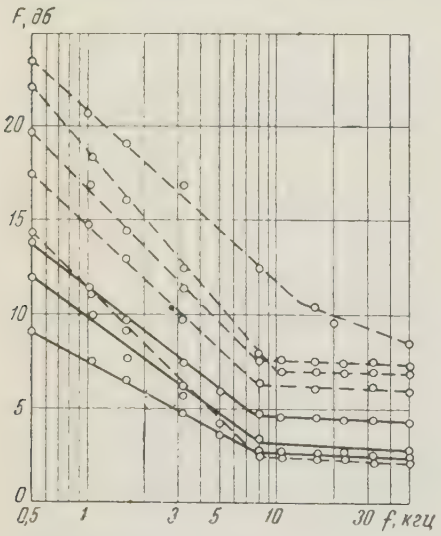


Рис. 1. Экспериментальные зависимости коэффициента шума от частоты

Было испытано по десять экземпляров триодов перечисленных выше типов. Результаты измерений зависимости коэффициента F от частоты f представлены на рис. 1, где даны характерные кривые зависимости лишь для небольшого числа испытанных триодов. Анализ кривых показал следующее.

1. Разброс в значениях и сами значения F для различных экземпляров диффузионных триодов меньше, чем для триодов сплавного типа (вывод сделан на основании значительно большего числа кривых, чем представлено на рис. 1).

2. Наклон прямых в области полупроводникового шума для диффузионных триодов меньше, чем для малошумящих сплавных триодов. Для последних кривые на рис. 1 и нижеследующих рисунках изображены пунктиром. Среднее значение показателя α в зависимости $F = 1/f^{\alpha}$ для малошумящих диффузионных триодов равно $\sim$ 0,79, тогда как α малошумящих сплавных триодов $\sim$ 1,02.

3. Граничные частоты между областями полупроводникового и дробового шумов диффузионных триодов совпадают с аналогичными частотами малошумящих сплавных триодов и лежат в пределах 3—7 *кгц*.

Зависимость коэффициента F от режима триода определялась в областях полупроводникового и дробового шумов соответственно на частотах 1 и 22 *кгц*.

На рис. 2 показаны полученные зависимости F от тока эмиттера $I_э$ при напряжении на коллекторе $U_к = -5$ *в*. В области дробового шума (кривые *1*) характер зависимости F от тока $I_э$ для диффузионных и сплавных триодов совпадает.

В области полупроводникового шума, как это следует из рис. 2 (кривые *2*), коэффициент F диффузионных триодов растет с увеличением тока $I_э$ значительно сильнее, чем F сплавных триодов. Этот результат может найти следующее объяснение. Полупроводниковый шум в триодах в основном содержит шум утечки, уровень которого растет с увеличением обратного смещения коллекторного $p-n$-перехода, и поверхностный шум, существенно возрастающий при больших токах через $p-n$-переходы. При малых токах поверхностный шум диффузионных триодов практически исчезает, а величина коэффициента F приближается к его значению в области дробового шума. При больших $I_э$ F диффузионных триодов резко возрастает. Следовательно, поверхностный шум в диффузионных триодах играет основную роль, тогда как шум утечки весьма мал. Кривая зависимости F от тока $I_э$ сплавных триодов значительно более плавная, чем для диффузионных триодов, однако

значения F в области полупроводникового шума при одинаковых токах $I_э$ всегда больше значений F в области дробового шума. Следовательно, основным в полупроводниковом шуме сплавных триодов является шум утечки. Этим, по-видимому, объясняется и меньший для диффузионных триодов наклон прямых на рис. 1.

Такая трактовка различия кривых на рис. 2 для сплавных и диффузионных триодов подтверждается при рассмотрении зависимостей коэффициента F от напряжения

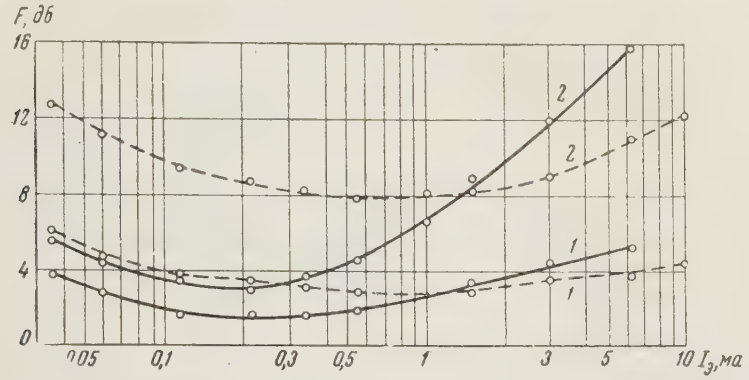


Рис. 2. Экспериментальные зависимости коэффициента шума от тока эмиттера

коллектора $U_к$. Экспериментальные кривые этих зависимостей для сплавных и диффузионных триодов, снятые на частотах 1 и 22 *кгц* при токе $I_э = 1$ *ма*, представлены соответственно на рис. 3,*а* и 3,*б*. Согласно высказанному выше предположению

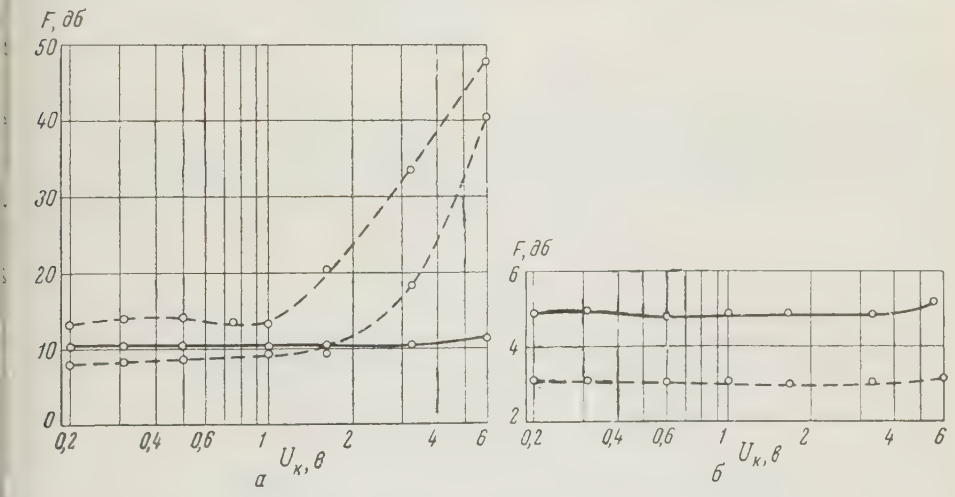


Рис. 3. Экспериментальные зависимости коэффициента шума от напряжения на коллекторе при $f = 1$ *кгц* (*а*) и $f = 22$ *кгц* (*б*)

В составе полупроводниковых шумов сплавных и диффузионных триодов коэффициент F с ростом $U_к$ значительно возрастает для сплавных, оставаясь практически постоянным для диффузионных триодов.

Согласно рис. 3,*б* коэффициент F дробового шума ($f = 22$ *кгц*) как диффузионных, так и сплавных триодов практически не зависит от $U_к$. Это объясняется тем, что уровень дробового шума почти полностью определяется уровнем инжекции носителей в базу.

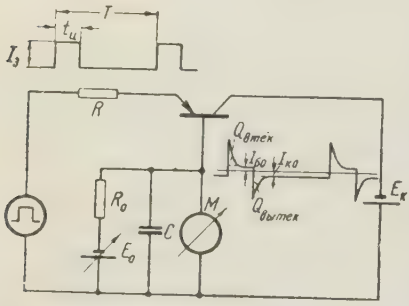
Кривые зависимости коэффициента F от внутреннего сопротивления задающего генератора R_0, снятые при $I_э = 1$ *ма* и $U_к = -5$ *в*, для сплавных и диффузионных триодов аналогичны. Оптимальные значения R_0, соответствующие минимуму F, лежат в пределах 400—1000 *ом*.

Поступило в редакцию
4 VII 1960

ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА УСИЛЕНИЯ ПО ПОСТОЯННОМУ ТОКУ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ТРИОДОВ ПРИ ТОКАХ ВЫШЕ ПРЕДЕЛЬНО ДОПУСТИМЫХ

В. И. Швейкин

Низкочастотное значение коэффициента усиления по току в схеме с общей базой α_0, равно как и в схеме с общим эмиттером $\beta_0 = \frac{\alpha_0}{1-\alpha_0}$, является функцией тока эмиттера $I_э$. Обычное измерение α_0 или β_0 на постоянном токе не позволяет определять эти важнейшие параметры полупроводниковых триодов при токах выше предельно допустимых из-за выхода триода из строя вследствие перегрева. Тем не менее, измерение α_0, β_0 при этих величинах токов интересно, поскольку очень часто полупроводниковые триоды работают в импульсных режимах, когда мощности, рассеиваемые в импульсе, превышают предельно допустимые значения.



Предложен простой импульсный способ измерения α_0, β_0 (см. рисунок). На эмиттер подаются прямоугольные импульсы тока $I_э$. заданным значением скважности $\varkappa = T / t_и$. считаются выполненными условия $t_и \gg 1 / f_\alpha$, $CR_0 \gg R_{пр}$ и $C < T/3R_{пр}$, где Cf_α — критическая частота α; $R_{пр}$ — внутреннее сопротивление измерительного прибора (микроамперметра).

Показания микроамперметра будут равны (см. рисунок):

$$I_{пр} = (Q_{втек} + I_{б0} t_и - Q_{вытек}) \frac{1}{T} - I_{к0}.$$

Поскольку величина заряда $Q_{втек}$, втекающего в базу в течение переходного процесса включения импульса тока эмиттера, равна величине вытекающего из базы заряда $Q_{вытек}$, то при условии компенсации обратного тока коллекторного перехода $I_{к0}$ цепью E_0, R_0 (которая производится в отсутствие входного импульса тока эмиттера) показания прибора оказываются прямо пропорциональными стационарному току базы:

$$I_{пр} = \frac{I_{б0}}{\varkappa}.$$

При измеренных значениях $I_{пр}$, $I_э/\varkappa$ определение α_0, β_0 производится при помощи следующих соотношений:

$$\alpha_0 = 1 - \frac{I_{пр}}{I_э}\varkappa,$$

$$\beta_0 = \frac{I_э}{I_{пр}\varkappa} - 1.$$

Определение величины $I_э/\varkappa$ можно производить по прибору M. При разомкнутом коллекторе (при этом, естественно, $E_0 = 0$) показание прибора M в точности равно $I_э/\varkappa$. Считается, что величина токового сопротивления в цепи эмиттера $R \gg r_б$, где $r_б$ — сопротивление базы триода.

Физический факультет
Московского государственного университета
им. М. В. Ломоносова
Кафедра теории колебаний

Поступило в редакцию
4 VI 1960

О ВЛИЯНИИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА НА КИНЕТИКУ ЭЛЕКТРОНОВ В ПРОДОЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

М. Н. Васильева, Э. М. Рейхрудель

Задача о кинетике электронов в разряде между кольцевым анодом и двумя холодными катодами, симметрично расположенными по обе стороны от анода, в продольном магнитном поле H без учета пространственного заряда рассмотрена в ряде работ [1—2]. Однако, как показывают измерения в горящем разряде [3], даже при малых токах и давлениях 10^{-4}— 10^{-5} *мм* рт. ст. возникают пространственные заряды, которые существенно изменяют распределение потенциала в разрядном промежутке (рис. 1).

В настоящей работе рассмотрена задача о движении электронов в продольном магнитном поле H и неоднородном аксиально-симметричном электрическом поле, распределение потенциала в котором описывается функциями $\varphi(z)$ и $\varphi(r)$, учитывающими наличие пространственных зарядов. Данное решение имеет место, когда кривая распределения потенциала имеет один максимум. Реальное распределение потенциала вдоль оси разряда z и радиуса r в плоскости анодного кольца (рис. 1) можно представить посредством функций $\varphi(z)$ и $\varphi(r)$:

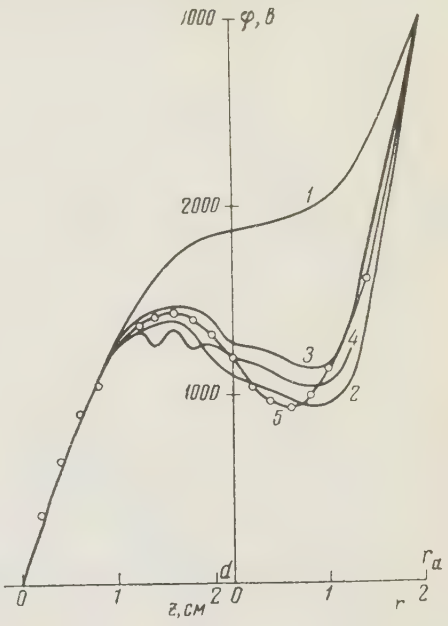


Рис. 1. Распределение потенциала по оси z и радиусу r трубки в плоскости анодного кольца при различных значениях магнитного поля; $p = 3 \cdot 10^{-4}$ *мм* рт. ст.:

1 — распределение потенциала в отсутствие пространственного заряда; *2*, *3*, *4* — при наличии пространственного заряда: *2* — H=280 *эрс*; *3* — H=315 *эрс*; *4* — H=350 *эрс*; *5* — теоретическая кривая

$$\varphi(z) = \frac{5\varphi_0}{d\,(6p - d)}\,(-z^2 + 2pz), \tag{1}$$

где d — расстояние от катода до плоскости анода; p — значение z, при котором кривая распределения потенциала имеет максимум; φ_0 — потенциал в центре трубки при $z=d$ в отсутствие пространственного заряда ($p = d$).

$$\varphi(r) = \frac{\varphi_a - K\varphi_0}{r_a\,(r_a - 2q)}\,(r^2 - 2qr) + K\varphi_0, \tag{2}$$

где r_a — радиус анодного кольца; q — значение r, соответствующее минимуму $\varphi(r)$; φ_a — потенциал анода; K — коэффициент, $K = (r_a - 2q)\,/\,(r_a - q)$. При $p = d$, $q = 0$ выражения $\varphi(z)$ и $\varphi(r)$ описывают распределение потенциала в отсутствие пространственного заряда (рис. 1, кривая *1*). Данный случай детально рассмотрен в работе [2]. Величины p и q связаны с плотностью разрядного тока и при заданных напряжении и магнитном поле могут быть определены из эксперимента.

Уравнения движения в цилиндрических координатах:

$$m\ddot{z} = e\frac{\partial\varphi}{\partial z}, \tag{3}$$

$$m\,(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) = e\,\frac{\partial\varphi}{\partial r} - \frac{er\dot{\theta}H}{c}, \tag{4}$$

$$m\,\frac{1}{r}\,\frac{d}{dt}\,(r^2\dot{\theta}) = \frac{e\dot{r}H}{c}. \tag{5}$$

Из уравнений (3) и (1) при условии $t = 0$, $z = z_0$, $\dot{z} = \dot{z}_0$

$$z = A\sin(\omega t + \alpha) + p, \tag{6}$$

где

$$\omega = \sqrt{\frac{10\,e\varphi_0}{md\,(6p-d)}}; \quad A = \sqrt{(z_0-p)^2 + \frac{\dot{z}_0^2}{\omega^2}}; \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{z_0-p}{\dot{z}_0}\,\omega.$$

Это решение (6) описывает движение электрона в интервале $0 \leqslant z \leqslant d$, дальнейшее движение будет описываться той же функцией, но с началом отсчета в $z = 2d$. В зависимости от начальных условий z_0 и $\dot{z}_0$ при данных параметрах разряда движение электрона будет гармоническим с частотой ω ($A \leqslant d - p$) или негармоническим с частотой ω_1 ($A > d - p$). Частота негармонических колебаний ω_1 зависит от начальных условий z_0, $\dot{z}_0$, в то время как частота гармонических колебаний ω от начальных условий не зависит

$$\omega_1 = \frac{\pi\omega}{2\left(\pi - \arccos\dfrac{d-p}{A}\right)}.$$

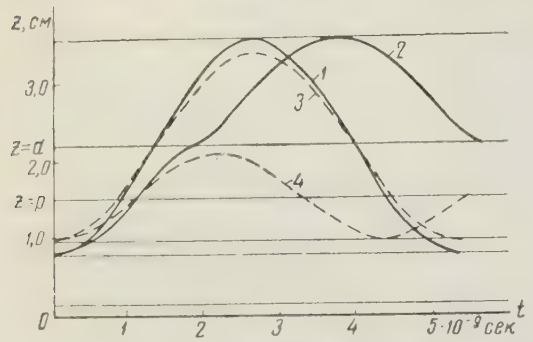


Рис. 2. Характер движения электрона вдоль оси z при наличии пространственного заряда ($p \neq d$) и в отсутствие его ($p = d$):

1 — $p = d$, $z_0 = 0{,}8$ см; *2* — $p = 1{,}53$ см, $z_0 = 0{,}8$ см; *3* — $p = d$, $z_0 = 1{,}0$ см; *4* — $p = 1{,}53$ см, $z_0 = 1{,}0$ см

Различные случаи движения электрона вдоль оси разряда z представлены на рис. 2. Таким образом, пространственный заряд приводит к образованию в разряде двух видов колебаний электронов вдоль оси z:

1) негармонических колебаний относительно плоскости анода $z = d$ с частотой ω_1, различной для электронов с различными z_0, $\dot{z}_0$;

2) гармонических колебаний относительно плоскости $z = p$, соответствующей максимуму $\varphi(z)$, с частотой ω. В отсутствие пространственного заряда $p = d$ независимо от начальных условий движение электрона всегда будет гармоническим относительно плоскости анода с одной и той же частотой $\omega = \sqrt{\dfrac{2e\varphi_0}{md^2}}$, что согласуется с результатами работ [1—2].

Рассмотрим, как будет двигаться электрон в плоскости анода $r\theta$ при наличии пространственного заряда. Из уравнения (5) при условии $t = 0$, $r = r_0$, $v_\theta = 0$ получим

$$\dot{\theta} = \frac{eH}{2mc}\left(1 - \frac{r_0^2}{r^2}\right). \tag{7}$$

Подставляя θ и $\partial\varphi / \partial r$ в (4), получим уравнение для определения $r(t)$ в виде

$$\ddot{r} + Ar - \frac{B}{r^3} + C = 0,$$

где

$$A = \beta^2 - 2P\,\frac{e}{m}; \quad B = \beta^2 r_0^4; \quad C = 2Pq\,\frac{e}{m};$$

$$\beta = \frac{eH}{2mc}; \quad p = \frac{\varphi_a - K\varphi_0}{r_a\,(r_a - 2q)}.$$

После интегрирования

$$\dot{r}^2 + Ar^2 + \frac{B}{r^2} + 2rC = C_1, \tag{8}$$

где $C_1 = \dot{r}_0^2 + Ar_0^2 + \dfrac{B}{r_0^2} + 2r_0C$. Из уравнения (8) можно найти выражение для кри-

тического магнитного поля, учитывающее наличие пространственных зарядов:

$$H_{\text{крит}} = \frac{2mc}{e}\,\frac{r_a}{r_a^2 - r_0^2}\sqrt{\frac{e}{m}\,2P(r_a - r_0)(r_a + r_0 - 2q) + \dot{r}_0^2}.$$

Вычисления, проведенные для данных условий эксперимента (рис. 1), показывают, что значения $H_{\text{крит}}$ тем больше, чем больше r_0 и r_0, и всегда больше значений $H_{\text{крит}}$, вычисленных без учета пространственного заряда.

Уравнение (8) приводится к интегралу вида

$$t = \int_{r_0}^{r} \frac{r\,dr}{\sqrt{-Ar^4 - 2Cr^3 + C_1 r^2 - B}}. \qquad (9)$$

который не может быть точно вычислен. Исследование подынтегрального выражения показывает, что интегрирование нужно производить только в интервале $r_1 \leqslant r \leqslant r_2$, где r_1 и r_2 — положительные корни уравнения $-Ar^4 - 2Cr^3 + C_1 r^2 - B = 0$,

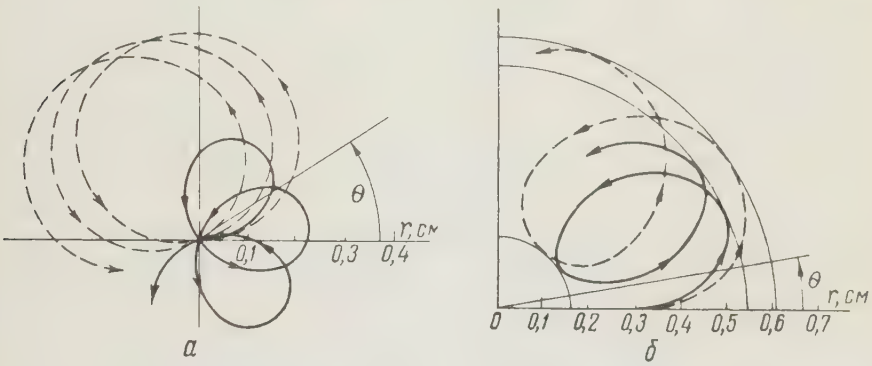


Рис. 3. Движение электронов в плоскости анодного кольца (r, θ):
а — при $r_0 = 0$; *б* — при $r_0 = 0{,}3$ *см*. Сплошные кривые — с учетом пространственного заряда, пунктирные — в отсутствие его

так как только в этих пределах изменения r выражение (9) имеет смысл. Разлагая подынтегральную функцию в ряд по формуле бинома Ньютона и подставляя в (9), получим

$$t = \int_{r_0}^{r} \frac{dr}{R^{1/2}} + \frac{B}{2}\int_{r_0}^{r} \frac{dr}{r^2 R^{3/2}} + \frac{3B^2}{8}\int_{r_0}^{r} \frac{dr}{r^4 R^{5/2}} + \cdots, \qquad (10)$$

где $R = -Ar^2 - 2Cr + C_1$. Как показывают расчеты, можно ограничиться с точностью 25% двумя членами разложения. Такое расхождение имеет место только при $r = r_1$ и $r = r_2$, для всех остальных значений $r_1 < r < r_2$ расхождение не превышает нескольких процентов.

Для $H > H_{\text{крит}}$ $(A > 0)$ получим

$$t = \frac{1}{\sqrt{A}}\arcsin\frac{C + Ar}{\sqrt{AC_1 + C^2}} + \frac{B}{2}\left[\left(\frac{3C}{C_1^2} - \frac{1}{C_1 r}\right)\frac{1}{R^{1/2}} + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{3C^2}{C^2} + \frac{2A}{C_1}\right)\frac{Ar + C}{(AC_1 + C^2)R^{1/2}} - \frac{3C}{C_1^2\sqrt{C_1}}\ln\frac{2}{r}(C_1 - Cr + \sqrt{C_1 R})\right] + C_2, \qquad 11)$$

где C_2 — постоянная, равная значению первых двух членов при $r = r_0$ со знаком минус.

При $H < H_{\text{крит}}$ $(A < 0)$ электрон при своем движении попадет на анод или на стенки трубки и в дальнейшем поддержании разряда участвовать не будет.

В этом случае

$$t=\frac{1}{\sqrt{-A}}\ln 2\left(\sqrt{-AR}-Ar-C\right)+\frac{B}{2}\left[\left(\frac{3C}{C_1^2}-\frac{1}{C_1 r}\right)\frac{1}{R^{1/2}}+\right.$$

$$\left.+\left(\frac{3C^2}{C_1^2}+\frac{2A}{C_1}\right)\frac{Ar+C}{(AC_1+C^2)R^{1/2}}-\frac{3C}{C_1^2\sqrt{C_1}}\ln\frac{2}{r}\left(C_1-Cr+\sqrt{C_1R}\right)\right]+C_3, \qquad (12)$$

где C_3 определено аналогично предыдущему.

Для построения траектории электрона из уравнения (7) нужно также определить зависимость $\theta(t)$ при условии $r=r(t)$. Так как r нельзя явно выразить из (11) и (12), то уравнение траектории может быть найдено в виде $\theta(r)$ или значения θ, соответствующие определенным значениям r и t, вычисленным согласно (11) или (12), могут быть определены из (7) одним из численных методов (метод Эйлера—Коши и т. д.),

$$0=\frac{eH}{2mc}t-\frac{eH}{2mc}r_0^2\left\{-\frac{\sqrt{R}}{C_1 r}+\frac{B}{2\sqrt{R}}\left[\frac{5C}{2C_1^3}\left(\frac{7C^2}{C_1}+3A\right)-\right.\right.$$

$$-\frac{1}{r}\left(\frac{35C^2}{6C_1^3}+\frac{4A}{3C_1^2}\right)-\frac{1}{3C_1r^3}-\frac{7C}{6C_1^2r^2}+\left(\frac{35C^4}{2C_1^4}+\frac{115AC^2}{6C_1^3}+\right.$$

$$\left.\left.+\frac{8A^2}{3C_1^2}\right)\frac{Ar+C}{AC_1+C^2}\right]-\frac{1}{\sqrt{C_1}}\left[\frac{C}{C_1}+\frac{B}{2}\left(\frac{35C^3}{2C_1^4}+\frac{15AC}{2C_1^3}\right)\right]\ln\frac{2}{r}\left(C_1-C+\sqrt{C_1R}\right)+C_4\Big\};$$

$$C_4=\frac{\sqrt{R_0}}{C_1r_0}-\frac{B}{2\sqrt{R_0}}\left[\frac{5C}{2C_1^3}\left(\frac{7C^2}{C_1}+3A\right)-\frac{1}{r_0}\left(\frac{35C^2}{6C_1^3}+\frac{4A}{3C_1^2}\right)-\right.$$

$$-\frac{1}{3C_1r_0^3}-\frac{7C}{6C_1^2r^2}+\left(\frac{35C^4}{2C_1^4}+\frac{115AC^2}{6C_1^3}+\frac{8A^2}{3C_1^2}\right)\frac{Ar_0+C}{AC_1+C^2}\Big]+$$

$$+\frac{1}{\sqrt{C_1}}\left[\frac{C}{C_1}+\frac{B}{2}\left(\frac{35C^3}{2C_1^4}+\frac{15AC}{2C_1^3}\right)\right]\ln\frac{2}{r_0}\left(C_1-Cr_0+\sqrt{C_1R_0}\right),$$

$$R_0=-Ar_0^2-2Cr_0+C_1.$$

Электрон в плоскости $r\theta$ будет колебаться по r между r_1 и r_2, одновременно вращаясь с частотой меньше ларморовской. В случае $r_0=0$, $B=0$ уравнения движения могут быть точно проинтегрированы. На рис. 3 приведены траектории электрона в плоскости $r\theta$ для $r_0=0$ и $r_0=0{,}3$ *см* при наличии и в отсутствие пространственного заряда.

Как показывает анализ выражений (11) и (13) и кривые рис. 3, наличие пространственного заряда приводит: 1) к дополнительной контракции заряда — уменьшению амплитуды колебаний по r; 2) к возникновению гиромагнитных колебаний, частоты которых зависят от начальных условий r_0 и $\dot{r}_0$, в то время как частоты гиромагнитных колебаний, вычисленные без учета пространственного заряда, будут равны, независимо от r_0 и $\dot{r}_0$; 3) так как частоты колебаний по r и z одного порядка, $10^9 сек^{-1}$, то при определенных условиях разряда гиромагнитная частота может быть равна частоте колебаний по z и возможно наступление резонансных колебаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. В. Смирницкая, Э. М. Рейхрудель, Радиотехника и электроника, 1957, 2, 1303; Вестн. Моск. ун-та, 1958, 2, 121; ЖТФ, 1959, 29, 153.
2. G. Dumas, Rev. gén. électr., 1955, 64, 331.
3. Э. М. Рейхрудель, Г. В. Смирницкая, Изв. вузов МВО СССР (Радиофизика), 1958, 1, 36.

Физический факультет МГУ
Кафедра физики МАИ

Поступило в редакцию
2 IV 1960

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

1960 № 1

ХРОНИКА

1-й СИМПОЗИУМ ПО АВТОЭЛЕКТРОННОЙ ЭМИССИИ

10—20 мая 1960 г. в Ташкенте по инициативе комиссии по электронной микроскопии при Президиуме АН СССР состоялся первый в Советском Союзе симпозиум по автоэлектронной эмиссии (АЭЭ).

В работе симпозиума участвовали представители научно-исследовательских учреждений, высших учебных заведений и конструкторских бюро Москвы, Ленинграда, Ташкента и других городов.

Было заслушано и обсуждено 22 доклада и кратких сообщения по автоэлектронной эмиссии металлов и полупроводников, эмиссии «горячих» электронов, а также по исследованию физических и химических процессов при помощи электронного и ионного проекторов.

Симпозиум открыл приветственным словом к собравшимся проректор Среднеазиатского государственного университета им. В. И. Ленина Л. Н. Бабушкин, отметивший значительные успехи в области научно-исследовательских работ по автоэлектронной эмиссии в СССР за последние годы.

На первом заседании с обзором «Исследования по автоэлектронной эмиссии в СССР» выступил Г. Н. Шуппе. Докладчик рассмотрел в общих чертах историческую хронологию основных работ, посвященных исследованию автоэлектронной эмиссии в Советском Союзе. Отметив все возрастающий интерес к исследованию АЭЭ, докладчик кратко охарактеризовал проблематику работ и успехи ряда научно-исследовательских коллективов, работающих в этой области, сформировавшихся в СССР к настоящему времени.

В заключение Г. Н. Шуппе сделал попытку проанализировать современное состояние и взаимосвязь теоретических и экспериментальных работ в области АЭЭ.

В дискуссии по первому докладу В. Б. Сандомирский отметил ряд неточностей в освещении новых теоретических расчетов о влиянии формы потенциального барьера и пространственного заряда на ход вольтамперных характеристик АЭЭ, выполненных А. С. Компанейцем. Было указано также, что вид экспериментальной вольтамперной характеристики, полученной И. И. Гофманом, Г. Н. Шуппе и О. Д. Протопоповым при исследованиях импульсной АЭЭ вольфрама, на которую ссылался докладчик, рассматривавший эту характеристику как подтверждение теории А. С. Компанейца, на самом деле противоречит этой точке зрения.

А. С. Компанеец выступил с разъяснениями своих расчетов и согласился с замечанием В. Б. Сандомирского о том, что вольтамперные характеристики АЭЭ, построенные по теоретическим расчетам А. С. Компанейца, в масштабе $\lg I = f(1/V)$, где I — ток АЭЭ, а V — анодное напряжение, в области больших плотностей тока будут отклоняться от прямой в сторону меньших токов, что согласуется с большинством экспериментальных работ.

М. И. Елинсон указал, что отсутствие в обзоре сведений о современных зарубежных исследованиях обедняет его и затрудняет правильное понимание проблем АЭЭ; он вкратце сообщил о последних работах в США по созданию стабильных автоэлектронных катодов, годных для практического применения.

В. Н. Шредник отметил отсутствие в обзоре сведений о работах по ионным проекторам, ведущихся в СССР.

К. И. Крылов и В. Л. Федоров в докладе «Катоды АЭЭ из проволоки малого диаметра» сообщили об исследовании автоэлектронных катодов, выполненных в виде тонких цилиндрических стержней (диаметр 2—3 *мк*) из вольфрама, эмиттирующих электроны из закругленного торца. По мнению авторов, такая конструкция могла бы предотвратить быструю гибель эмиттера в результате разрушения рабочей поверхности его под действием ионной бомбардировки и обеспечить значительный срок службы автоэлектронного катода, ограничивать который будет лишь длина цилиндрической части катода и скорость распыления материала с рабочей поверхности эмиттера.

Выступившие в дискуссии Г. Н. Шуппе, М. И. Елинсон, В. А. Горьков, Б. В. Смирнов, В. Н. Шредник, А. Г. Ждан, В. А. Шишкин выразили сомнение в ценности такого рода исследований, поскольку образование случайных нерегулярностей, возникающих на эмиттирующей поверхности в результате ионной бомбардировки и локальных вакуумных дуг, не дает возможности получать стабильные катоды с заданными и воспроизводимыми параметрами.

А. П. Комар, В. П. Савченко и В. Н. Шредник в докладе «Коэффициенты поверхностной диффузии бериллия на вольфраме» сообщили об определении коэффициентов диффузии атомов бериллия на различных кристаллографических гранях вольфрама по температурной зависимости скорости миграции.

Для точного определения температуры острия применялась микротермопара тантал—вольфрам. Авторы считают, что процесс диффузии в данном случае представляет собой перемещение атомов бериллия по слою бериллия на вольфраме. Отмечена также возможность существования резко различных скоростей диффузии в двух взаимно-перпендикулярных направлениях на грани [110], что объясняется наличием дислокаций на крупных гранях монокристалла. Получены значения энергии активации диффузии бериллия на различных гранях.

Г. Н. Шуппе, выступивший в дискуссии, указал, что, по его мнению, механизм поверхностной диффузии, а также другие поверхностные явления следует изучать не на остриях в проекторе, а на больших монокристаллах. При этом можно использовать метод меченых атомов, методы термо- и фотоэмиссии и т. д. Он продемонстрировал эмиссионную картину большого монокристалла вольфрама (диаметр 10 *мм*), полученную методом термоэмиссии.

А. П. Комар заметил, что при работе с большими монокристаллами нельзя получить достоверных сведений о механизме диффузии на идеальной грани. Этот вывод следует из наличия на больших поверхностях монокристаллов различных несовершенств решетки (например, дислокаций).

В развернувшейся дискуссии было высказано общее мнение о целесообразности использования как той, так и другой методик с последующим сравнением полученных экспериментальных результатов.

А. П. Комар, Ю. Н. Таланин и Н. А. Чернявская сделали доклад «Влияние распределения примесей на эмиссионные картины платины». Авторы наблюдали при быстром охлаждении эмиттера «взрывное» расширение ярких пятен на эмиссионной картине монокристалла платины. Это явление объясняется на основе принципа Гиббса и связи между поверхностной энергией, работой выхода электронов и температурой плавления.

Для однозначного выяснения роли примесей в наблюдаемом явлении, при обсуждении доклада, было предложено повторить эти опыты на сверхчистой платине.

И. Л. Сокольская в работе «Изучение адсорбции, миграции и испарения кадмия на вольфраме в электронном проекторе» (доклад был прочитан Ю. В. Зубенко) по вольтамперным характеристикам тока АЭЭ определила работу выхода электронов для вольфрама, покрытого оптимальным и «толстым» слоем кадмия. Величина работы выхода оказалась в хорошем согласии с данными Андерсона. Была измерена также теплота испарения кадмия с вольфрама.

Выступавшие с замечаниями по докладу указали на некорректность метода оценки степени покрытия, а также на то, что проведенные измерения носят интегральный характер.

Ю. В. Зубенко выступил с докладом «Адсорбция, миграция и испарение бария на карбидированном вольфраме W_2C».

Измерения проводились в электронном проекторе в условиях вакуума порядка 10^{-9} *мм* рт. ст. Первоначально барий адсорбируется боковыми гранями гексагональной призмы, затем накапливается в окрестности базисной грани [1000], а область между ними остается непокрытой.

С увеличением толщины слоя бария на поверхности кристалла ток АЭЭ возрастает, проходит через слабо выраженный максимум и достигает постоянного значения, причем светлой полосы, соответствующей минимуму работы выхода, при напылении бария на холодное острие не наблюдается. В работе была измерена теплота испарения бария с группы некоторых граней монокристалла.

Доклад вызвал оживленную дискуссию, в которой приняли участие А. П. Комар, В. Н. Шредник, Г. Н. Шуппе и др. Выступавшие отметили, как вызывающий удивление, факт совпадения теплот испарения бария с вольфрама и с карбида вольфрама, не имеющий места для случая тория, адсорбированного на тех же веществах. Было замечено также, что докладчик не привел объяснения факту отсутствия бария на пирамидальных гранях монокристалла W_2C.

В. И. Векслер сделал доклад «Об одном способе оценки влияния слоя адатомов на работу выхода электронов подложки». На основе ранее развитых представлений об электронном обмене при взаимодействии атома с поверхностью металла автор предложил возможную интерпретацию причин влияния природы адатомов и типа грани металлического монокристалла на изменение его работы выхода.

Уменьшение работы выхода оказывается тем бо́льшим, чем больше металлический радиус адатома (r) и плотность упаковки грани (δ). При одинаковых r и δ адатомы щелочных металлов должны давать менее электроположительные слои, чем адатомы щелочноземельных металлов.

На основе предложенной модели докладчик провел качественную интерпретацию ряда экспериментальных данных.

Выступивший в прениях В. Б. Сандомирский указал на целесообразность многоэлектронной постановки данной задачи и заметил, что понятие «радиус атома» становится неопределенным для адатома, а также высказал пожелание о необходимости

оединить усилия теоретиков, работающих в области катализа и адсорбции, с усилиями пециалистов в области электроники для полного решения проблемы адсорбции.

В. Н. Шредник отметил, что представления о соотношении работ выхода дсорбата и адсорбента также позволяют объяснить наблюдаемые экспериментально езультаты.

Г. Н. Шуппе считает, что достаточным обоснованием предложенной в докладе ипотезы является наличие электронного обмена между адсорбатом и адсорбентом, а акже целесообразность введения функции нейтрализации эффективного заряда ада- ома (согласно Герни).

С докладом «Изучение формы монокристаллических эмиттеров из карбида воль- рама в электронном микроскопе» выступил Ю. В. Зубенко.

Докладчик продемонстрировал фотографии теневых изображений кончиков ост- ий, на которых видно, что вершины монокристаллических острий из карбида воль- рама W_2C закруглены, причем закругление — не полусфера, симметричная отно- ительно оси острия, а поверхность более сложной кривизны. При карбидировании роисходит сильная деформация кончика острия. С точностью, соответствующей азрешающей способности электронного микроскопа, было установлено отсутствие а вершине острия плоских участков.

С замечанием по докладу выступил М. И. Елинсон, указавший, что для более олного исследования формы острий необходимо существенно изменить методику, тобы обеспечить наблюдение большого количества образцов в различных ракурсах.

В докладе И. Л. Сокольской и Г. П. Щербакова «Изучение эф- ектов сильного поля в эмиттерах — монокристаллах сернистого кадмия» было пока- ано, что падение напряжения на эмиттере меняется в широких пределах в зависимости т температуры и освещения. Установлен неомический характер проводимости, свиде- ельствующий об увеличении концентрации носителей тока под действием сильного оля. Доказано, что неомический характер проводимости не связан с контактными явлениями. Исследована зависимость вольтамперных характеристик тока АЭЭ в тем оте и при освещении от величины падения напряжения на эмиттере, которая опреде- ялась по порогу кривой задержки тока АЭЭ на коллектор. Получены кривые распре- еления автоэлектронов по энергиям с сернистого кадмия.

Выступивший в дискуссии М. И. Елинсон отметил, что доложенная работа явля- тся первым в мире исследованием распределения автоэлектронов по скоростям для олупроводников, а оригинальная зондовая методика одновременного определения ависимости электропроводности и эмиссии CdS от величины электрического поля за- луживает внимания. Для разделения эффектов увеличения концентрации электронов эффектов изменения функции распределения электронов по энергиям, имеющих место ри больших значениях внутреннего электрического поля в CdS, целесообразно про- ести исследования кривых распределения для различных плотностей автоэлектрон- ого тока.

В. Б. Сандомирский указал, что разделение вышеупомянутых эффектов ожно провести также, изменяя частотный спектр подсветки эмиттера из CdS.

Докладчику (Г. П. Щербакову) был задан ряд вопросов относительно излома, аблюдаемого на вольтамперных характеристиках АЭЭ CdS. В ответном слове Г. П. Щербаков отметил, что в настоящее время трудно дать удовлетворительное бъяснение этому факту.

К. И. Крылов, А. Г. Бонч-Осмоловский и В. Л. Федоров ыступили с докладом «Формирование электронного потока с автоэмиссионного катода помощью сильного импульсного магнитного поля».

Применяя импульсные магнитные поля величиной в несколько сот килоэрстед, вторам удалось в импульсном режиме сформировать электронный поток с диаметром ечения ~ 50 *мк* и величиной тока ~ 1—2 *а*.

В. А. Шишкин в докладе «Исследование эмиссионных изображений, возникаю- щих при адсорбции двухатомных молекул и молекул инертных газов», сообщил об иссле- овании в электронном проекторе адсорбции He, Ar, O_2, N_2 и H_2 в интервале давлений $\cdot 10^{-7}$ — $1 \cdot 10^{-4}$ *мм* рт. ст. при приложенном электрическом поле. Автор считает, что поведение ярких круглых пятен при адсорбции аргона и, в особенности, их мигра- ция в поле в интервале температур 300—700°K указывает, что одноатомные молекулы инертных газов способны к замещению своих внешних электронов электронами металла. В докладе обсужден возможный механизм адсорбции инертных газов в поле. Появление ярких пятен при многослойной адсорбции молекул двухатомных газов (H_2, N_2), со- провождающееся ростом эмиссионного тока, и низкая температура их исчезновения указывают, по мнению автора, на возможность адсорбции этих газов в поле в молеку- лярной форме.

В дискуссии по докладу выступили А. П. Комар, Г. Н. Шуппе, В. Н. Шредник, Н. Б. Айзенберг и др.

Основная мысль выступлений сводилась к тому, что примененная в работе мето- ика не гарантирует высокой степени чистоты используемых газов, необходимой при ис- ледованиях такого рода, и потому сделанные автором выводы относительно механизма наблюдаемых явлений сомнительны.

С кратким сообщением «Влияние температуры острия ионного проектора на иони- зацию у поверхности» выступил Н. А. Горбатый. Он наблюдал ионное изобра-

жение («точечного» типа) монокристалла вольфрама в ионном проекторе с водородным наполнением. Опыты показали, что повышение температуры острия от —193 °С до комнатной резко уменьшает интенсивность ионного изображения, которое целиком исчезает при 800°С. После прогрева острия в сильном электрическом поле было обнаружено образование спиральных структур, наблюдающихся на экране ионного проектора.

Приведенные результаты, по мнению автора, свидетельствуют против представлений об ионном изображении как результате поверхностной ионизации, усиленной полем, и в пользу представлений об автоионизации.

В дискуссии было выражено пожелание о расширении фронта работ с ионным проектором.

С. З. Рогинский и В. А. Шишкин в докладе «Исследование сложных молекулярных картин ряда элементоорганических и органических соединений» сообщили об исследовании в электронном проекторе ряда органических соединений, содержащих связи C = C; C = N; C = O; N ≡ C; Ge — Ge; N — H; N — N. Авторы считают, что результаты работы подтверждают найденную ранее зависимость между наличием в молекулах π-электронных связей и формой сложных эмиссионных изображений, которая объясняется замещением слабо связанных в молекуле электронов электронами, выходящими из металла. В работе показано также, что форма молекулярных картин не зависит от рода подложки (полупроводник; металл, покрытый O_2; металл).

А. С. Компанеец, выступая по докладу, отметил необходимость проанализировать возможность объяснения наблюдаемых эмиссионных картин при помощи дифракции электронов на молекулах, адсорбированных металлической поверхностью эмиттера, и выяснить зависимость этих картин от свойств симметрии кристалла.

А. П. Комар указал, что с точки зрения изложенных представлений трудно объяснить появление на экране проектора картин больших размеров.

В результате обсуждения доклада было рекомендовано продолжить эти работы для выяснения принципиальных возможностей данного метода при исследовании структуры молекул.

Д. Н. Васильковский прочел доклад «К вопросу об устойчивости граней и вычислении поверхностной энергии кристалла».

Анализ, проведенный автором, в рамках предположения об аддитивности сил связи атомов и ограниченного радиуса их действия в кристаллической решетке позволил сделать ряд выводов о равновесной форме монокристаллов в условиях различных температур и наличия сильного электрического поля.

Докладчику был задан ряд вопросов, касающихся физической сущности работы и ее отношения к предшествующим работам Странского — Зурмана и Л. Д. Ландау.

М. И. Елинсон, А. Г. Ждан и Г. Ф. Васильев в работе «Об интерпретации хода вольтамперных характеристик автоэлектронной эмиссии полупроводников и металлов» представили ряд экспериментальных вольтамперных характеристик, полученных для полупроводниковых систем $SiO_2 + C$ и $Al_2O_3 + C$, и показали, что эти характеристики следует рассматривать как переход от экспоненциального закона эмиссии к более медленному закону в области снятия поверхностного потенциального барьера, т. е. при $\theta(y) \simeq 0$ ($\theta(y)$ — функция Нордгейма).

Между областью $\theta(y) \simeq 0$ и областью прямолинейного хода характеристик, построенных в координатах $\lg j = f(1/E)$ (j — плотность автоэмиссионного тока, E — электрическое поле на поверхности эмиттера), имеется переходная область, для которой отсутствие совпадения с теорией объясняется отличием формы потенциального барьера от классического закона сил изображения и неправомерным использованием квазиклассического метода при вычислении прозрачности потенциального барьера. Авторы привели сводку всех наблюдавшихся видов вольтамперных характеристик АЭЭ металлов и полупроводников и дали их интерпретации.

Г. Н. Шуппе высказал соображение, что приведенные в докладе характеристики для металлов могут быть обусловлены полупроводниковым «чехлом» на их поверхности.

М. И. Елинсон отметил, что наблюдаемые эмиссионные картины и чистота условий опытов опровергают эту точку зрения.

А. С. Компанеец заметил, что представленные авторами характеристики весьма интересны, особенно в области сильных электрических полей, при которых происходит снятие поверхностного потенциального барьера.

Ю. В. Зубенко продемонстрировал экспериментальные вольтамперные характеристики автоэлектронной эмиссии вольфрама при высоких плотностях тока в импульсном режиме, которые совпали с приведенными в докладе М. И. Елинсона, А. Г. Ждана, Г. Ф. Васильева, отличаясь от них некоторыми интересными особенностями лишь в области предпробивных токов.

М. И. Елинсон прочел доклад Г. Ф. Васильева «Влияние формы поверхностного потенциального барьера и распределения поля по поверхности эмиттера на вид вольтамперных характеристик АЭЭ», в котором рассматривается коэффициент прозрачности потенциального барьера на границе твердое тело — вакуум при учете отклонения потенциальной функции на малых расстояниях от поверхности от потенциала сил изображения.

Автор получил функцию, отличающуюся от функции Нордгейма в области сильных полей. Получена также формула для плотности тока АЭЭ, учитывающая распределение электрического поля по поверхности эмиттера.

Выступивший в дискуссии А. С. Компанеец указал на некоторую искусственность формы барьера, введенной автором.

Г. А. Кудинцева сообщила о разработке технологии промышленного изготовления автоэлектронных катодов для некоторых классов электронных приборов, работающих в импульсном и стационарном режимах. В ее сообщении были приведены данные по электрическим параметрам катодов и сроку их службы.

Ш. М. Коган и В. Б. Сандомирский сделали доклад «Эмиссия электронов из полупроводников под действием сильных электрических полей».

Авторы получили функцию распределения «горячих» электронов в полупроводнике при учете рассеяния на акустических и оптических фононах и межэлектронных столкновений. Вычислена вольтамперная характеристика для эмиссии перегретого электронного газа. Рассмотрены зависимости вольтамперной характеристики от разогревающего поля и от температуры. Получено распределение горячих эмиттированных электронов по полным энергиям.

А. С. Компанеец сделал замечание о необходимости учета явлений на поверхности при вычислении тока эмиссии горячих электронов в вакуум, а также отметил важность соображений, высказанных в докладе, о возможности восстановления вида изоэнергетических поверхностей по характеру распределения эмиттированных электронов по скоростям.

М. И. Елинсон и А. Г. Ждан сделали краткое сообщение «Эмиссия электронов под действием сильного электрического поля из катодов цилиндрической формы на основе $SiO_2 + C$». Авторы обнаружили эмиссию электронов из катодов, представляющих собой вольфрамовые проволоки с нанесенными на них тонкими слоями аморфного кварца, активированного углеродом. Причиной эмиссии является сильное электрическое поле, накладываемое на слой $SiO_2 + C$. В работе исследованы зависимости эмиссионного тока от приложенного электрического поля, температуры, анодного напряжения, а также распределение тока по поверхности эмиттера.

Докладчикам был задан ряд вопросов по технологии приготовления эмиттеров и характеру наблюдавшихся зависимостей.

В заключение М. И. Елинсон сообщил о некоторых результатах работ по исследованию эмиссии горячих электронов из p — n-переходов в SiC.

О. Д. Протопопов и Б. Г. Смирнов изложили результаты работы «Влияние кремния и германия на электронную эмиссию с монокристалла вольфрама». Авторы считают, что Si и Ge могут достраивать монокристалл вольфрама до его «равновесной» формы. На экране электронного проектора наблюдалось характерное кольцеобразное свечение вокруг эмиссионных картин, соответствующих граням [110], [112], [100], аналогичное наблюдаемому при исследовании миграции вольфрама по вольфраму, в том же интервале температур. Оценка энергии активации миграции Si и Ge по граням вольфрама дает величину, близкую к энергии активации миграции вольфрама по вольфраму. Изменения средней величины работы выхода вольфрамового острия при напылении на него Si или Ge не было обнаружено.

А. П. Комар и В. Н. Шредник указали на неправильную методику напыления Si и Ge на вольфрамовое острие, которая не позволяет определить количество слоев мигрирующих атомов и наблюдать фронт миграции. Эмиссионная картина вольфрама до напыления на него Si и Ge, по мнению выступивших, свидетельствует о недостаточной чистоте условий опыта.

Ю. В. Зубенко и А. И. Климин сообщили о серии аналогичных работ по исследованию поведения Si и Ge на поверхности вольфрама. В результате дискуссии выяснилось, что экспериментальная методика этих работ более совершенна, а полученные результаты более достоверны, чем в работе О. Д. Протопопова и Б. Г. Смирнова.

С заключительным словом выступил А. П. Комар, который выразил удовлетворение работой симпозиума и от имени всех присутствующих поблагодарил руководство Среднеазиатского государственного университета им. В. И. Ленина, и в частности Г. Н. Шуппе, за хорошую организацию работы симпозиума.

В решении симпозиума отмечены успехи в исследовании АЭЭ, достигнутые в СССР за последнее время, и намечен ряд мероприятий, направленных на дальнейшее расширение и углубление научных исследований в этой весьма перспективной области электроники.

В. А. Горьков

МЕЖДУВЕДОМСТВЕННЫЙ СЕМИНАР ПО КАТОДНОЙ ЭЛЕКТРОНИКЕ (16-е ЗАСЕДАНИЕ)

На междуведомственном семинаре по катодной электронике, состоявшемся 6 июня с. г., было заслушано 5 докладов.

В докладе Э. Х. Еникеева, С. З. Рогинского, Ю. П. Руфова и В. М. Фролова «Исследование влияния адсорбции газов и их смесей на работу выхода полупроводников» были приведены результаты определения работы выхода некоторых полупроводников (Ge, CuO, NiS, MnO_2 и др.) при адсорбции различных газов и паров (O_2, H_2, H_2O, олефинов и др.) и указано, что знак заряда поверхности определяется главным образом свойствами адсорбированных молекул, а не природой полупроводника.

Авторы исследовали также работу выхода полупроводников с введенными в них примесями при адсорбции газов и паров для выяснения причины сильного влияния примесей в полупроводнике на химические процессы.

Отвечая на вопрос о методе определения степени покрытия полупроводника, докладчик сообщил, что количество поглощенного газа определялось по падению давления, а поверхность — по адсорбции криптона при низких температурах.

Выступивший в дискуссии А. Р. Шульман отметил, что при давлении остаточных газов в экспериментальных приборах (10^{-6} *мм* рт. ст.), с которыми работали авторы доклада, поверхность полупроводников загрязняется остаточными газами.

Л. Н. Добрецов выразил сомнение по поводу корректности применения метода определения работы выхода, описанного в заслушанном докладе.

В своем выступлении С. З. Рогинский заметил, что существенный интерес представляет изменение степени покрытия, а не его абсолютное значение. Он указал на необходимость определения работы выхода при изучении кинетики реакций, так как значительное изменение скорости реакций и энергий активации сопровождается изменением работы выхода полупроводника.

По мнению Н. Д. Моргулиса, доложенная работа имеет лишь прикладное значение и не может рассматриваться как физическое исследование.

Г. В. Спивак считает, что полученные результаты являются качественными, и предлагает установить более тесную связь между физиками и химиками.

А. В. Дружинин доложил о влиянии контактных полей пятен на ток, отбираемый с катода в режиме пространственного заряда.

На основе экспериментальных данных докладчик показал, что решающим фактором в механизме возрастания первеанса диода с прессованным вольфраматным катодом при увеличении температуры анода является возрастание интенсивности активирующего потока бария с анода на катод. Этот поток, снижая контактные поля на поверхности катода, приводит к росту тока, отбираемого с активных пятен. Этот вывод автора основан на результатах электронно-оптического исследования прессованного вольфраматного катода. Оказалось, что активные пятна ($\varphi = 2{,}35$ *эв*) имеют размер ~ 1 *мк* и расположены на расстоянии 2—3 *мк* и что эмиссия с участков между пятнами ($\varphi = 2{,}8$ *эв*) составляет не более $\sim 3\%$ тока со всего катода.

Докладчику было задано много вопросов, касавшихся главным образом методики и точности электронно-оптических исследований.

Третий доклад был сделан П. В. Тимофеевым и Р. М. Арановичем. Они изложили результаты исследования неподогреваемого катода из окиси магния. Ими созданы электронные лампы с оксидно-магниевыми эмиттерами, имеющими никелевое основание, покрытое пористым слоем окиси магния толщиной около 50 *мк*. Эти лампы могут работать в различных усилительных устройствах; анодный ток ламп достигает 10 *ма*, крутизна характеристики равна 0,5 — 0,7 *ма/в*. Срок службы таких ламп превышает 10 тыс. *час* и они не требуют расхода энергии на накал катода. В момент включения лампы оксидно-магниевый катод бомбардируется потоком электронов, излучаемым из находящейся в лампе вольфрамовой нити накала, затем накал выключается. Такая бомбардировка необходима для возникновения эмиссии электронов. Эмиссия электронов в лампах с оксидно-магниевым катодом, по мнению авторов, вызывается автоэлектронной эмиссией из никелевого основания, возникающей под действием положительных зарядов, образующихся в поверхностном слое окиси магния. Во время работы лампы положительный заряд в слое окиси магния поддерживается благодаря вторичной эмиссии электронов из стенок пор, через которые в этом слое проходят потоки электронов. Для получения эмиссии электронов с оксидно-магниевого катода у его поверхности должен быть достаточно большой градиент потенциала, который создается при помощи расположенной вблизи катода сетки с положительным потенциалом. Необходимость иметь положительный градиент потенциала у поверхности оксидно-магниевого катода и большой разброс энергий эмиттируемых электронов, достигающий 60 *эв*, затрудняют получение ламп с достаточно хорошими параметрами.

В заключение доклада была продемонстрирована работа лампы с оксидно-магниевым катодом в усилителе низкой частоты.

В дискуссии по докладу Г. В. Спивак отметил, что хотя весьма интересно увидеть работающую лампу, но приведенные в докладе объяснения ее работы не убедительны. По мнению Г. В. Спивака, при длительной работе заряд должен распределиться равномерно по поверхности пор и поле внутри поры должно исчезнуть.

С. З. Рогинский указал на необходимость более тщательного исследования слоев, имеющих заданную определенную пористую структуру, методы получения которых разработаны в настоящее время.

А. Р. Шульман сделал краткое замечание о наблюдении им самоподдерживающейся эмиссии на слюде.

В докладе В. Л. Македонского «Вторично-эмиссионные характеристики трехсернистой сурьмы и ее аналогов» было показано, что коэффициент вторичной электронной эмиссии слоев Sb_2S_3, Sb_2Se_3 и Sb_2Te_3 не превышает 1,3, коэффициент неупругого отражения η монотонно возрастает при переходе к соединениям с большим молекулярным весом. Заметная температурная зависимость как для кристаллических, так и для аморфных слоев в интервале 0—300 °С отсутствует. Слои Sb_2S_3 и Sb_2Se_3 показали устойчивость вторично-эмиссионных характеристик и фотоэлектрических свойств при длительной электронной бомбардировке. Невысокие значения σ и отсутствие температурной зависимости докладчик объяснил на основе представлений, развитых ранее Н. Д. Моргулисом.

Выступивший в дискуссии П. В. Тимофеев указал, что наблюдавшиеся в доложенной работе закономерности можно объяснить поверхностными уровнями. Л. Н. Добрецов и Н. Л. Яснопольский не поддержали эту точку зрения.

В докладе В. А. Гродко, В. С. Золотаревского, Б. Н. Маркарьяна, И. М. Рубановича «О влиянии разности работ выхода электродов термоэлектронного преобразователя на его выходные параметры» были изложены результаты теоретического анализа зависимости мощности и кпд термоэлектронного преобразователя с нейтрализацией пространственного заряда от разности работ выхода катода и анода. Преобразователь, обладающий равными работами выхода анода и катода при фиксированных значениях φ_a, $T_к$ и T_a, обеспечивает наибольшую удельную мощность, а также позволяет получить наивысший электронный кпд. Кроме того, при $\varphi_a = \varphi_к$ достигается максимум тока короткого замыкания.

Авторы доклада считают, что преобразователи, у которых $\varphi_к - \varphi_a \leqslant \frac{kT_к}{e}$, могут также обеспечивать наибольшую удельную мощность, но ток короткого замыкания при этом будет меньше. По мнению авторов, преобразователи с $\varphi_к - \varphi_a > \frac{kT_к}{e}$ не обеспечивают максимально удельной мощности.

Таким образом, основной вывод доклада сводится к тому, что распространенное мнение о принципиальной необходимости иметь существенную разницу в работах выхода электродов преобразователей является ошибочным.

Доклад вызвал оживленную дискуссию. По мнению Л. Н. Добрецова, математический анализ, изложенный в докладе, по-видимому, не имеет ошибок, но неправильно ориентирует работников, занимающихся практическим осуществлением преобразователей.

Н. Д. Моргулис отметил, что выводы авторов не отличаются новизной. Действительно, при $U_к = 0$, т. е. при $\varphi_к = \varphi_a$, катодный ток I_0 достигает максимума, но при этом максимум выделяемой мощности получается при весьма малом оптимальном значении $U_п$ ($\sim U_к + U_0$), где $U_0 = \frac{kT_к}{e}$, которое малопригодно для практического использования. Повышение же $U_п$ без снижения мощности преобразователя требует создания катода с исключительно большой эмиссией (и с приемлемым сроком службы), т. е. сочетающего в себе низкое $\varphi_к$ с высокой рабочей температурой, что в настоящее время недостижимо. Кроме того, Н. Д. Моргулис отметил необходимость создания на катоде условий для нейтрализации пространственного заряда.

Р. П. Вихляева, Б. С. Кульварская,
А. Э. Шабельникова, А. А. Яснопольская

СОДЕРЖАНИЕ Т. V ЖУРНАЛА «РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА» за 1960 г.

Выпуск 1

Пистолькорс А. А., Сюй Янь-шэн. Колебания малой гиротропной сферы в поле плоской волны 3
Сюй Янь-шэн. Дифракция электромагнитных волн на гиротропной сфере внутри прямоугольного волновода 15
Микаэлян А. Л., Столяров А. К., Васильев А. А. Исследование спектра собственных колебаний резонатора с намагниченным ферритом 27
Никольский В. В. О медленных волнах в гиротропной среде. 39
Микаэлян А. Л. Нелинейная теория ферритовых генераторов 46
Моносов Я. А. К теории нелинейных явлений в ферритах на СВЧ. Ч. I. Параметрически связанные магнитостатические колебания в феррите при воздействии подкачки 59
Зубков В. И., Моносов Я. А. Некоторые вопросы теории параметрических усилителей 75
Микаэлян А. Л., Антоньянц В. Я. Смешение сверхвысоких частот при помощи ферритов 90
Моносов Я. А., Вашковский А. В. Экспериментальное исследование нелинейных явлений в ферритах на СВЧ 105
Фабриков В. А. Об условиях возникновения собственных колебаний намагниченности гиромагнитной среды 117
Микаэлян А. Л., Шварц Н. З. Некоторые вопросы исследования ферритовых усилителей электромагнитного типа 126
Никольский В. В. Теория ферромагнитных усилителей на основе принципа возмущения 141
Герценштейн М. Е., Кинбер Б. Е. К электродинамике резонатора, содержащего гиротропную среду с переменными параметрами 150
Коблова М. М., Москвина Л. В. Исследование невзаимных фазовых сдвигов в коаксиальной линии с ферритом 162

Краткие сообщения

Антоньянц В. Я. Новый метод измерения ширины кривой поглощения в ферритах 167
Бабкин Н. И., Литвинов Г. Д. Прибор для непрерывного наблюдения угла поворота плоскости поляризации ферритом в зависимости от тока подмагничивания и частоты СВЧ-колебаний 169
Бабкин Н. И., Лозовой В. Я. Прибор для визуального наблюдения частотных характеристик ферритовых устройств 171
Тычинский В. П. Восприимчивость ферритов при больших амплитудах . . 172

Письма в редакцию

Ризкин И. Х. Об уравнениях некоторых нелинейных схем 176
Саввиных С. К. По поводу статьи «К теории волноводов переменного кругового сечения» 176

Выпуск 2

Гусев В. Д. Статистические свойства больших неоднородностей ионосферы 179
Хаскинд М. Д. Возбуждение поверхностных электромагнитных волн на плоских диэлектрических покрытиях 188
Черняк Ю. Б. Приближенный метод расчета характеристик обнаружения многоканальных систем с коррелированными шумами при отборе амплитуд по наибольшему значению 198
Митяшев Б. Н. Об оптимальном способе определения временно́го положения импульсов 206
Герценштейн М. Е. Фазо-частотные искажения в смесителях 214
Широков В. В. Воздействие амплитудно-модулированного сигнала на двухпетлевую систему автоматической регулировки усиления 218
Иванов В. Н. Вариационный метод расчета многопроводной линии 224

Богданов Е. В., Кислов В. Я., Чернов З. С. Взаимодействие электронного потока с плазмой 229
Гайдук В. И. О расчете наведенного тока при произвольном движении заряженных частиц 239
Игрицкий А. Л. Расчет траекторий электронов в периодическом фокусирующем устройстве ЛБВ 255
Власов А. Д. О бриллюэновских электронных потоках и концепции граничной частицы 264
Микаэлян А. Л., Столяров А. К., Коблова М. М. Резонансные ферритовые системы с большим вентильным отношением 269
Моносов Я. А. К теории нелинейных явлений в ферритах на СВЧ. Ч. II. Параметрические явления в феррите. 278
Тычинский В. П., Деркач Ю. Т., Карпецкий В. В. Экспериментальное исследование ферритового усилителя 288
Бункин Ф. В. О параметрическом возбуждении квантовых систем 296
Берг М. А., Гаряинов С. А. Полупроводниковый двухэлектродный прибор с отрицательным сопротивлением 301
Конторович М. И. К вопросу о составлении уравнений для автогенераторов . 310
Мельников Б. С. Формирование вершины импульса в блокинг-генераторе на плоскостном полупроводниковом триоде 323

Краткие сообщения

Просин А. В. О зависимости мощности рассеяния от направленности антенн 330
Кац А. М. Применение рядов к решению некоторых задач ЛБВ и ЛОВ . . . 332
Корнилов С. А., Емельянов А. Ф. Экспериментальное исследование клистронного делителя частоты с предварительной группировкой 336
Яблонский Ф. М. Определение предельных скоростей счета газоразрядных счетных ламп (декатронов) по характеристикам промежутка анод — катод . 338
Бутров М. В. К теории концентрических неоднородностей конечной толщины в коаксиальном волноводе 341
Масленникова В. В. Расчет цилиндрических волноводов с поперечно намагниченным ферритом 345
Рябинкин Ю. С. Коэффициент передачи *pin*-транзистора 349

Письма в редакцию

Розанова Н. Б., Низяев В. В. Об одном способе переноса вещества между электродами вакуумного промежутка 351

Выпуск 3

Башаринов А. Е. Обнаружение импульсных пакетов случайной продолжительности устройствами с конечной емкостью памяти при воздействии флуктуационных помех 355
Александров М. С. Распределение разности фаз колебаний в совокупности флуктуирующего сигнала, шумов и коррелированной шумовой помехи 360
Черняк Ю. Б. Обнаружение сигнала с неизвестной частотой и произвольной начальной фазой на фоне белого шума 366
Морозов В. А. Преобразование ограничителем флуктуаций, подчиняющихся релеевскому закону распределения 376
Петровский А. Д., Фейнберг Е. Л. О приближенном граничном условии в теории распространения радиоволн вдоль Земли 385
Басс Ф. Г. Граничные условия для электромагнитного поля на поверхности с произвольным значением диэлектрической проницаемости 389
Иванов В. И. Коротковолновая асимптотика дифракционного поля в тени идеального параболического цилиндра 393
Микаэлян П. С. Дифракция электромагнитных волн на открытом конце спирального волновода 403
Хижняк Н. А. Теория волноводов, нагруженных диэлектрическими дисками 413
Гершенштейн М. Е., Кинбер Б. Е. Фазовая селективность одноконтурного параметрического усилителя 422
Симонов Ю. Л. Анализ устойчивости резонансных усилителей на полупроводниковых триодах 430
Конторович М. И., Пелликан С. Г., Фролов В. П. Исследование полупроводникового *LC*-генератора 439
Абдюханов М. А., Берестовский Г. Н., Кузьмин В. А. О расчете процессов в полупроводниковых триодах методом заряда 450
Берестовский Г. Н. Статические характеристики и переходные процессы в полупроводниковом триоде при большом сигнале 460
Берестовский Г. Н. Генератор гармонических колебаний на ключевых элементах 471

Абдюханов М. А. О зависимости критической частоты и выходной проводимости сплавных полупроводниковых триодов от тока эмиттера 478
Кузьмин В. А., Виноградов Б. Н. О влиянии режима насыщения в полупроводниковых триодах на работу мультивибратора 490
Кузьмин В. А. К расчету длительности импульса в блокинг-генераторе на полупроводниковом триоде 497
Бендерский В. А., Ожерельев Б. В. К анализу одной схемы автоматической подстройки частоты клистрона 502
Иглицын М. И., Концевой Ю. А., Темко К. В. Расчет переходного процесса в электронно-дырочном переходе при произвольных уровнях инъекции 508
Апушкинский Г. Н. Широкополосный радиометр по схеме супергетеродина с УВЧ 514

Краткие сообщения

Шубарин Ю. В., Анищенко Т. Н. Волноводно-щелевой излучатель с эллиптической поляризацией на круглом волноводе 518
Четкин М. В. Об одном способе решения укороченных уравнений для нелинейных систем без затухания 520
Кинбер Б. Е. О медленных замираниях сигнала при тропосферном рассеянии 521
Иванов В. Н. Об электромагнитных волнах между двумя софокусными параболическими цилиндрами 522
Иванов В. Н. Дифракция коротких плоских электромагнитных волн на гладком выпуклом цилиндре при наклонном падении 524

Выпуск 4

Сифоров В. И. Ленин и радиоэлектроника. I
Сраговић В. Г. О расчете характеристик обнаружения при квадратичном суммировании сигналов 531
Левин Б. Р. Оптимальные фазовые методы обнаружения сигналов 537
Красовский А. А., Зуйков В. Н. Предельный порог чувствительности приема теплового радиоизлучения 544
Черняк Ю. Б. Взаимная корреляция напряжений шумов на выходе усилителей с перекрывающимися частотными характеристиками 551
Лучина А. А. Качественный анализ нелинейного дифференциального уравнения второго порядка жесткой автоколебательной системы 562
Шустерович А. Н. К вопросу о приближенном решении уравнения фазы колебаний лампового автогенератора, находящегося под действием внешней эдс 568
Карпеев Г. А., Семенов А. А. Об одном методе экспериментального исследования флуктуаций УКВ 578
Брауде Б. В., Есепкина Н. А., Кайдановский Н. Л., Хайкин С. Э. Исследование влияния случайных ошибок на электрические характеристики остронаправленных зеркальных антенн с отражателем переменного профиля 584
Миказан Н. С. Дифракция электромагнитных волн на стыке спирального и сплошного круглого волноводов 597
Шестоналов В. Н. Дисперсионные свойства и пространственный резонанс в спиральном волноводе, помещенном в магнитодиэлектрическую среду . . 605
Вакман Д. Е. Искажение сигналов в линиях задержки 621
Явич Л. Р. Некоторые соотношения для каскадного соединения n одинаковых необратимых четырехполюсников 633
Гуревич С. Б., Быков Р. Е. Влияние апертуры пучка на коммутацию потенциального рельефа в видиконе 638
Рапопорт Г. Н. Возбуждение волновода электронным пучком с периодически-изменяющимися траекториями 649
Хижняк Н. А. Потери энергии заряженным диском, равномерно движущимся в волноводе 654
Рейхрудель Э. М., Смирницкая Г. В., Васильева М. Н. Некоторые характеристики разряда в ионном насосе и магнитном ионизационном манометре 662
Разин А. А., Тарасова Л. В., Цукерман В. А. Микрокиносъемка поверхностей электродов в предпробойной фазе и при электрическом пробое в высоком вакууме 666
Кушнир Ю. М., Кабанов А. Н., Крутякова Л. Н. Измерение потерь энергии 70 *кэв* ионов лития в газах электростатическим анализатором . . . 672

Краткие сообщения

Басов Н. Г., Карлов Н. В. О широкополосном радиометре с квантовым преобразователем спектра 676
Тычинский В. П., Федоров В. Г., Савилов П. И. Регенеративный усилитель-преобразователь на диодах с нелинейной емкостью 677
Тычинский В. П., Карпецкий В. В. Исследование одноконтурного параметрического усилителя 679
Базаров Е. Н. Делитель частоты на трехсеточном отражательном клистроне . 681

Крылов Г. Н., Макаров Г. И. Функции ослабления электромагнитного поля вертикального диполя и вертикальной антенны 684
Силин Р. А. О дисперсионных свойствах двумерно- и трехмерно-периодических систем (искусственные диэлектрики) 688
Фельдштейн А. Л., Явич Л. Р. К учету емкостных эффектов при расчете ступенчатых переходов 691
Чиркин И. М., Стадник Ю. Г. О некоторых свойствах коаксиального волновода, оба проводника которого нагружены дисками 694
Шевчик В. Н., Шведов Г. Н. О влиянии внешних цепей на работу электронно-волнового генератора 698
Цейтлин М. Б., Ильина Е. М. К вопросу об анализе взаимодействия электронного потока с бегущей волной 700

Выпуск 5

Ломизе Л. Г. Расчет черенковского излучателя в диапазоне СВЧ 707
Кинбер Б. Е. Пространственная структура диаграммы и поляризация излучения осесимметричных зеркальных антенн 720
Ваганов Р. Б. Экспериментальный анализ электромагнитного поля в волноводных переходах, содержащих критическое сечение 727
Керженцева Н. П. Волноводный изгиб переменной кривизны. 733
Столяров А. К., Микаэлян А. Л. Приближенная теория ферритовых резонансных вентилей 740
Фельдштейн А. Л., Явич Л. Р. К расчету ступенчатых переходов с максимально-плоской характеристикой 762
Аксенов В. И. Применение метода переменной реактивной нагрузки для измерения диэлектрических свойств материалов 771
Аксенов В. И. Экспериментальное исследование рассеяния электромагнитных волн на периодически неровных поверхностях 782
Гуса В., Квасил Б. Измерение проводимости полупроводников в диапазоне сантиметровых волн 796
Попов П. А. К вопросу об обратном токе коллектора в плоскостном транзисторе 806
Симонов Ю. Л. Об одном методе повышения устойчивости резонансных усилителей на полупроводниковых триодах 811
Крутов Б. Н. Максимально достижимые параметры полосовых широкополосных усилителей 818
Алямовский И. В. Ленточный электронный пучок в периодическом магнитном поле при произвольной степени экранировки катода 827
Ван Юэ-чжу. К вопросу о сужении линий сверхтонкой структуры в парах щелочных элементов 834
Шульман А. Р., Кирсанова Т. С., Павлов В. К. Работа выхода тонких пленок окиси бария на вольфрамовой подложке 840
Быховская Е. В., Харченко А. М., Елинсон М. И., Зернов Д. В. Электронные контактные лампы 849

Краткие сообщения

Тихонов В. И. Приближенный способ вычисления функции корреляции стохастических сигналов 858
Антоновский М. С. Дифракция плоской электромагнитной волны от металлического эллиптического полуцилиндра, лежащего на металлической плоскости 861
Дьяков Ю. Е. Вынужденные колебания контура со случайно меняющейся емкостью 863

Хроника

Басалаева Н. Я., Вихляева Р. П., Ждан А. Г., Зернов Д. В., Кофанова Т. И., Первова Л. Я., Политова Н. М., Полякова М. А., Попов Б. Н., Спивак Г. В., Шабельникова А. Э., Яснопольская А. А. 9-е Всесоюзное совещание по катодной электронике 866

Письма в редакцию

Бурьянов П. Д., Буц В. П., Колпачев Ю. И., Железнов Л. Ф., Купчинов П. Ф. По поводу статьи «Ленточные электронные пучки в продольном однородном магнитном поле при произвольной степени экранировки катода». 880

Выпуск 6

Бородин Л. Ф. Эквидистантные и другие оптимальные и близкие к оптимальным коды 883
Куклев Л. П., Озерский Ю. П. Сравнение двух методов декодирования интервальных кодов 894
Гоноровский И. С. О воздействии эдс с быстроизменяющейся частотой на инерционные системы 902

Молочков Ю. Б. Расчет радиолинз с постоянным коэффициентом преломления 913
Тартаковский Л. Б., Тандит В. Л. Распределение токов на отражателе зеркальной антенны 918
Зыков А. И., Кононенко С. Г. Измерение входного импеданса периодически нагруженного волновода в полосе частот при помощи произвольной нагрузки 926
Вамберский М. В. Электродинамический расчет конькового коаксиала . . . 930
Зимина В. И. Экспериментальное исследование распространения электромагнитных волн вдоль цилиндра ионизированного газа 938
Тычинский В. П., Деркач Ю. Т., Карпецкий В. В. Экспериментальное исследование вырожденного режима ферритового усилителя 943
Мигулин В. В. О вынужденных колебаниях в параметрически регенерированной системе 955
Штейншлейгер В. Б., Мисежников Г. С. Распространение волн в электрических цепочках, содержащих отрицательное сопротивление, в применении к квантовым усилителям бегущей волны 962
Анисимова Ю. В., Бернашевский Г. А., Выставкин А. Н., Ломизе Л. Г. Исследование в миллиметровом диапазоне волноводных излучателей, возбуждаемых релятивистским электронным потоком 969
Кабанов А. Н., Кушнир Ю. М., Крутякова Л. Н. Измерение потерь энергии 70 *кэв* электронов в газах электростатическим анализатором . . 981
Кесаев И. Г. О связи между хаотическим движением катодного пятна и его делением 986
Ровинский Р. Е., Никитенко Ю. М. О некоторых факторах, влияющих на разрушение вольфрамовых анодов в сильноточном разряде в ксеноне . 994

Краткие сообщения

Сюй Янь-шэн. К вопросу о возбуждении колебаний в малой гиротропной сфере 1001
Баранов Л. И. К вопросу об индуктивном характере сопротивления диодов с p — n-переходом в пропускном направлении при больших плотностях тока 1002
Кудрявцев О. М., Пружинина В. И. Управляемые нелинейные полупроводниковые сопротивления (УНПС) 1006
Шевчик В. Н., Покровский Л. Д. Оценка роли пространственного заряда в теории ЛОВ Компфнера 1008
Цейтлин М. Б., Ильина Е. М. Приближенный анализ работы ЛОВ О-типа 1010

Критика и библиография

Ланцберг Г. С. Книги по радиотехнике и электронике в 1960 г. 1013

Выпуск 7

Старик А. М. Основные направления в разработке разрядников для антенных переключателей (обзор) 1035
Просин А. В. К теории перекрестных искажений при дальнем тропосферном распространении УКВ 1052
Ремизов Л. Т., Голубцов М. Г., Тюфякин Л. С. Приемное устройство для измерения статистических характеристик сигналов при тропосферном распространении радиоволн 1065
Ван Хуань-чжо. Метод расчета диэлектрической вставки для согласования волны H_{01} в переходе между двумя волноводами круглого сечения 1072
Мировицкий Д. И., Валеев Г. Г. Направленные ответвители поверхностной волны 1078
Пистолькорс А. А., Сюй Янь-шэн. Свободные электромагнитные колебания сферического резонатора с намагниченным ферритовым шариком в центре . . . 1085
Лошаков Л. Н. К теории многопроводной линии передачи, образованной системой переменнофазных проводников, расположенных на поверхности кругового цилиндра 1092
Солнцев В. А., Тагер А. С. Возбуждение волноводных систем электронным потоком с заданной модуляцией 1100
Кормилицин Б. Т., Овчаров В. Т. Об уравнении параксиальной оптики электронных пучков с большой плотностью тока 1112
Страшкевич А. М. Метод цепных линий для построения траекторий релятивистских и ультрарелятивистских частиц в электростатических полях 1118
Старик А. М. Применение тлеющего разряда для электронной настройки разрядника блокировки передатчика 1124
Сыргий А. С., Грановский В. Л. К теории деионизации разреженного газа в магнитном поле 1129
Шуппе Г. Н., Васильев В. П. Применение радиоактивных изотопов к изучению процессов в оксидном катоде и некоторым другим вопросам катодной электроники 1135
Зрахи Л. Д. Особенности работы плоскостного полупроводникового триода при синусоидальной форме напряжений на его входе и выходе 1145

Івейкин В. И. Экспериментальное определение основных свойств полупроводниковых триодов путем измерения заряда неосновных носителей базы . . 1158
апцов Л. Н. Влияние модуляции толщины коллекторного p — n-перехода на режим генератора с полупроводниковым триодом 1165
аботинский М. Е., Левкин Л. В., Сверчков Е. П., Фетисова В. Р. Макет цезиевого стандарта частоты 1173

Краткие сообщения

инк Л. М., Ковалев Н. И. Распределение вероятностей и энтропийная мощность узкополосного шума с ограниченной амплитудой 1177
ировицкий Д. И., Валеев Г. Г. Гибридные соединения на линиях поверхностной волны 1179
ришаев И. А., Зыков А. И. О влиянии неточности изготовления на диапазонные свойства диафрагмированного волновода 1182
ассел К. Р. Использование синтетической слюды в радиолампах, подвергающихся при изготовлении высоким температурам отжига 1184
оронкин Е. Ф. Режим самовозбуждения симметричного полупроводникового мультивибратора 1186
ьяков Ю. Е. К теории одноконтурного параметрического усилителя 1189

Выпуск 8

амофеев П. В., Симченко Ю. А. Эмиссия β-электронов в вакууме и ее применение 1197
редник В. П. Зависимость работы выхода пленочных катодов от степени покрытия 1203
омар А. П., Савченко В. П., Шредник В. П. Адсорбция, миграция и испарение Be, напыленного на монокристалл W 1211
ишкин Ю. Г., Сокольская И. Л. Работа выхода систем золото — барий и медь — барий 1218
ирсанова Т. С., Шульман А. Р., Энговатова Н. И. Эмиссионная способность тонких пленок окиси бария на металлических подложках 1225
юбуа Б. Ч., Попов Б. Н. Некоторые эмиссионные и адсорбционные свойства систем вольфрам — кислород — барий 1233
ольшов В. Г. Электронная эмиссия германия и цезированного германия . . 1241
ондаренко Б. В., Остапченко Е. П., Царев Б. М. Термоэлектронные свойства вольфраматов щелочноземельных металлов 1246
ульварская Б. С., Масловская Р. С. Термоэмиссия и давление пара окислов редкоземельных металлов. 1254
убинина Е. М., Пытьева М. Б. О некоторых особенностях электронной эмиссии с полых катодов 1261
ифшиц Т. М., Кокина Н. Г., Политова П. М. Фотоэлектрические свойства сплавов магния с барием 1267
аходкин Н. Г., Романовский В. А. Кинетика движения электронов при вторичной эмиссии с тонких пленок металлов и полупроводников 1275
етцель Б. Исследование вторичной электронной эмиссии KCl и KBr . . . 1284
ппельт Г. Вторично-электронная эмиссия сурьмяно-цезиевых и висмут-цезиевых слоев 1291
снопольский Н. Л., Алексеева А. П., Кофанова Т. П. Некоторые вопросы возбужденной проводимости 1299
ятницкий А. И. Усиление электронных токов путем облучения электронами полупроводников 1309
омпанеец А. С. Влияние объемного заряда на автоэлектронную эмиссию . 1315
линсон М. И., Горьков В. А., Яснопольская А. А., Кудинцева Г. А. Исследования импульсной автоэлектронной эмиссии при высоких плотностях токов 1318
убенко Ю. В., Сокольская И. Л. Автоэлектронная эмиссия карбидированного и торированного карбидированного вольфрама 1327
рейнина Г. С., Селиванов Л. Н., Шумская Т. И. Эмиссия и проводимость катода типа конденсатора 1338
омар А. П., Савченко В. П., Шредник В. П. Новый метод изготовления автоэлектронных эмиттеров из легкоплавких металлов и сплавов 1342

Краткие сообщения

ашкова Е. С. Вторичная эмиссия сегнетоэлектрических монокристаллов . 1347
ротенко И. Г., Спивак Г. В., Громан А. Автоэлектронная эмиссия из полупроводниковых нитевидных монокристаллов — вискерсов 1348
кертова Л. И., Машек К. Временна́я зависимость автоэлектронного тока в электронном проекторе 1351
лпатова И. М. Электрохимические методы получения экспериментальных автоэлектронных эмиттеров различной конфигурации из карбида циркония, германия и вольфрама 1351

Выпуск 9

Чихачев Б. М. Осцилляции рефракции радиоволн, излучаемых Солнцем . . 135
Родак М. И. О рассеянии немонохроматического излучения на блуждающих неоднородностях 137
Каганов В. И., Немировский П. С. Действие помех на систему частотной автоподстройки частоты. Ч. I. 138
Шеманаев Г. Д., Иванова Е. Н. Захватывание двухконтурного автогенератора 138
Тандит В. Л., Тартаковский Л. Б. Излучение зеркальной антенны в области тени 139
Кинбер Б. Е. Условие затенения и дифракционная поправка к распределению тока 140
Штейн Н. Н. Влияние паразитных параметров электрической модели волновода на точность решения задачи распределения поля 141
Ковтун П. М. Распространение электромагнитных волн в волноводах сложной формы поперечного сечения, содержащих поперечно намагниченную ферритовую пластину 142
Днестровский Ю. Н., Костомаров Д. П. Электромагнитное излучение при пролете пучка заряженных частиц мимо волновода с бесконечным фланцем . . . 143
Лисовский Л. П. Экспериментальное изучение ламп с обратной волной с неоднородной замедляющей системой 144
Лошаков Л. Н. К теории электронного прибора СВЧ с взаимодействием в поперечном направлении 144
Юрьев В. Н. Взаимодействие потока электронов с диэлектрической замедляющей структурой 145
Игрицкий А. Л. Влияние разброса параметров периодического фокусирующего устройства на фокусировку электронного пучка в ЛБВ 146
Берковский А. Г., Польский В. Г. Исследование временной разрешающей способности фотоэлектронных умножителей методом осциллографирования . 147
Переводчиков В. И., Кузнецов Е. П. О возможности использования фотосопротивлений из сернистого германия в качестве мишеней передающих телевизионных трубок 147
Брейтман В. М. Примеры практических расчетов электронных (ионных) оптических систем с учетом пространственного заряда посредством моделирования в трехмерном электролите 148
Кучеренко Е. Т., Демьяненко В. П., Тальнова Г. Н. Влияние ионной бомбардировки на электронную эмиссию оксидного и боридного катодов . 149
Кирсанова Т. С., Сахаров И. Е. Работа выхода тонких пленок окиси бария на молибденовой подложке 150
Васильева И. А., Грановский В. Л., Черноволенко А. Ф. Новые данные о влиянии магнитного поля на уход ионов из плазмы в гелии и аргоне . . 150
Гужова С. К., Сыргий А. С. Исследование деионизации разреженного газа в магнитном поле СВЧ-методом 151
Сыргий А. С., Грановский В. Л. Скорость деионизации разреженного гелия в магнитном поле. Ч. II 152
Агаханян Т. М. Переходные характеристики элементов *Т*-образной эквивалентной схемы для дрейфового триода 153

Краткие сообщения

Фалькович С. Е. Оптимальное обнаружение сигналов на фоне помех неизвестной интенсивности 153
Скрипник Ю. А. Нулевой модуляционный метод измерения разности фаз в широком диапазоне частот 154
Сэм М. Ф. Волноводные свойства двухспиральной замедляющей системы для одного частного случая 154
Давидчевский Ю. И., Минкович Б. М., Калинин В. А. Об антеннах с квазиоптимальным раскрывом 154
Ломизе Л. Г. К вопросу о переходном и тормозном излучениях в волноводных системах 154
Гришаев И. А., Зыков А. И., Кононенко С. Г. Согласование диафрагмированного волновода 154
Бондаренко Б. В., Ермаков С. В., Царев Б. М. Термоэлектронные свойства танталатов щелочноземельных металлов 155

Письма в редакцию

Бункин Ф. В. О свойствах огибающей стационарного случайного процесса . 155

Выпуск 10

Бруевич А. Н. Асинхронные колебания в автогенераторе с двумя степенями свободы 155

Григорин-Рябов В. В. Регулировочные характеристики заторможенных релаксаторов 1568
Кабанов Н. И. Дальнее рассеянное отражение от Земли на коротких волнах 1576
Ковтун П. М., Терещенко А. И. Исследование характеристик резонансных ферритовых вентилей на *H*-волноводе 1593
Постнов Г. А. Распространение волн в изотропном плазменном волноводе . 1598
Малышев В. А. К теории магнетронного генератора 1603
Лопухин В. М., Мартынов В. П. Учет разброса скоростей электронов в параметрическом усилителе волн пространственного заряда 1614
Брейтман В. М. Расчет поля ленточного пучка, расходящегося под действием пространственного заряда в плоскопараллельном диоде при конечной ширине эмиттера 1619
Сандомирский В. Б. О внешней эмиссии горячих электронов из полупроводников. Ч. I 1627
Азизов У. В., Васильковский Д. Н., Султанов В. М. Изготовление и индицирование крупных монокристаллических катодов из вольфрама 1631
Лепешинская В. Н., Борисов В. Л., Перчанок Т. М. Вторично-эмиссионные характеристики эффективных эмиттеров на основе сплавов в широком диапазоне энергий первичных электронов 1636
Борисов В. Л., Перчанок Т. М., Лепешинская В. Н. Угловые и температурные зависимости коэффициента вторичной электронной эмиссии σ и коэффициента неупругого отражения электронов η активированных сплавных эмиттеров 1643
Бронштейн И. М., Щучинский Я. М. Энергетический спектр медленных вторичных электронов при адсорбции бария на вольфраме 1650
Михайлов Г. С., Кутовая А. А., Поспелов Л. А. О зависимости работ выхода пленочных систем (катодов) от потенциала ионизации адсорбированных атомов 1658
Птушинский Ю. Г. Влияние адсорбции на сопротивление тонких металлических пленок. Ч. I. Дипольные молекулы 1663
Находкин Н. Г., Немцев В. П. Электронные свойства тонких пленок германия 1669
Козина Г. С. Особенности работы двустороннего потенциалоскопа с возбужденной проводимостью в тонких слоях окиси алюминия 1672
Серебров Л. А., Фридрихов С. А. К вопросу о зарядном пятне, возникающем на поверхности диэлектрической мишени при бомбардировке электронным пучком 1680
Тимофеев П. В., Сорокина В. В. Эмиссия электронов в электронно-оптических преобразователях для γ-лучей 1687
Тимофеев П. В., Кормакова Е. Г. Свойства фотоэлектронных умножителей с кислородно-цезиевым фотокатодом 1692
Брейдо И. Я., Глаголев В. П., Глуховской Б. М., Королькова О. С., Лейтейзен Л. Г. Исследование стабильности многокаскадных фотоэлектронных умножителей 1698
Кабанов А. Н., Кушнир Ю. М. Некоторые применения универсального электростатического анализатора скоростей электронов на 75 *кв*. 1703
Застенкер Г. Н., Солнцев Г. С., Швилкин Б. Н. Процессы в высокочастотном разряде низкого давления при изменении напряжения на электродах . . 1709
Кононов Б. П., Саркисян К. А. Некоторые особенности газового разряда с осциллирующими электронами 1717
Самойленко В. П. Дискриминатор уровня с применением емкости *n—p*-перехода 1720

Краткие сообщения

Кинбер Б. Е., Бахарева М. Ф. Надежность системы разнесенного приема двух неравных коррелированных сигналов 1726
Яковлев В. П. Некоторые асимптотические свойства гауссовского случайного процесса 1728
Поздняк С. И. Измерение электрических параметров среды поляризационным методом 1730
Шевчик В. Н., Трубецков Д. И. К теории лампы обратной волны с периодической фокусировкой потока электронов 1734
Акулина Д. К., Ахманов С. А., Гвоздовер С. Д., Горшков А. С., Трофименко И. Т. Параметрические явления в волновых системах с длинными потоками электронов. 1736
Кончук Л. В. Технология фотоэлементов и однокаскадных фотоэлектронных умножителей с полупрозрачным многощелочным катодом 1739
Бронштейн И. М., Сегаль Р. Б. О неупругом рассеянии электронов окисленными металлическими поверхностями 1741
Берестовский Г. Н., Костенко О. А. Новый генератор гармонических колебаний на ключевых элементах 1743

Письма в редакцию

Медведев Г. А., Параев Ю. И. По поводу краткого сообщения Я. И. Хургина «Воздействие импульсного процесса с независимыми интервалами на емкостной накопитель» 1745

Хроника

Вихляева Р. Н., Ждан А. Г., Шабельникова А. Э. Междуведомственный семинар по катодной электронике (15-е заседание) 1747

Выпуск 11

Стратонович Р. Л. Применение теории процессов Маркова для оптимальной фильтрации сигналов 1751
Ржига О. Н. Измерение мгновенной частоты по биениям 1764
Капранов М. В., Иванов В. А., Иванова И. П. Фазовая автоподстройка частоты с нелинейным фильтром 1774
Либин В. А. Некоторые характеристики антенн произвольной поляризации . 1786
Каринский Ю. Д. Измерение напряженности поля радиоволн по току короткого замыкания антенны 1797
Никольский В. В. Исследование полых систем с анизотропными областями методом собственных функций. Ч. I. Резонатор 1802
Волкова Т. Н., Кержнецева Н. Н. О распространении быстрых волн в спиральном волноводе с диэлектрической оболочкой и металлическим экраном 1811
Булгаков Б. М., Шестопалов В. П., Шишкин Л. А., Якименко И. П. Симметричные поверхностные волны в спиральном волноводе, помещенном в ферритовую среду 1818
Семенов Н. А. Расчет параметров волн диэлектрического волновода 1828
Лопухин В. М., Рошаль А. С., Кузьмина Г. А. Линейная теория двулучевых ЛОВ- и ЛБВ-усилителей 1837
Лобов Г. Д. Смешение двух сигналов СВЧ при помощи газоразрядного детектора 1848
Васильев Г. Ф. Влияние формы потенциального барьера на границе эмиттер — вакуум и распределения электрического поля по поверхности эмиттера на вид вольтамперных характеристик автоэлектронной эмиссии 1857
Елинсон М. И., Ждан А. Г. Холодная эмиссия электронов из тонких слоев $SiO_2 + C$ на вольфраме 1862
Уткин Г. М. Теория двухконтурных параметрических преобразователей частоты и генераторов 1866

Критика и библиография

Меркадер Л. П. Фаго Ж., Мань Ф. Частотная модуляция. Теория и применение в радиорелейных линиях (рецензия) 1876

Выпуск 12

Айзинов М. М. Об одном случае синтеза линейной системы селекции по форме сигнала 1879
Моругин Л. А. Накопление импульсных сигналов в устройствах с задержанной обратной связью 1885
Немировский М. С. Воздействие помех на систему частотной автоподстройки частоты. Ч. II 1889
Зелях Э. В., Лурье Б. Я. Метод физической реализации идеального преобразователя мощности 1895
Колачевский Н. Н. К вопросу о физической природе магнитных шумов . . 1902
Тененбаум М. М. О методе стационарной фазы 1909
Тропицкий В. Н. Распространение сантиметровых волн на горных трассах большой протяженности 1919
Майзельс Е. Н., Уфимцев П. Я. Отражение электромагнитных волн круговой поляризации от металлических тел 1925
Каценеленбаум Б. З. К задаче о нормальном падении плоской электромагнитной волны на периодическую границу раздела двух диэлектриков 1929
Зыков А. И., Ткаченко В. Д., Островский Е. К. Измерение коэффициента отражения периодического волновода в импульсном режиме 1933
Зернов Н. В. Электромагнитное поле магнитного диполя, расположенного в бесконечном диэлектрическом слое с отражающей плоскостью 1937
Терешин О. Н. Развязка двух антенн щелевого типа при помощи ребристой структуры, расположенной в плоскости щелей 1944
Сюй Янь-шэн. Некоторые методы решения задачи о колебаниях малой гиротропной сферы. Ч. I. Метод последовательных приближений 1951
Никольский В. В. Исследование полых систем с анизотропными областями методом собственных функций. Ч. II. Волноводный трансформатор 1960

Ючельников Ю. Н. Определение коэффициентов уравнения для постоянных распространения в спиральной линии с трубчатым пучком 1968
Гислов В. Я., Богданов Е. В. Взаимодействие медленных плазменных волн с потоком электронов 1974
Зац А. М. Исследование работы ЛБВ с локальным затуханием в линейном режиме 1986
Стрешкевич А. М. Трехмерные квадрупольные электростатические линзы . 1997
Алинсон М. И., Ждан А. Г., Васильев Г. Ф. Об интерпретации хода вольт-амперных характеристик автоэлектронной эмиссии полупроводников . . 2004
Скач В. К., Степин Л. Д., Казанский В. Я. Резонаторный метод измерения диэлектрической проницаемости и тангенса угла потерь жидких диэлектриков 2009
Васильева И. А. Краевое условие для концентрации носителей зарядов в плазме, помещенной в магнитное поле 2015
Удрис Я. Я. О механизме возникновения катодного пятна на отрицательно заряженных электродах в плазме газового разряда 2026
Бонч-Бруевич В. Л. К теории туннельного диода 2033
Гейтейзен Л. Г., Глуховской Б. М., Тарасова Е. И. Совместная активировка различных фотокатодов и эмиттеров в фотоэлектронных умножителях 2038
Бродко В. А., Золотаревский В. С., Маркарьян Б. Н., Рубанович И. М. О влиянии разности работ выхода электродов термоэлектронного преобразователя на его выходные параметры 2046

Письма в редакцию

Моргулис Н. Д. К вопросу о роли контактной разности потенциалов при термоэлектронном преобразовании энергии 2052
Никольский В. В. О методе собственных функций для внешней задачи электродинамики 2053

Краткие сообщения

Микаэлян А. Л., Васильев А. А., Турков Ю. Г. Влияние диэлектрических свойств и размеров феррита на ширину резонансной кривой 2055
Шубарин Ю. В., Анищенко Т. Н. Щелевая антенна с эллиптической поляризацией на круглом волноводе в режиме приема 2057
Левчик В. Н., Жарков Ю. Д. Влияние отражений на работу лампы обратной волны 2059
Гинцбург М. А. Тензор электрической проницаемости плазмы с пучком . . 2060
Кащов Л. Н., Курочкин В. А., Сенаторов К. Я. Исследование низкочастотных шумов сплавных и диффузионных полупроводниковых триодов 2062
Швейкин В. И. Измерение коэффициента усиления по постоянному току полупроводниковых триодов при токах выше предельно допустимых 2064
Васильева М. Н., Рейхрудель Э. М. О влиянии пространственного заряда на кинетику электронов в продольном магнитном поле 2065

Хроника

Горьков В. А. 1-й симпозиум по автоэлектронной эмиссии 2069
Вихляева Р. П., Кульварская Б. С., Шабельникова А. Э., Яснопольская А. А. Междуведомственный семинар по катодной электронике (16-е заседание) 2074
Содержание т. V журнала «Радиотехника и электроника» за 1960 г. 2076
Именной указатель т. V журнала «Радиотехника и электроника» за 1960 г. 2086

Именной указатель т. V журнала «Радиотехника и электроника» за 1960 г.

(Цифры соответствуют номеру выпуска)

А

Абдюханов М. А. 3
Агаханян Т. М. 9
Азизов У. В. 10
Айзинов М. М. 12
Аксенов В. И. 5
Акулина Д. К. 10
Александров М. С. 3
Алексеева А. П. 8
Алпатова И. М. 8
Алямовский И. В. 5
Анисимова Ю. В. 6
Анищенко Т. Н. 3, 12
Антоновский М. С. 5
Антоньянц В. Я. 1
Аппельт Г. 8
Апушкинский Г. П. 3
Ахманов С. А. 10

Б

Бабкин Н. И. 1
Базаров Е. Н. 4
Баранов Л. И. 6
Басалаева Н. Я. 5
Басов Н. Г. 4
Басс Ф. Г. 3
Бахарева М. Ф. 10
Башаринов А. Е. 3
Бендерский В. А. 3
Берг М. А. 2
Берестовский Г. Н. 3, 10
Берковский А. Г. 9
Бернашевский Г. А. 6
Богданов Е. В. 2, 12
Большов В. Г. 8
Бондаренко Б. В. 8, 9
Бонч-Бруевич В. Л. 12
Борисов В. Л. 10
Бородин Л. Ф. 6
Брауде Б. В. 4
Брейдо И. Я. 10
Брейтман В. М. 9, 10
Бронштейн И. М. 10
Брусевич А. Н. 10
Булгаков Б. М. 11
Бункин Ф. В. 2, 9
Бурьянов П. Д. 5
Бутров М. В. 2
Буц В. П. 5
Быков Р. Е. 4
Быховская Е. В. 5

В

Ваганов Р. Б. 5
Вакман Д. Е. 4
Валеев Г. Г. 7
Вамберский М. В. 6
Ван Хуань-чжо 7
Ван Юэ-чжу 5
Васильев А. А. 1, 12
Васильев В. П. 7
Васильев Г. Ф. 11, 12
Васильева И. А. 9, 12
Васильева М. Н. 4, 12
Васильковский Д. Н. 10
Вашковский А. В. 1
Виноградов Б. Н. 3
Вихляева Р. П. 5, 10, 12
Власов А. Д. 2
Волкова Т. П. 11
Выставкин А. Н. 6

Г

Гайдук В. И. 2
Гарянов С. А. 2
Гвоздовер С. Д. 10
Герценштейн М. Е. 1, 2, 3
Гинцбург М. А. 12
Глаголев В. П. 10
Глуховской Б. М. 10, 12
Голубцов М. Г. 7
Гоноровский И. С. 6
Горшков А. С. 10
Горьков В. А. 8, 12
Грановский В. Л. 7, 9
Григорин-Рябов В. В. 10
Гришаев И. А. 7, 9
Гродко В. А. 12
Громан А. 8
Гужова С. К. 9
Гуревич С. Б. 4
Гуса В. 5
Гусев В. Д. 2

Д

Давидчевский Ю. И. 9
Демьяненко В. П. 9
Деркач Ю. Т. 2, 6
Днестровский Ю. Н. 9
Доронкин Е. Ф. 7
Дубинина Е. М. 8
Дьяков Ю. Е. 5, 7
Дюбуа Б. Ч. 8

Е

Елинсон М. И. 5, 8, 11, 12
Емельянов А. Ф. 2
Ермаков С. В. 9
Есепкина Н. А. 4

Ж

Жаботинский М. Е. 7,
Жарков Ю. Д. 12
Ждан А. Г. 5, 10, 11, 1
Железнов Л. Ф. 5

З

Зархи Л. Д. 7
Застенкер Г. Н. 10
Зелях Э. В. 12
Зернов Д. В. 5
Зернов Н. В. 12
Зимина В. И. 6
Золотаревский В. С. 12
Зубенко Ю. В. 8
Зубков В. И. 1
Зуйков В. Н. 4
Зыков А. И. 6, 7, 9, 1

И

Иванов В. А. 11
Иванов В. И. 3
Иванов В. Н. 2
Иванова Е. Н. 9
Иванова Н. Н. 11
Иглицын М. И. 3
Игрицкий А. Л. 2, 9
Ильина Е. М. 4, 6

К

Кабанов А. Н. 4, 6, 10
Кабанов Н. И. 10
Каганов В. И. 9
Казанский В. Б. 12
Кайдановский Н. Л. 4
Калинин А. П. 11
Калинин В. А. 9
Капранов М. В. 11
Капцов Л. Н. 7, 12
Карасев М. Д. 11
Карлов Н. В. 4
Карлова Е. К. 11
Карпеев Г. А. 4
Карпецкий В. В. 2, 4,
Карпинский Ю. Д. 11
Кац А. М. 2, 12
Каценеленбаум Б. З. 12
Квасил Б. 5
Керженцева Н. П. 5, 12
Кесаев И. Г. 6
Кинбер Б. Е. 1, 3, 5, 9,
Кирсанова Т. С. 5, 8,
Кислов В. Я. 2, 12
Коблова М. М. 1, 2

валев Н. И. 7
втун Н. М. 9, 10
зина Г. С. 10
кина Н. Г. 8
лачевский Н. Н. 12
лшачев Ю. И. 5
мар А. П. 8
мпанеец А. С. 8
ноненко С. Г. 6, 9
нонов Б. П. 10
нончук Л. В. 10
нторович М. И. 2, 3
нцевой Ю. А. 3
рмакова Е. Г. 10
рмилицин Б. Т. 7
рнилов С. А. 2
ролькова О. С. 10
стенко О. А. 10
стомаров Д. П. 9
фанова Т. И. 5, 8
асовский А. А. 4
ейнина Г. С. 8
утов Б. Н. 5
утякова Л. Н. 4, 6
ылов Г. Н. 4
динцева Г. А. 8
дрявцев О. М. 6
знецов Е. П. 9
зьмин В. А. 3
зьмина Г. А. 11
клев Л. П. 6
льварская Б. С. 8, 12
пчинов Н. Ф. 5
рочкин В. А. 12
товая А. А. 10
черенко Е. Т. 9
шнир Ю. М. 4, 6, 10

Л

нцберг Г. С. 6
вин Б. Р. 4
вкин Л. В. 7
йтейзен Л. Г. 10, 12
пешинская В. Н. 10
бин В. А. 11
совский Л. П. 9
твинов Г. Д. 1
фшиц Т. М. 8
бов Г. Д. 11
зовой В. Я. 1
мизе Л. Г. 5, 6, 9
пухин В. М. 10, 11
шаков Л. Н. 7, 9
рье Б. Я. 12
чина А. А. 4

М

айзельс Е. Н. 12
акаров Г. И. 4
алышев В. А. 10, 12
аркарьян Б. Н. 12
артынов В. П. 10
асленникова В. В. 2
асловская Р. С. 8
ашек К. 8
ашкова Е. С. 8
едведев Г. А. 10
ельников Б. С. 2
еркадер Л. П. 11
Мигулин В. В. 6
Миказан П. С. 3, 4
Микаэлян А. Л. 1, 2, 5, 12
Минкович Б. М. 9
Мировицкий Д. И. 7
Мисежников Г. С. 6
Митяшев Б. Н. 2
Михайлов Г. С. 10
Молочков Ю. Б. 6
Моносов Я. А. 1, 2
Моргулис Н. Д. 12
Морозов В. А. 3
Моругин Л. А. 12
Москвина Л. В. 1

Н

Находкин Н. Г. 8, 10
Немировский М. С. 9, 12
Немцев В. П. 10
Низяев В. В. 2
Никитенко Ю. М. 6
Никольский В. В. 1, 11, 12

О

Овчаров В. Т. 7
Ожерельев Б. В. 3
Озерский Ю. П. 6
Остапченко Е. П. 8
Островский Е. К. 12

П

Павлов В. К. 5
Параев Ю. И. 10
Пелликан С. Г. 3
Первова Л. Я. 5
Переводчиков В. И. 9
Перчанок Т. М. 10
Петровский А. Д. 3
Петцель Б. 8
Пистолькорс А. А. 1, 7
Поздняк С. И. 10
Покровский Л. Д. 6
Политова Н. М. 5, 8
Польский В. Г. 9
Полякова М. А. 5
Попов Б. Н. 5, 8
Попов П. А. 5
Поспелов Л. А. 10
Постнов Г. А. 10
Просин А. В. 2, 7
Пружинина В. И. 6
Птушинский Ю. Г. 10
Пчельников Ю. Н. 12
Пытьева М. Б. 8
Пятницкий А. И. 8

Р

Разин А. А. 4
Рапопорт Г. Н. 4
Рассел К. Р. 7
Рейхрудель Э. М. 4, 12
Ремизов Л. Т. 7
Ржига О. Н. 11
Ризкин И. Х. 1
Ровинский Р. Е. 6
Родак М. И. 9
Розанова Н. Б. 2
Романовский В. А. 8
Рошаль А. С. 11
Рубанович И. М. 12
Рябинкин Ю. С. 2

С

Саввиных С. К. 1
Савилов П. И. 4
Савченко В. П. 8
Самойленко В. И. 10
Сандомирский В. Б. 10
Саркисян К. А. 10
Сахаров И. Е. 9
Сверчков Е. И. 7
Сегаль Р. Б. 10
Селиванов Л. Н. 8
Семенов А. А. 4
Семенов Н. А. 11
Сенаторов К. Я. 12
Серебров Л. А. 10
Силин Р. А. 4
Симонов Ю. Л. 3, 5
Симченко Ю. А. 8
Сиротенко И. Г. 8
Сифоров В. И. 4
Скрипник Ю. А. 9
Смирницкая Г. В. 4
Сокольская И. Л. 8
Солнцев В. А. 7
Солнцев Г. С. 10
Сорокина В. В. 10
Спивак Г. В. 5, 8
Срагович В. Г. 4
Стадник Ю. Г. 4
Старик А. М. 7
Степин Л. Д. 12
Столяров А. К. 1, 2, 5
Стратонович Р. Л. 11
Страшкевич А. М. 7, 12
Султанов В. М. 10
Сыргий А. С. 7, 9
Сэм М. Ф. 9
Сюй Янь-шэн 1, 6, 7, 12

Т

Тагер А. С. 7
Тальнова Г. Н. 9
Тандит В. Л. 6, 9
Тарасова Е. И. 12
Тарасова Л. В. 4
Тартаковский Л. Б. 6, 9
Темко К. В. 3
Тененбаум М. М. 12
Терешин О. Н. 12
Терещенко А. И. 10
Тимофеев П. В. 8, 10
Тихонов В. И. 5
Ткач В. К. 12
Ткаченко В. Д. 12
Троицкий В. Н. 12
Трофименко И. Т. 10
Трубецков Д. И. 10
Турков Ю. Г. 12
Тычинский В. П. 1, 2, 4, 6
Тюфякин Л. С. 7

У

Удрис Я. Я. 12
Уткин Г. М. 11
Уфимцев П. Я. 12

Ф

Фабриков В. А. 1
Фалькович С. Е. 9
Федоров В. Г. 4
Фейнберг Е. Л. 3
Фельдштейн А. Л. 4, 5
Фетисова В. Р. 7
Финк Л. М. 7
Фридрихов С. А. 10
Фролов В. Н. 3

Х

Хайкин С. Э. 4
Харченко А. М. 5
Хаскинд М. Д. 2
Хижняк Н. А. 3, 4

Ц

Царев Б. М. 8, 9
Цейтлин М. Б. 4, 6
Цукерман В. А. 4

Ч

Чернов З. С. 2
Черноволенко А. Ф. 9
Черняк Ю. Б. 2, 3, 4
Четкин М. В. 3
Чиркин Н. М. 4
Чихачев Б. М. 9

Ш

Шабельникова А. Э. 5, 10, 12
Шварц Н. З. 1
Шведов Г. Н. 4
Швейкин В. И. 7, 12
Швилкин Б. Н. 10
Шевчик В. Н. 4, 6, 10, 12
Шеманаев Г. Д. 9
Шестопалов В. П. 4, 11
Широков В. В. 2
Шишкин Л. А. 11
Шишкин Ю. Г. 8
Шредник В. Н. 8
Штейн Н. И. 9
Штейншлейгер В. Б. 6
Шубарин Ю. В. 3, 12
Шульман А. Р. 5, 8
Шумская Т. И. 8
Шуппе Г. Н. 7
Шустерович А. П. 4

Щ

Щучинский Я. М. 10

Э

Экертова Л. И. 8
Энговатова Н. И. 8

Ю

Юрьев В. И. 9

Я

Яблонский Ф. М. 2
Явич Л. Р. 4, 5
Яковлев В. П. 10
Яснопольская А. А. 5, 12
Яснопольский Н. Л. 8

ПОПРАВКИ

В № 9, 1960 г., в статье Брейтмана В. М. «Примеры практических расчетов электронных (ионных) оптических систем с учетом пространственного заряда посредством моделирования в трехмерном электролите,» стр. 1487, в последнем абзаце следует читать вместо рис. 8 — рис. 9, а вместо рис. 9 — рис. 8; на стр. 1490 текст подписи относится к рис. 9, а на стр. 1491 текст подписи относится к рис. 8.

CONTENTS

Aizinov M. M. On one case of the synthesis of a selection linear system according to the signal form 1879
Morugin L. A. Pulse signal storage in devices with delayed feedback 1885
Nemirovskii M. S. Influence of interference on the automatic frequency control system. P. II. 1889
Zeliakh E. V., Lurie B. Ja. Physical realization method of an ideal power converter 1895
Kalachevskii N. N. On physical nature of magnetic noise 1902
Tenenbaum M. M. On a stationary phase method 1909
Troitskii V. N. Microwave propagation on mountain long-distance routes . . . 1919
Maizels E. N., Ufimtsev P. J. Reflection of circular polarization electromagnetic waves from metal bodies 1925
Katzenellenbaum B. Z. On the problem of normal incidence of plane electromagnetic wave at periodic boundary of two dielectrics. 1929
Zykov A. I., Tkachenko V. D., Ostrovskii E. K. Reflection coefficient measurement of periodic waveguide in pulse regime 1933
Zernov N. V. Electromagnetic field of a magnetic dipole in an infinite dielectric layer with reflecting plane 1937
Tereshin O. N. Decoupling of two slot antennae using the ribbed structure in the plane of the slots 1944
Sui Ien-shen. Some methods of solution of a problem concerning small gyrotropic sphere oscillations. P. I. Method of successive approximations 1951
Nikolskii V. V. Investigation of hollow type systems with anisotropic regions by eirgenfunction method. P. II. Waveguide transformer 1960
Pchelnikov Yu. N. On the determination of equation coefficients for propagation constants in a spiral line with tubular beam. 1968
Kislov V. Ya., Bogdanov E. V. Interaction of slow plasma waves with an electron flow 1974
Kats A. M. Investigation of the operation of travelling-wave tube with local attenuation in linear regime 1986
Strashkevich A. M. Three-dimensional quadruple electrostatic lenses 1997
Elinson M. I., Zhdan A. G., Vasiliev G. F. On the form interpretation of current-voltage characteristics of field emission of semiconductors. 2204
Tkach V. K., Stepin L. D., Kazanskii V. B. Resonator method of measuring specific dielectric permeability and loss-angle tangent of liquid dielectrics 2009
Vasilieva I. A. Boundary condition for concentration of charge carriers in plasma placed in a magnetic field 2015
Udris J. J. On the mechanism of origin of the cathode spot at negative-charged electrodes in gas-discharge plasma 2026
Bonch-Bruevich V. L. On the theory of tunnel diode 2033
Leiteizen L. G., Glukhovskoy B. M., Tarasova E. I. Joint activation of different photocathodes and emitters in electron multipliers 2038
Grodko V. A., Zolotarevskii V. S., Markarian B. N., Rubanovich I. M. Influence of work function difference of thermoelectron converter electrodes upon its output parameters 2046

LETTERS TO THE EDITOR

Morgulis N. P. On the problem of contact potential difference in thermoelectron energy conversion 2057
Nikolskii V. V. On the eigenfunction method for external problem of electrodynamics. 2053

BRIEF REPORTS

Mikaelian A. L., Vasiliev A. A., Turkov Yu. G. Influence of dielectric properties and dimensions of ferrite on the width of resonance curve. 2055
Shubarin Yu. V. Anishchenko T. N. Slot antenna with elliptical polarization on a circular waveguide in the reception regime 2057
Shevchik V. N. Zharkov Yu. D. Reflection influence upon backward-wave tube 2059
Gintsburg M. A. Tensor of plasma electric permeability with a beam 2060
Kaptsov L. N., Kurochkin V. A., Senatorov K. Ya. Low-frequency noise investigation of junction and diffusion type of semiconductor triodes 2062
Shveikin V. I., Amplification factor measurement by dc semiconductor triodes using the maximum permissible current. 2064
Vasilieva M. N., Reikhrudel E. M. Influence of a space charge on electron kinetics in a longitudinal magnetic field 2065

CHRONICLE

Gorkov V. A. The 1 st symposium on autoelectron emission 2069
Vikhliaeva R. P., Kulvarskaya B. S., Shabelnikova A. E., Yasnopolskaya A. A. Interinstitutional seminar on cathode electronics (The 16th meeting) 2074
Contents for 1960 (v. 5) 2076
Author index for 1960 (v. 5) 2086

Цена 13 руб. 75 коп.

с 1/1-1961 г. 1 р. 38 коп.

Открыта подписка на журналы Академии наук СССР на 1961 год

Название журнала	Кол-во номеров в год	Подписная цена	
		годовая	полугодовая
ОБЩЕАКАДЕМИЧЕСКИЕ ЖУРНАЛЫ			
Вестник Академии наук СССР	12	96	48
Доклады Академии наук СССР (без папок)	36	518—40	259—20
Доклады Академии наук СССР (с 6-ю коленкоровыми папками с тиснением)	36	542—40	271—20
Известия Карельского и Кольского филиалов АН СССР	4	28	14
Природа	12	84	42
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ			
Акустический журнал	4	48	24
Астрономический журнал	6	99	49—50
Атомная энергия	12	96	48
Журнал вычислительной математики и математической физики	6	90	45
Журнал технической физики	12	126	63
Журнал экспериментальной и теоретической физики	12	288	144
Известия Академии наук СССР			
Серия геофизическая	12	180	90
Серия математическая	6	90	45
Серия физическая	12	144	72
Кристаллография	6	90	45
Математический сборник	12	144	72
Оптика и спектроскопия	12	162	81
Приборы и техника эксперимента	6	90	45
Теория вероятностей и ее применения	4	45	22—50
Успехи математических наук	6	96	48
Успехи физических наук	12	144	72
Физика металлов и металловедение	12	150	75
Физика твердого тела	12	300	150
ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ			
Автоматика и телемеханика	12	135	67—50
Известия Академии наук СССР			
Металлургия и топливо	6	72	37—50
Механика и машиностроение	6	75	37—50
Энергетика и автоматика	6	75	37—50
Прикладная математика и механика	6	108	54
Радиотехника и электроника	12	165	82—50
Теплоэнергетика	12	96	48
Химия и технология топлив и масел	12	72	36
Электричество	12	96	48
ЖУРНАЛЫ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР			
Геология и геофизика	12	84	42
Журнал прикладной механики и технической физики	6	90	45
Журнал структурной химии	6	72	36
Известия Сибирского отделения Академии наук СССР	12	84	42
Кинетика и катализ	6	90	45
Сибирский математический журнал	6	90	45

ПОДПИСКА ПРИНИМАЕТСЯ повсеместно в пунктах подписки «Союзпечати», почтамтах, конторах и отделениях связи, общественными уполномоченными на заводах и фабриках, в научно-исследовательских институтах, учебных заведениях и организациях, а также отделениями и магазинами «Академкнига» и конторой «Академкнига» по адресу:

Москва, К—12. Б. Черкасский пер., 2/10